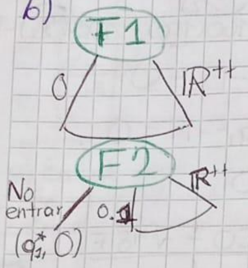
Taller 10

Pregunta 1) a) $U_2 = 1000q_2 - 3q_2^2 - 3q_2q_1 - 100q_2 - F$

$\partial U_2/\partial q_2 = 1000 - 6q_2 - 3q_1 - 100 \overset{=0}{\longrightarrow} q_2^* = 900 - 3q_1/6$

b)



Podemos simplificar la función óptima de q_2 así:
$q_2 = (900/6) - (3q_1/6) = 150 - 1/2(q_1)$

$\longrightarrow$ Para que $q_2^* = 0$, o sea F2 NO entre
$0 = 150 - q_1/2 \longrightarrow q_1 = 300$

$q_1 < 300$

Si F2 entra: Sabemos que $q_2^* = \cancel{}\ 900 - 3/6(q_1)$ así que metemos q_2^* en U_1 (interiorizar en F2 q_2^*).

$U_1' = [1000 - 3(q_1 + (900 - 3/6(q_1)))]q_1 - 100q_1 - \cancel{F}^{0} =$
$= 1000q_1 - 3q_1^2 - 450q_1 + 3/2(q_1^2) - 100q_1$

$\partial U_1'/q_1 = 1000 - 6q_1 - 450 + 3q_1 - 100 \overset{=0}{\longrightarrow} 450 - 3q_1 = 0 \longrightarrow q_1^* = 150$

Ahora $q_2^* = 150 - 1/2(q_1^*) = 150 - 1/2(150) = 150/2 = 75$

Si $q_1 \geq 300$ q_2 NO juega $\longrightarrow U_1 = [1000 - 3(q_1)]q_1 - 100q_1 - \cancel{F}^{0}$

$\longrightarrow \partial U_1/q_1 = 1000 - 6q_1 - 100 \overset{=0}{\longrightarrow} 900 - 6q_1 \overset{=0}{\longrightarrow} q_1^* = 900/6 = 150$

*De hecho, $U_1(300, 0) = [1000 - 3(300+0)]300 - 100(300) = 0$
$U_1(301, 0) = [1000 - 3(301+0)]301 - 100(301) = -903$

*El punto de evaluar el escenario en que F2 NO entra es ver que para F1 NO es una mejor respuesta. Aún forzando a que F2 NO entre, lo óptimo para F1 sería jugar 150 y dejar entrar a F2. Si evaluamos la utilidad de $q_1 = 300$ vemos que gana 0, y aumentar q_1 le dará utilidad negativa. Todo escenario con $300 \leq q_1$ es inviable, F1 NO lo juega.

$\longrightarrow$ Ahí vamos al escenario 2, donde $\underset{\text{estrategia F1}}{q_1 = 150}$ y $\underset{\text{estrategia F2}}{q_2 = 75} \Longrightarrow$ Nash $= (150, 75)$ Nash

Precio equilibrio: $P = 1000 - 3Q \longrightarrow P = 1000 - 3(150 + 75) = 325$ P

U_1 en equilibrio: $[1000 - 3(150 + 75)]150 - 100(150) - \cancel{F}^{0} = 33750$ U_1

U_2 en equilibrio: $[1000 - 3(150 + 75)]75 - 100(75) - \cancel{F}^{0} = 16875$ U_2

c) F2 entra si $U_2 > 0$, por lo cual evaluaré $U_2 = 0$ reemplazando $q_2^* = 150 - \frac{1}{2}(q_1)$

$$U_2' = [1000 - 3(q_1 + (150 - q_1/2))](150 - q_1/2) - 100(150 - q_1/2) - F = 0$$

$$= 1000(150) - 1000(q_1/2) - 450(q_1/2) - \cancel{450(150)} - 450 + 3/2(q_1^2/2)$$
$$- 450(150) + 450(q_1/2) + 3/2(150)(q_1) - 3/4(q_1^2) - 100(150) + 100(q_1/2) - F$$

$$= 450(150) - \underset{900}{\cancel{\;\;}}(q_1/2) \cancel{\;\;\;\;} + 3/4(q_1^2) - F = 0$$

Llamaré $450(150) = K$ por facilidad $\Rightarrow 4K - 4(450\,q_1) + 3q_1^2 - F = 0$

Tenemos una cuadrática $3q_1^2 - \overbrace{4(450)}^{h}q_1 - [F + 4K] = 0$

$$q_1 = -h \pm \sqrt{h^2 - 4(3)(F + 4K)} \Big/ 2(3) \xrightarrow[h \text{ y } K]{\text{reemplazando}} q_1 = \frac{1800 \pm \sqrt{48F}}{6}$$

$$\rightarrow \boxed{q_1^{lim} = 300 \pm \sqrt{48F}/6}$$

Tomamos la suma porque dará el mayor valor

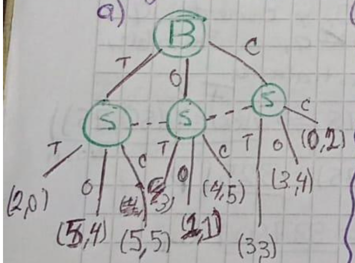
d) Sabemos que F es un costo fijo, constante, NO depende de q_1 ó q_2, y ambas firmas ya interiorizaron el costo en su utilidad. Del punto "b" sabemos que la utilidad de F2 óptima es 16,875.

e)
- si $F = 18723 \rightarrow q^{lim} = 458$
- si $F = 8112 \rightarrow q^{lim} = 404$
- si $F = 1728 \rightarrow q^{lim} = 348$
- si $F = 108 \rightarrow q^{lim} = 312$

Del punto "a" sabemos que $q_2^* = 75$ y $q_1^* = 150$, sin importar cuanto sea F. El tema es que para F muy altos F2 NO puede entrar, pues con 18.000 de costo fijo ya es mayor que su máxima utilidad posible. Con F alto tenemos un monopolio natural, pero entre más bajo sea F, más fácil es para F2 entrar

Pregunta 2)

a)



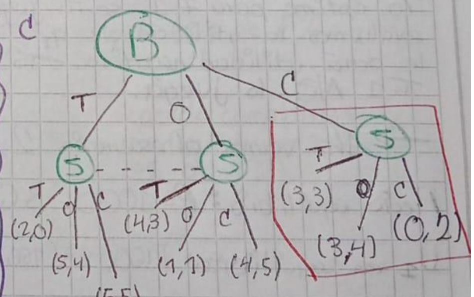
Solo hay un subjuego, el juego mismo

b)

B\S	T	O	C
T	2, 0	5, 4	5, 5
O	4, 3	1, 1	4, 5
C	3, 3	3, 4	0, 2

Nash: (T, C); como el único subjuego es el juego completo, NO hay Nash que NO sea un equilibrio perfecto en subjuegos

c)



Hay 2 subjuegos, el marcado con rojo y el completo

~~Continuación~~ d)

Completo

B \ S	(T,T)	(T,O)	(T,C)	(O,T)	(O,O)	(O,C)	(C,T)	(C,O)	(C,C)
T	2, 0	2, 0	2, 0	5, 4	5, 4	5, 4	5, 5	5, 5	5, 5
O	4, 3	4, 3	4, 3	1, 1	1, 1	1, 1	4, 5	4, 5	4, 5
C	3, 3	3, 3	3, 3	3, 4	3, 4	3, 4	0, 2	0, 2	0, 2

Subjuego rojo

B \ S	T	O	C
C	3, 3	3, 4	0, 2

e) En el punto "b" hallamos un Nash en (T, C).
En el punto "d" hay Nash en: {[(T),(C,T)], [T,(C,O)], [T,(C,C)]} (juego completo)
En el subjuego del punto "d" hay Nash: (C, O)

Para el punto "b" el Nash es un Eq. perfecto en subjuegos, pero en "d", aún habiendo 3 perfiles Nash, ninguno es un Eq. perfecto en subjuegos, pues NO son Nash en el subjuego indicado

Pregunta 3) a) $N=\{1,2\}$; $S_1=\{(d,r),(d,s),(i,r),(i,s)\}$; $S_2=\{(a,m),(a,v),(b,m),(b,v)\}$

Normal Completo

1 \ 2	(a,m)	(a,v)	(b,m)	(b,v)
(d,r)	0, 0	0, 0	1, 2	1, 2
(d,s)	4, 5	4, 5	3, 4	3, 4
(i,r)	1, 2	0, 6	1, 2	0, 6
(i,s)	1, 2	0, 6	1, 2	0, 6

Nash: {[(d,s),(a,m)],
[(d,s),(a,v)]}

b) Subjuego Derecha (1 juega "i")

1 \ 2	m	v
i	1, 2	0, 6

Nash: (i, v)

Subjuego izquierda (1 juega "d")

1 \ 2	a	b
r	0, 0	1, 2
s	4, 5	3, 4

Nash: (s, a)

Nota: Para el nodo terminal que acaba donde 2 juega "v" NO veo bien si es un 0 ó un 6; asumí que es 6
→ Esto solo afecta el Nash del subjuego derecha, los otros Nash quedan igual

El Eq. perfecto de subjuegos: si es 0: [(d,s),(a,m)]
si es 6: [(d,s),(a,v)]