BÁO CÁO

TÌM HIỂU CƠ BẢN VỀ QUỸ ĐẠO

Cao Khánh Tân

Trường Đại học Công Nghệ - Đại học Quốc gia Hà Nội

TÓM TẮT

Bài báo được viết ra nhằm mục đích tìm hiểu cơ bản về quỹ đạo và cơ học không gian. Giúp cho chúng ta có cái nhìn tổng quan về quỹ đạo trong không gian, phân loại quỹ đạo, các thông số cơ bản của quỹ đạo, … làm nền tảng cơ bản phục vụ cho những nghiên cứu sau này.

MỤC LỤC

1. QUỸ ĐẠO LÀ GÌ?

1.1. Định nghĩa

Một quỹ đạo hoặc đường bay là đường di chuyển của một vật thể có khối lượng chuyển động trong không gian như một hàm của thời gian.

1.2. Phân biệt *trajectory* và *orbit*

Phân biệt *trajectory* và *orbit*: cả *trajectory* và *orbit* trong tiếng Việt đều mang nghĩa là *"quỹ đạo"* tuy nhiên về bản chất có sự biệt đó là:

- *Trajectory* là một danh từ chung dành cho quỹ đạo như định nghĩa nêu ra ở trên.
- *Orbit* là một danh từ đại diện cho một quỹ đạo có dạng đường tròn hoặc hình elip của một vật thể này xung quanh một vật thể khác.

2. Equation Chapter 2 Section 1CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN TRONG QUỸ ĐẠO

2.1. Định luật Newton

2.1.1. Định luật vạn vật hấp dẫn

Định luật vạn vật hấp dẫn Newton được phát biểu như sau:

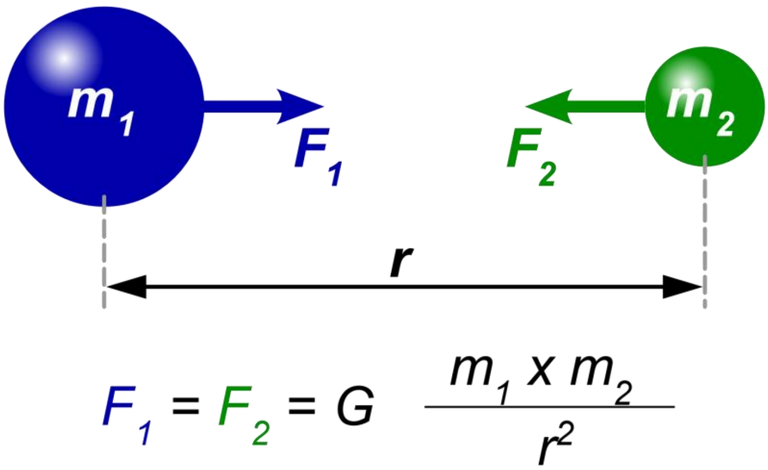
"Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm tỷ lệ thuận với tích hai khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách hai vật."

Biểu thức:

$$F_{hd} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \tag{2.1}$$

trong đó:

F_{hd}	: Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm	(N)
G	: Hằng số hấp dẫn phổ quát	$G = 6.6742\times10^{11}$ ($m^3kg^{-1}s^{-2}$)
m_1	: Khối lượng chất điểm thứ nhất	(kg)
m_2	: Khối lượng chất điểm thứ hai	(kg)
r	: Khoảng cách giữa hai chất điểm	(m)



2.1.2. Các định luật về chuyển động của Newton

2.1.2.1. Định luật thứ nhất

2.1.2.2. Định luật thứ hai

Định luật thứ hai được phát biểu như sau:

"Sự biến thiên động lượng của một vật thể tỉ lệ thuận với xung lực tác dụng lên nó, và véc tơ biến thiên động lượng này sẽ cùng hướng với véc tơ xung lực gây ra nó. Hay gia

tốc của một vật cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật."

Biểu thức:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \; hay \; \vec{F} = m\vec{a} \tag{2.3}$$

trong đó:

$\vec{F}$	: Tổng ngoại lực tác dụng lên vật	(N)
$\vec{a}$	: Gia tốc	(m/s^2)
m	: Khối lượng vật	(kg)

2.1.2.3. Định luật thứ ba

Định luật thứ ba được phát biểu như sau:

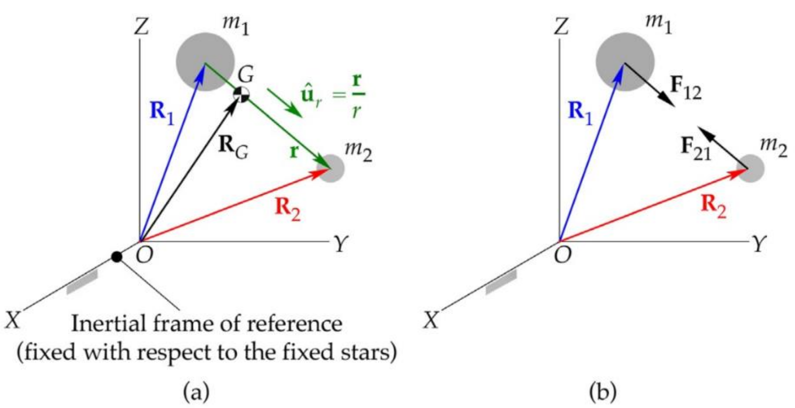
"Đối với mỗi lực tác động bao giờ cũng có một phản lực cùng độ lớn, nói cách khác, các lực tương tác giữa hai vật bao giờ cũng là những cặp lực cùng độ lớn, cùng phương, ngược chiều và khác điểm đặt."

Biểu thức:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \tag{2.4}$$

2.1.3. *Định luật Newton và quỹ đạo*

Xét bài toán hai vật thể m_1 và m_2 trong một hệ quy chiếu quán tính.



Ta có: $\mathbf{r} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1$

Đạo hàm hai lần phương trình trên ta được:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{R}}_2 - \ddot{\mathbf{R}}_1 \tag{2.5}$$

Từ *Định luật thứ hai của Newton:*

$$\mathbf{F}_{12} = m_1\ddot{\mathbf{R}}_1$$
$$\mathbf{F}_{21} = m_2\ddot{\mathbf{R}}_2 \qquad (2.6)$$

Mặt khác, theo *Định luật vạn vật hấp dẫn:*

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$
$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \qquad (2.7)$$

Kết hợp Phương trình (2.6) và Phương trình (2.7) ta sẽ có:

$$m_1\ddot{\mathbf{R}}_1 = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$
$$m_2\ddot{\mathbf{R}}_2 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$

Rút gọn hệ trên ta được gia tốc của m_1 và m_2:

$$\ddot{\mathbf{R}}_1 = \frac{Gm_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$
$$\ddot{\mathbf{R}}_2 = -\frac{Gm_1}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \qquad (2.8)$$

Thay thế Phương trình (2.8) vào Phương trình (2.5). Khi đó:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^3}\mathbf{r} \qquad (2.9)$$

Gọi $\mu = G(m_1+m_2)$, phương trình trên trở thành *Phương trình chuyển động*:

$$\boxed{\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}} \qquad (2.10)$$

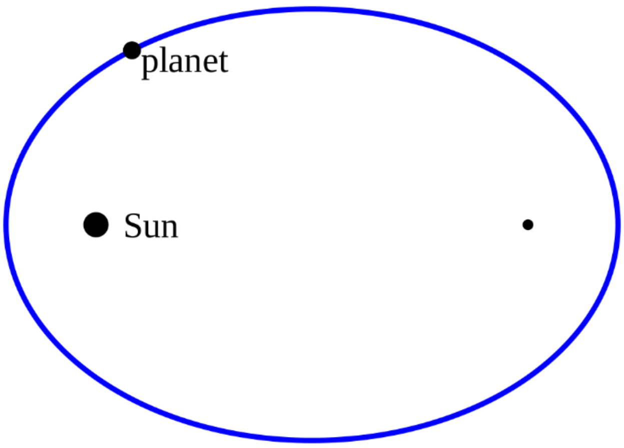
2.2. Định luật Kepler

2.2.1. Các định luật Kepler về chuyển động thiên thể

2.2.1.1. Định luật Kepler thứ nhất

Định luật Kepler một được phát biểu như sau:

"Quỹ đạo của mọi hành tinh là một hình elip với Mặt Trời nằm tại một tiêu điểm."



2.2.1.2. Định luật Kepler thứ hai

Định luật Kepler hai được phát biểu như sau:

"Đường nối hành tinh và Mặt Trời quét qua những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau."

2.2.1.3. Định luật Kepler thứ ba

Định luật Kepler hai được phát biểu như sau:

"Bình phương chu kỳ quỹ đạo của hành tinh tỷ lệ với lập phương bán trục lớn của quỹ đạo elip của hành tinh đó."

2.3. Định luật bảo toàn mômen động lượng

Công thức xác định mômen động lượng của quỹ đạo:

$$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} \tag{2.11}$$

Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$$\dot{\mathbf{h}} = \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{v} + \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{v}}$$

Có $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$; $\dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$ phương trình trên trở thành:

$$\dot{\mathbf{h}} = \dot{\mathbf{r}} \times \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{r}}$$

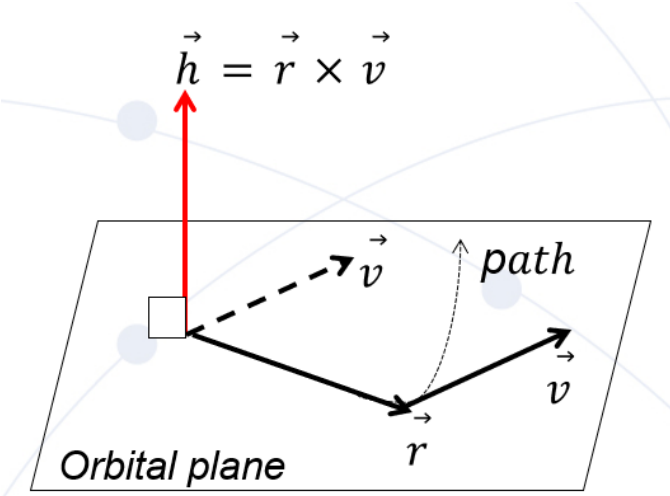
Nhưng $\dot{\mathbf{r}} \times \dot{\mathbf{r}} = 0$. Hơn nữa, từ Phương trình (2.10) có:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{r} \times \left(-\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}\right) = -\frac{\mu}{r^3}(\mathbf{r} \times \mathbf{r}) = 0$$

Điều đó có nghĩa rằng mômen động lượng được bảo toàn

$$\dot{\mathbf{h}} = 0 \quad \left(hay\ \ \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \text{constant}\right) \tag{2.12}$$

Xét trên chuyển động quỹ đạo, vì mômen động lượng **h** được bảo toàn trong quá trình chuyển động nên quỹ đạo của m_2 xung quanh m_1 tạo thành một mặt phẳng.



2.4. Định luật bảo toàn năng lượng

Phương trình năng lượng quỹ đạo *(Specific orbital energy)*:

$$\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \tag{2.13}$$

trong đó:

ε	: Tổng năng lượng trên quỹ đạo	(km^2s^{-2})
ε_k	: Tổng động năng	(km^2s^{-2})
ε_p	: Tổng thế năng	(km^2s^{-2})
v	: Vận tốc trương đối trên quỹ đạo	(m/s)
μ	: Tổng thông số hấp dẫn của các vật thể	(km^3s^{-2})
r	: Khoảng cách giữa hai vật thể	(m)

Nhắc lại Phương trình (2.10), tích vô hướng cả hai vế của phương trình với $\dot{\mathbf{r}}$ ta được:

$$\ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}$$

Chúng ta có:

$$\ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(v^2) = \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(r^2) = \frac{d}{dt}\left(\frac{r^2}{2}\right)$$

Thế vào phương trình trên, ta có:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\frac{\mu}{r^3}\frac{d}{dt}\left(\frac{r^2}{2}\right) \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{\mu}{r^3} r \frac{dr}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{\mu}{r^2}\frac{dr}{dt} = 0$$

Mà $\frac{1}{r^2}\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{r}\right)$, phương trình trên trở thành:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \mu\frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{r}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}\right) = 0$$

hoặc

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{constant} \tag{2.14}$$

Vậy năng lượng được bảo toàn khi chuyển động trong quỹ đạo.

2.5. Bảo toàn vectơ lệch tâm *(eccentricity vector)*

Phương trình xác định vectơ lệch tâm:

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{\mu} - \frac{\mathbf{r}}{r} \tag{2.15}$$

Xét đạo hàm biểu thức $(\mathbf{v}\times\mathbf{h})$, có:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) = \dot{\mathbf{v}}\times\mathbf{h} + \mathbf{v}\times\dot{\mathbf{h}}$$

Theo Định luật bảo toàn mômen động lượng đã chứng minh ở mục 2.3 nên $\dot{\mathbf{h}} = 0$, khi đó phương trình trên sẽ trở thành:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) = \dot{\mathbf{v}}\times\mathbf{h} = \dot{\mathbf{v}}\times(\mathbf{r}\times\mathbf{v})$$

Áp dụng quy tắc nhân có hướng ba vectơ ta được:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) = \mathbf{r}\cdot(\dot{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{v}) - \mathbf{v}\cdot(\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{v}}) \tag{2.16}$$

Ở đây chúng ta nhắc lại Phương trình (2.10):

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}$$

Thế vào Phương trình (2.16):

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) = \mathbf{r}\cdot\left(-\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}\right) - \mathbf{v}\cdot\left(-\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}\right)$$

Biến đổi và rút gọn phương trình trên ta nhận được:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) &= \mathbf{r}\cdot\left(-\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}\right) - \mathbf{v}\cdot\left(-\frac{\mu}{r^3}r^2\right)\\ &= -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r}\cdot(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}) + \frac{\mu}{r}\mathbf{v}\end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) = \mu\left(\frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{r}\cdot(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})}{r^3}\right)} \tag{2.17}$$

Xét đạo hàm biểu thức $\mathbf{r}/r$, có:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) &= \frac{d}{dt}\left(\mathbf{r}r^{-1}\right) = \dot{\mathbf{r}}r^{-1} - \mathbf{r}r^{-2}\dot{r}\\ &= \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{r}\dot{r}}{r^2}\end{aligned}$$

Mặt khác ta có:

$$\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{r}} = r\dot{r} \Rightarrow \dot{r} = \frac{\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{r}}}{r}$$

Thế vào phương trình trên ta được:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{r}}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}\cdot\dot{\mathbf{r}}}{r}\right)$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{r}\cdot(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})}{r^3}} \tag{2.18}$$

Xét đạo hàm hai vế Phương trình (2.15), nhận được:

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = \mu\frac{d}{dt}(\mathbf{v}\times\mathbf{h}) - \frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) \tag{2.19}$$

Thay thế Phương trình (2.17), (2.18) vào Phương trình (2.19):

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = \frac{1}{\mu}\mu\left(\frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{r}\cdot(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})}{r^3}\right) - \left(\frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{r}\cdot(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})}{r^3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d\mathbf{e}}{dt} = 0$$

Vậy vectơ lệch tâm được bảo toàn.

3. Equation Chapter 3 Section 1HÌNH DẠNG CỦA QUỸ ĐẠO (SHAPE OF ORBIT)

3.1. Phương trình quỹ đạo

Xét Phương trình (2.15), nhân tích có hướng của cả hai vế phương trình với $\mathbf{r}$, ta có:

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{e}=\mathbf{r}\cdot\left(\frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{\mu}-\frac{\mathbf{r}}{r}\right)=\frac{\mathbf{r}\cdot(\mathbf{v}\times\mathbf{h})}{\mu}-\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}}{r}$$

Ta có: $\mathbf{r}\cdot(\mathbf{v}\times\mathbf{h})=(\mathbf{r}\times\mathbf{v})\cdot\mathbf{h}=\mathbf{h}\cdot\mathbf{h}=h^2$. Khi đó, phương trình trên trở thành:

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{e}=\frac{h^2}{\mu}-\frac{r^2}{r}=\frac{h^2}{\mu}-r$$

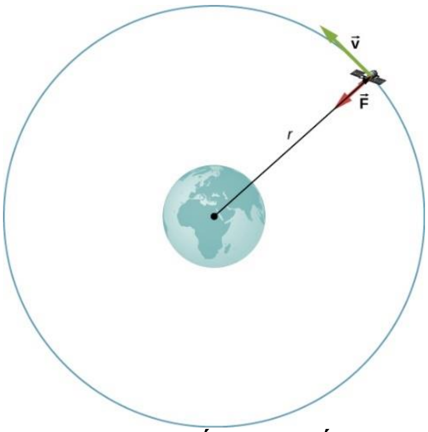
$$\Rightarrow re\cos\theta=\frac{h^2}{\mu}-r$$

Từ phương trình trên ta rút ra được phương trình quỹ đạo tổng quát:

$$\boxed{r=\frac{h^2}{\mu}\frac{1}{1+e\cos\theta}} \qquad (3.1)$$

3.2. Circular orbits

3.2.1. *Thành phần cơ bản của quỹ đạo tròn*



Ở quỹ đạo tròn chỉ có một thông số duy nhất đó chính là bán kính quỹ đạo *r* (m),

3.2.2. *Xác định các thông số quỹ đạo*

3.2.2.1. Phương trình quỹ đạo

Đối với quỹ đạo tròn thì độ lệch tâm *e = 0*, thế vào Phương trình (3.1), rút ra được phương trình quỹ đạo của quỹ đạo tròn:

$$\boxed{r = \frac{h^2}{\mu}} \tag{3.2}$$

3.2.2.2. Phương trình năng lượng

Nhắc lại Phương trình (2.13), phương trình năng lượng tổng quát:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.3}$$

Ta có: $h = rv \Rightarrow v = \dfrac{h}{r}$, thế vào Phương trình (3.3), ta được:

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2r^2} - \frac{\mu}{r}$$

Mặt khác từ Phương trình (3.2), ta rút ra được $h^2 = \mu r$, thế vào phương trình trên ta được:

$$\varepsilon = \frac{\mu r}{2r^2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2r} \tag{3.4}$$

Kết hợp Phương trình (3.3) và Phương trình (3.4), ta thu được phương trình năng lượng của quỹ đạo tròn:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2r}} \tag{3.5}$$

3.2.2.3. Vận tốc và chu kì của quỹ đạo

Để xác định vận tốc trên quỹ đạo tròn ta rút *v* từ phương trình năng lượng của quỹ đạo tròn (Phương trình (3.5)):

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}} \tag{3.6}$$

Để xác định chu kỳ *T* của quỹ đạo ta sử dụng công thức:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{3.7}$$

Trong đó do quỹ đạo tròn chuyển động với vận tốc ko đổi trên cả quỹ đạo nên $v = r\omega$, thế vào Phương trình (3.7) ta thu được chu kì của quỹ đạo tròn.

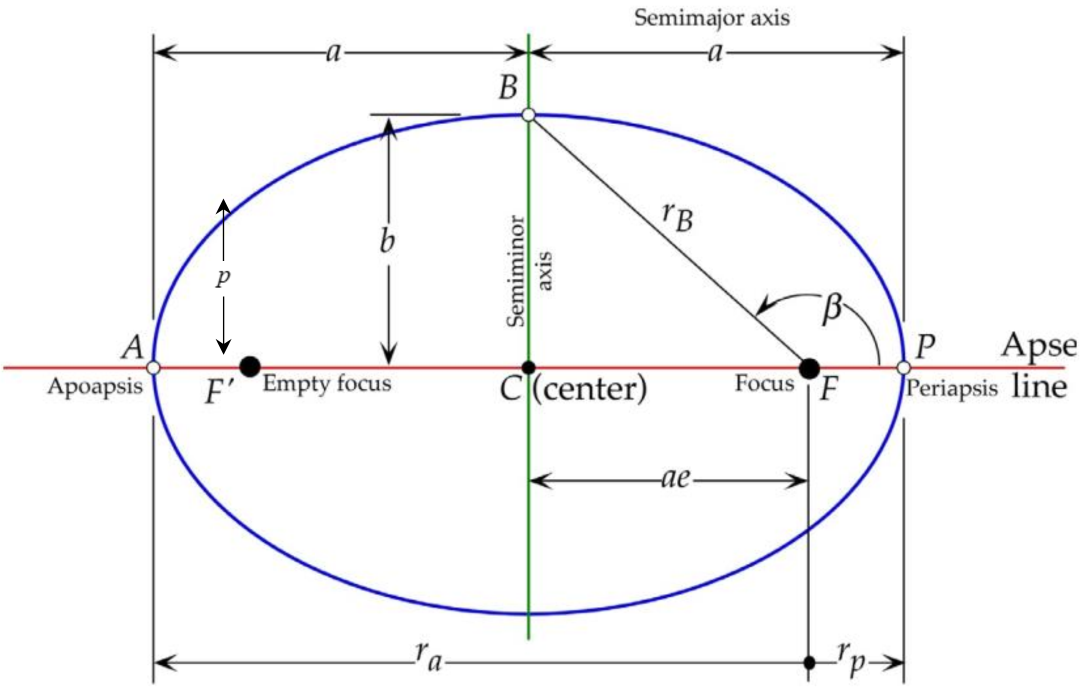
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Thế Phương trình (3.6), vào phương trình trên ta được:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{\mu}}} \tag{3.8}$$

3.3. Eliptical orbis

3.3.1. Thành phần cơ bản của quỹ đạo elip



A	: Điểm cực viễn *(Apoapsis)*
P	: Điểm cực cận *(Periapsis)*
F	: Tiêu điểm
F'	: Tiêu điểm giả
FF'	: Tiêu cự
CF, CF'	: Bán tiêu cự
C	: Tâm
a	: Bán trục lớn *(Semimajor axis)*
b	: Bán trục bé *(Semiminor axis)*
p	: Bán trục bên
r_a	: Khoảng cách từ tiêu điểm đến điểm cực viễn
r_p	: Khoảng cách từ tiêu điểm đến điểm cực cận

Một số công thức thường dùng trong elip:

Khoảng cách tới điểm cực cận:

$$\boxed{r_p = a(1-e) = \frac{p}{1+e}} \tag{3.9}$$

Khoảng cách tới điểm cực viễn:

$$\boxed{r_a = a(1+e) = \frac{p}{1-e}} \tag{3.10}$$

Bán trục lớn:

$$\boxed{a = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{p}{1-e^2}} \tag{3.11}$$

Bán trục bé:

$$\boxed{b = a\sqrt{1-e^2} = \frac{p}{\sqrt{1-e^2}}} \tag{3.12}$$

3.3.2. Xác định các thông số quỹ đạo

3.3.2.1. Phương trình quỹ đạo

Đối với quỹ đạo elip thì độ lệch tâm *0 < e < 1*, thế vào Phương trình (3.1), rút ra được phương trình quỹ đạo của quỹ đạo elip:

$$r = \frac{h^2}{\mu(1+e\,cos\theta)} \tag{3.13}$$

3.3.2.2. Phương trình năng lượng

Nhắc lại Phương trình (2.13), phương trình năng lượng tổng quát:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.14}$$

Ta có: $h = rv \Rightarrow v = \dfrac{h}{r}$, thế vào Phương trình (3.14), ta được:

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2r^2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.15}$$

Xét tại điểm cực cận có $\theta = 0^o$, thì khi đó Phương trình (3.13) trở thành:

$$r_p = \frac{h^2}{\mu(1+e)} \Rightarrow h^2 = \mu(1+e)r_p$$

Thế vào Phương trình (3.15), ta được:

$$\varepsilon = \frac{\mu(1+e)r_p}{2r_p^2} - \frac{\mu}{r_p} = \frac{\mu(1+e)}{2r_p} - \frac{\mu}{r_p} = \frac{\mu(1+e)-2\mu}{2r_p}$$
$$= \frac{-\mu+\mu e}{2a(1-e)} = \frac{-\mu(1-e)}{2a(1-e)} = \frac{-\mu}{2a}$$

Do năng lượng được bảo toàn (đã được chứng minh ở phần trước). Vậy nên ta có thể nói rằng:

$$\varepsilon = -\frac{\mu}{2a} \tag{3.16}$$

Kết hợp Phương trình (3.14) và Phương trình (3.16), ta thu được phương trình năng lượng của quỹ đạo elip:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}} \tag{3.17}$$

3.3.2.3. Vận tốc và chu kì của quỹ đạo

Để xác định vận tốc trên quỹ đạo tròn ta rút *v* từ phương trình năng lượng của quỹ đạo elip (Phương trình (3.17)):

$$\boxed{v = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}} \tag{3.18}$$

Để xác định chu kỳ *T* của quỹ đạo elip chúng ta sẽ sử dụng định luật Kepler thứ 2. Ta xét trong một khoảng thời gian Δt, giả sử vật đã quét được một góc $\Delta\theta$, tạo ra một diện tích ΔA, thì:

$$\Delta A = \frac{1}{2}r(r\Delta\theta) = \frac{1}{2}r^2\Delta\theta$$

Tại đây ta sử dụng công thức của giới hạn:

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{3.19}$$

Suy ra:

$$\frac{dA}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{2}r^2\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{2}r^2\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}r^2\dot{\theta}$$

Mặt khác, ta lại có $h = r^2\dot{\theta}$, thế vào phương trình trên ta được:

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = \frac{h}{2} = \text{constant}} \tag{3.20}$$

Vậy ta xét đối với một vòng quay hoàn toàn, $dA = \pi ab$ và $dt = T$. Do đó, $\pi ab = (h/2)T$, hoặc

$$T = \frac{2\pi ab}{h} \tag{3.21}$$

Do mômen động lượng được bảo toàn, nên ta xét tại điểm cực cận có $\theta = 0^o$, thì khi đó Phương trình (3.13) trở thành:

$$r_p = \frac{h^2}{\mu(1+e)} \Rightarrow h^2 = \mu(1+e)r_p = \mu p = \mu a(1-e^2)$$
$$\Rightarrow h = \sqrt{\mu a(1-e^2)}$$

Thế phương trình trên và Phương trình (3.12), ta được:

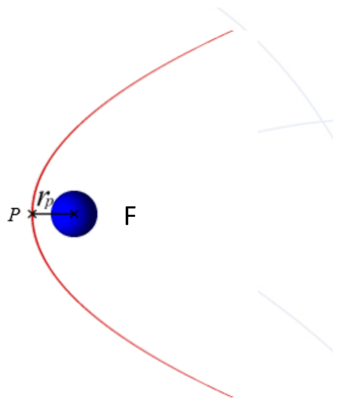
$$T = \frac{2\pi a a\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{\mu a(1-e^2)}} = \frac{2\pi a^2}{\sqrt{\mu a}}$$

Hay chu kỳ quỹ đạo của quỹ đạo elip là:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}} \tag{3.22}$$

3.4. Parabolic trajectories

3.4.1. Thành phần cơ bản của quỹ đạo parabol



P	: Điểm cực cận
r_p	: Khoảng cách từ tiêu điểm đến điểm cực cận
F	: Tiêu điểm

3.4.2. Xác định các thông số quỹ đạo

3.4.2.1. Phương trình quỹ đạo

Đối với quỹ đạo parabol thì độ lệch tâm *e = 1*, thế vào Phương trình (3.1), rút ra được phương trình quỹ đạo của quỹ đạo elip:

$$\boxed{r = \frac{h^2}{\mu\left(1 + cos\,\theta\right)}} \tag{3.23}$$

3.4.2.2. Phương trình năng lượng

Nhắc lại Phương trình (2.13), phương trình năng lượng tổng quát:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.24}$$

Ta có: $h = rv \Rightarrow v = \frac{h}{r}$, thế vào Phương trình (3.24), ta được:

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2r^2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.25}$$

Xét tại điểm cực cận có $\theta = 0^o$, thì khi đó Phương trình (3.23) trở thành:

$$r_p = \frac{h^2}{2\mu} \Rightarrow h^2 = 2\mu r_p$$

Thế vào Phương trình (3.25), ta được:

$$\varepsilon = \frac{2\mu r_p}{2r_p^2} - \frac{\mu}{r_p} = 0 \tag{3.26}$$

Kết hợp Phương trình (3.24) và Phương trình (3.26) , ta thu được phương trình năng lượng của quỹ đạo parabol:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = 0} \tag{3.27}$$

3.4.2.3. Vận tốc và chu kì của quỹ đạo

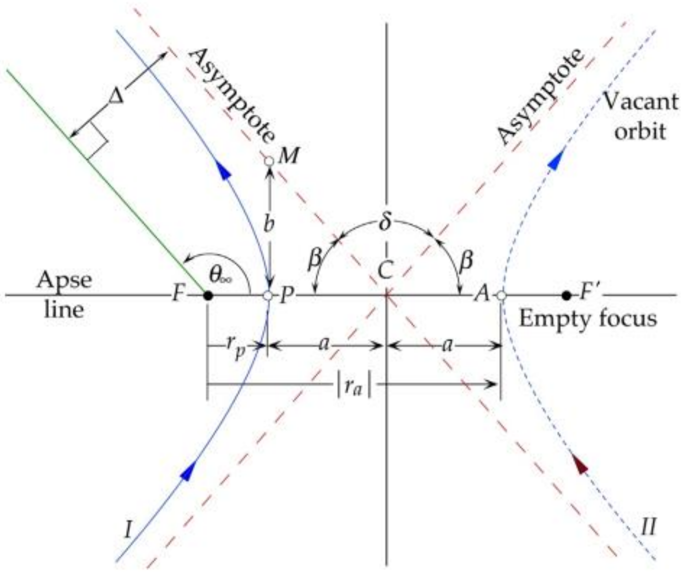
Để xác định vận tốc trên quỹ đạo tròn ta rút *v* từ phương trình năng lượng của quỹ đạo parabol (Phương trình (3.27)):

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}} \tag{3.28}$$

Do parabol là một quỹ đạo hở cho nên không xác định chu kì của quỹ đạo.

3.5. Hyperbolic trajectories

3.5.1. Thành phần cơ bản của quỹ đạo hyperbol



A	: Điểm cực viễn *(Apoapsis)*
P	: Điểm cực cận *(Periapsis)*
F	: Tiêu điểm
F'	: Tiêu điểm giả
FF'	: Tiêu cự
CF, CF'	: Bán tiêu cự
C	: Tâm
a	: Bán trục lớn *(Semimajor axis)*
b	: Bán trục bé *(Semiminor axis)*
p	: Bán trục bên
r_a	: Khoảng cách từ tiêu điểm đến điểm cực viễn
r_p	: Khoảng cách từ tiêu điểm đến điểm cực cận

Một số công thức thường dùng trong hyperbol:

Khoảng cách tới điểm cực cận:

$$\boxed{r_p = a(e-1)} \tag{3.29}$$

Khoảng cách tới điểm cực viễn:

$$\boxed{r_a = a(e+1)} \tag{3.30}$$

Bán trục lớn:

$$\boxed{a = \frac{|r_a| - r_p}{2} = \frac{-r_a - r_p}{2}} \tag{3.31}$$

Bán trục bé:

$$\boxed{b = a\sqrt{e^2 - 1}} \tag{3.32}$$

3.5.2. *Xác định các thông số quỹ đạo*

3.5.2.1. Phương trình quỹ đạo

Đối với quỹ đạo parabol thì độ lệch tâm *e > 1*, thế vào Phương trình (3.1), rút ra được phương trình quỹ đạo của quỹ đạo hyperbol:

$$\boxed{r = \frac{h^2}{\mu(1 + e\cos\theta)}} \tag{3.33}$$

3.5.2.2. Phương trình năng lượng

Nhắc lại Phương trình (2.13), phương trình năng lượng tổng quát:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.34}$$

Ta có: $h = rv \Rightarrow v = \frac{h}{r}$, thế vào Phương trình (3.34), ta được:

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2r^2} - \frac{\mu}{r} \tag{3.35}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, ta có:

$$\varepsilon = \varepsilon_p = \frac{h^2}{2r_p^2} - \frac{\mu}{r_p} \tag{3.36}$$

Xét tại điểm cực cận có $\theta = 0^o$, thế vào Phương trình (3.33), ta có:

$$r_p = \frac{h^2}{\mu(1+e)} \tag{3.37}$$

Thế Phương trình (3.37) và Phương trình (3.36), ta thu được

$$\varepsilon = \frac{\mu^2(e^2 - 1)}{2h^2} \tag{3.38}$$

Xét tại điểm cực cận có $\theta = 180^o$, thế vào Phương trình (3.33), ta có:

$$r_a = \frac{h^2}{\mu(1-e)} \tag{3.39}$$

Thế Phương trình (3.37) và Phương trình (3.39) vào Phương trình (3.31), ta có:

$$a = -\frac{h^2}{2\mu}\left(\frac{1}{1-e} + \frac{1}{1+e}\right) = \frac{h^2}{2\mu}\frac{1}{e^2-1} \tag{3.40}$$

Kết hợp Phương trình (3.38) và Phương trình (3.40), nhận thấy:

$$\varepsilon = \frac{\mu}{2a}$$

Vậy ta có thể rút ra được phương trình năng lượng của quỹ đạo hyperbol:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \frac{\mu}{2a}} \tag{3.41}$$

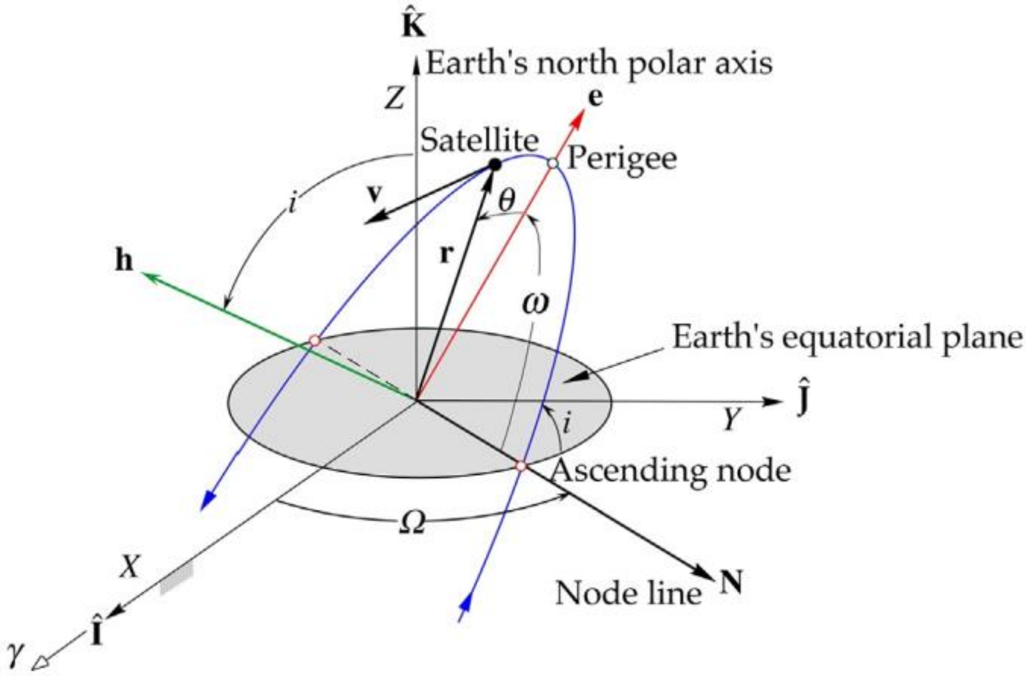
3.5.2.3. Vận tốc và chu kì của quỹ đạo

Để xác định vận tốc trên quỹ đạo tròn ta rút *v* từ phương trình năng lượng của quỹ đạo hyperbol (Phương trình (3.41)):

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\mu}{r} + \frac{\mu}{a}}} \tag{3.42}$$

Do hyperbol là một quỹ đạo hở cho nên không xác định chu kì của quỹ đạo.

4. CÁC THÀNH PHẦN CỦA QUỸ ĐẠO *(ORBIT ELEMENTS)*



h	: Mômen động lượng	Mômen không đổi nghĩa là vật chuyển động trên cùng mặt phẳng
i	: Độ nghiêng	Xác định độ nghiêng của mặt phẳng quỹ đạo so với mặt phẳng xách đạo
Ω	: Xích kinh	Tính từ hướng xuân phân đến điểm lên của quỹ đạo
e	: Độ lệch tâm của quỹ đạo	Xác định hình dạng quỹ đạo
ω	: Góc điểm cận	Xác định trục lớn của quỹ đạo
θ	: Dị thường thực	Xác định vị trí của vật thể trên quỹ đạo

5. PHÂN LOẠI QUỸ ĐẠO

5.1. LEO – Low Earth Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo Trái Đất tầm thấp
- Độ cao: từ 200 đến 2000 km
- Chu kỳ: từ 90 đến 120 phút
- Bay nhanh để thắng được lực hút của Trái Đất (tốc độ 7.5 km/s)
- Độ trễ tín hiệu truyền về khoảng 20 ms
- Thời gian tối đa có thể nhìn thấy vệ tinh lên tới 20 phút
- Hệ thống phải đối phó với sự thay đổi Doppler lớn
- Lực cản của khí quyển dẫn đến sự sụt giảm quỹ đạo
- Vùng phủ sóng nhỏ
- Tuổi thọ ngắn (5-8 năm)

5.2. MEO – Medium Earth Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo Trái Đất tầm trung
- Độ cao: từ 200 đến dưới 20000 km
- Chu kỳ: từ 2 đến 24 giờ
- Độ trễ tín hiệu truyền về khoảng 50 ms
- Thời gian tối đa có thể nhìn thấy vệ tinh khoảng vài giờ
- Hệ thống phải đối phó với sự thay đổi Doppler lớn
- Vùng phủ sóng rộng hơn LEO, phù hợp cho thông tin liên lạc
- Lượng bức xạ lớn

5.3. GEO – Geostationary Earth Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo địa tĩnh (Quỹ đạo đồng bộ không nghiêng)
- Độ cao: 35786 km
- Quỹ đạo tròn và thuộc mặt phẳng xích đạo, vì vậy độ nghiêng là 0
- Vệ tinh ở quỹ đạo địa tĩnh quay xung quanh Trái Đất với cùng vận tốc quay của Trái Đất
- Vệ tinh ở GEO quan sát cả 24 giờ ở các khu vực
- Phủ sóng hơn 40% diện tích bề mặt Trái Đất với 3 vệ tinh đủ để phủ sóng toàn bộ Trái Đất

- Tuổi thọ 10 đến 15 năm
- Tín hiệu yếu hơn và bị chậm nhiều hơn vì khoảng cách xa

5.4. GSO – Geosynchronous Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo Trái Đất đồng bộ
- Độ cao: Giống với GEO
- Quỹ đạo không phải hình tròn và không thuộc mặt phẳng xích đạo, vì vậy độ nghiêng khác 0. Có nhiều quỹ đạo địa tĩnh
- Các đặc điểm khác giống với GEO

5.5. HEO – High Earth Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo Trái Đất tầm trung
- Độ cao: trên 35786 km
- Chu kỳ: hơn 24 giờ
- Độ phủ sóng rộng
- Độ nghiêng: từ 0^o đến 90^o
- Vận tốc quỹ đạo của chúng thấp hơn tốc độ quay của Trái Đất, làm cho đường chạy trên mặt đất của chúng di chuyển về phía tây trên bề mặt Trái Đất

5.6. Polar Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo cực
- Bay từ cực Bắc đến cực Nam
- Độ nghiêng khoảng 90^o
- Độ cao: Giống với LEO
- Sự quay của Trái Đất cùng với sự di chuyển nhanh của vệ tih có thể phủ sóng nhiều vùng hơn
- Sử dụng cho khí tượng, khảo sát địa lý, GPS

5.7. Sun Synchronous Orbit

- Tiếng Việt: Quỹ đạo đồng bộ Mặt trời
- Góc giữa mặt phẳng quỹ đạo và Mặt Trời là cố định
- Quỹ đạo quay khoảng 1 độ/ngày
- Vệ tinh đi qua một vị trí vào cùng một thời điểm mỗi ngày
- Phù hợp với các vệ tinh nghiên cứu mùa
- Độ nghiêng khoảng 90^o
- Độ cao: từ 200 tới 1000 km
- Chu kỳ: từ 90 đến 100 phút