0.1 Тестовое Задание

1. Перейдем к системе уравнений первого порядка путем замены $\dot{x} = v_x$, $\dot{y} = v_y$, получим систему:

$$\dot{x} = v_x$$

$$\dot{y} = v_y$$

$$\dot{v_x} = -\frac{xT}{Lm}$$

$$\dot{v_y} = -\frac{yT}{Lm} - g(t)$$

$$L^2 = x^2 + y^2$$

2. Дважды продифференцируем условие на сохранение длины стержня, чтобы получить систему дифференциально-алгебраических уравнений с индексом 1. Найдем новое условие:

$$0 = Lm(v_x^2 + v_y^2 - yg(t)) - T(x^2 + y^2)$$

3. Решим данную дифференциально-алгебраическую систему, используя неявный метод трапеции. Полученная система алгебраических уравнений будет решаться модифицированным методом Ньютона, в качестве прогноза для выбора начальной итерации выбрана стандартная схема.

4. После реализации данных методов в Python получим графики $x(t), y(t), \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$ на интервале [0, 2]

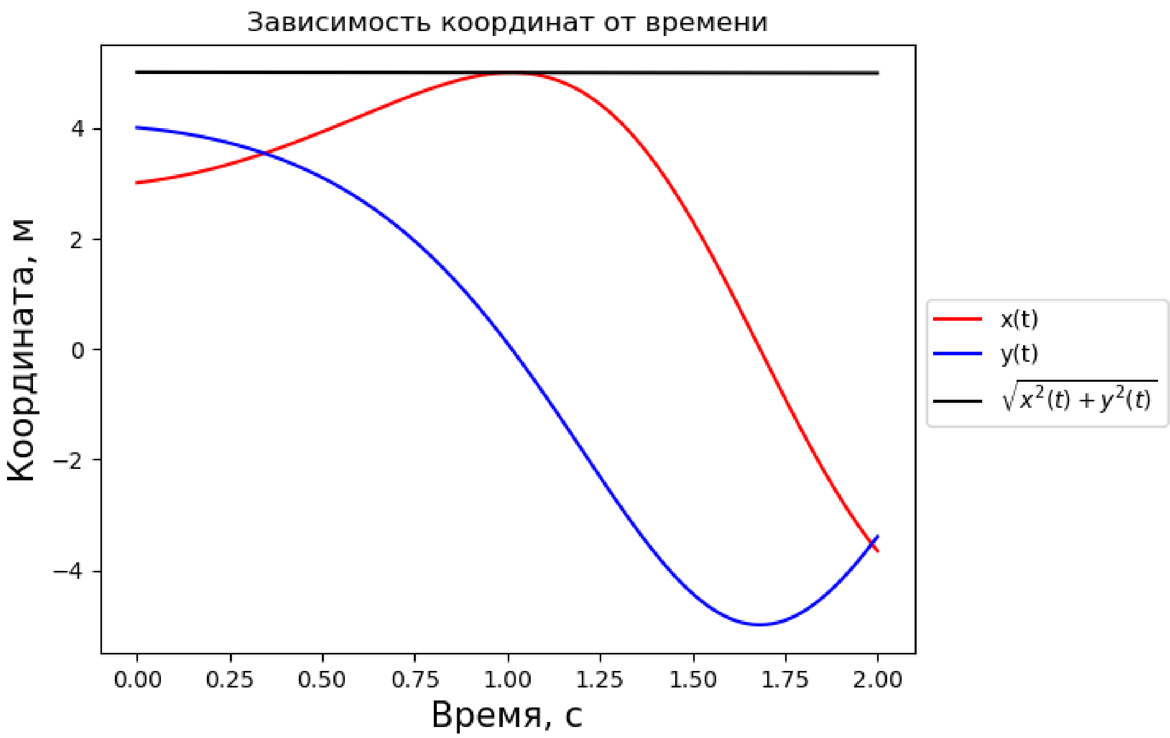

Рис. 1: Зависимость времени от координаты на интервале времен [0, 2].

5. График $\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}$ соответствует прямой линии, как и ожидалось.

6.Так как система была приведена к индексу равному одному, то теряется изначальное условие сохранения длины стержня и при построении графика на большем интервале заметно отклонение, чтобы этого избежать добавим к полученному условию линейную комбинацию из изначального условия и его первой производной по времени.

7. С данной поправкой получим графики $x(t), y(t), \sqrt{x^2(t)+y^2(t)}$ на интервале [0, 100]

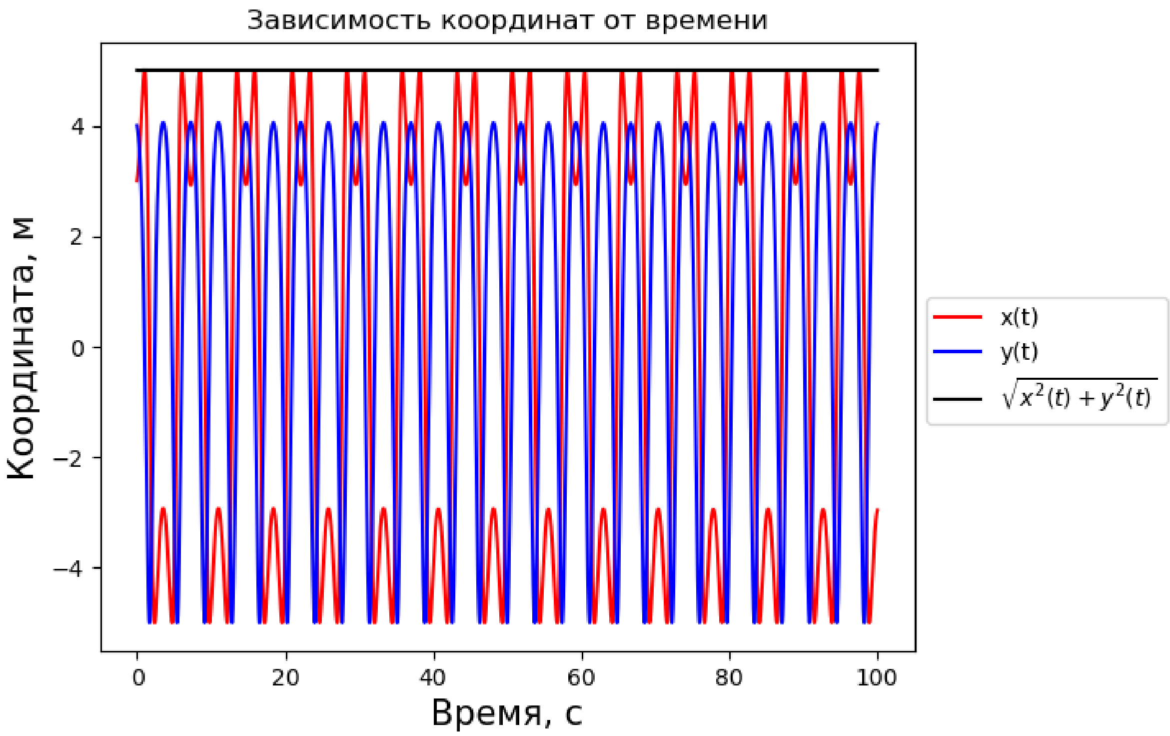

Рис. 2: Зависимость времени от координаты на интервале времен [0, 100].

8.Можно видеть сохранение длины стержня маятника

.