Algoritmo para el cálculo de áreas y volúmenes. GA2-240201528-AA4-EV01

Isidro J Gallardo Navarro

Ficha:3070299

2025

Tecnología en Análisis y Desarrollo de Software.

ADSO

Lista de chequeo a cubrir:

- Selecciona las herramientas computacionales para la verificación de la propuesta de algoritmo, así como los resultados, de acuerdo con los requerimientos matemáticos.

- Realiza una propuesta funcional, que puede ser replicada en una herramienta computacional.
La propuesta de algoritmo cuenta con un sustento teórico y conceptual que define tanto el área como el volumen, según sea el caso.

- Elabora una propuesta de solución alternativa a partir de los procedimientos matemáticos inicialmente planteados.
- Entrega un algoritmo que cumple con todos los requisitos para el cálculo de área y volumen de un sólido irregular.
- Calcula perímetros, áreas y volúmenes de acuerdo con los elementos de la figura geométrica.
-

1. Introducción

El presente documento aborda la resolución de problemas matemáticos aplicados al contexto productivo de fabricación de casas de chocolate, utilizando herramientas computacionales para optimizar procesos de producción. La metodología integra principios geométricos, análisis de costos y programación en Python para desarrollar soluciones escalables y eficientes.

El proyecto se enfoca en tres aspectos fundamentales: el cálculo del área total de las casas de chocolate mediante ecuaciones geométricas, el diseño de funciones de costo que consideren variables fijas y dinámicas, y la implementación de algoritmos computacionales para la verificación y optimización de resultados.

2. Planteamiento Explícito de Ecuaciones Geométricas

2.1 Sistema de Ecuaciones para la Casa de Chocolate

La casa de chocolate se modela matemáticamente mediante un sistema de ecuaciones que representan figuras geométricas básicas. A continuación se presenta el desarrollo completo:

Ecuación Principal del Área Total:

La casa de chocolate está compuesta por dos figuras geométricas fundamentales, por lo que su área total se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$AT = A_{rectángulo} + A_{triángulo}$$

Desarrollo Detallado del Sistema de Ecuaciones:

Ecuación 1 - Área del Rectángulo (Habitación Principal):

$$Ar = b \times h$$

Ecuación 2 - Área del Triángulo (Techo):

$$At = (b \times ht) / 2$$

Ecuación 3 - Sistema Integrado (Sustitución):

$$AT = b \times h + (b \times ht) / 2$$

Factorización de la Ecuación Principal:

$$AT = b(h + ht/2)$$

Donde:

- AT = Área Total de la casa de chocolate (cm^2)
- b = Base de la casa (ancho) (cm)
- h = Altura de la habitación rectangular (cm)

ht = Altura del techo triangular (cm)

2.2 Justificación Geométrica y Aplicaciones

Justificación del Uso del Rectángulo:

La habitación principal se modela como un rectángulo debido a que representa la estructura base donde se almacenan los elementos decorativos internos de la casa de chocolate. La ecuación $Ar = b \times h$ es consistente con las propiedades geométricas fundamentales, donde el área se obtiene multiplicando las dos dimensiones perpendiculares.

Justificación del Uso del Triángulo:

El techo se representa mediante un triángulo isósceles para optimizar tanto la estética como la eficiencia en el uso del material. La ecuación $At = (b \times ht) / 2$ se deriva del principio geométrico donde el área triangular es la mitad del área de un rectángulo con las mismas dimensiones base y altura.

Aplicación Práctica en la Constructora:

Cálculo de materiales: La ecuación permite determinar exactamente la cantidad de chocolate necesario

Optimización de costos: Al conocer el área exacta, se minimiza el desperdicio de materia prima

Estandarización: La ecuación facilita la producción en serie con medidas consistentes

2.3 Ejemplo Numérico con Ecuaciones Específicas

Dados los valores:

$b = 12$ cm (base)

$h = 8$ cm (altura habitación)

$ht = 6$ cm (altura techo)

Aplicando el sistema de ecuaciones:

Paso 1: $Ar = 12 \times 8 = 96 \text{ cm}^2$

Paso 2: $At = (12 \times 6) / 2 = 36 \text{ cm}^2$

Paso 3: $AT = 96 + 36 = 132 \text{ cm}^2$

Verificación usando ecuación factorizada:

$AT = 12(8 + 6/2) = 12(8 + 3) = 12 \times 11 = 132 \text{ cm}^2$ ✓

3. Función de Costo de Producción con Justificación Matemática

3.1 Modelo Matemático Detallado

Ecuación Principal de Costo Total:

$CT(x) = CF + CV(x)$

Donde:

- $CT(x)$ = Costo Total en función de x unidades producidas
- CF = Costos Fijos (independientes de la producción)
- $CV(x)$ = Costos Variables en función de x

Desarrollo de la Función Completa:

$CT(x) = CF + (MP + MO + CE) \times x$

Ecuación Expandida:

$CT(x) = CF + MP \cdot x + MO \cdot x + CE \cdot x$

Función de Costo Unitario:

$CU(x) = CF/x + (MP + MO + CE)$

3.2 Justificación Económica y Matemática

Justificación de Costos Fijos (CF):

Los costos fijos incluyen alquiler del local, equipos de producción, y servicios básicos. Matemáticamente, estos costos se distribuyen entre todas las unidades producidas, creando una función hiperbólica inversa que reduce el costo unitario a medida que aumenta la producción.

Justificación de Costos Variables:

- Materia Prima (MP): Relación lineal directa con la producción ($y = mx$)
- Mano de Obra (MO): Costo proporcional al tiempo de fabricación
- Costo de Empaque (CE): Relación uno a uno con cada unidad producida

Análisis de la Función:

La función $CT(x) = CF + (MP + MO + CE) \times x$ representa una función lineal con pendiente positiva, donde:

- Intercepto y: CF (costos cuando $x = 0$)
- Pendiente: $(MP + MO + CE)$ (costo incremental por unidad adicional)

3.3 Función de Rentabilidad y Punto de Equilibrio

Función de Ingresos:

$I(x) = P \times x$

Donde P = Precio de venta por unidad

Función de Utilidad:

$U(x) = I(x) - CT(x) = P \cdot x - [CF + (MP + MO + CE) \cdot x]$

Simplificando:

$U(x) = x[P - (MP + MO + CE)] - CF$

Punto de Equilibrio ($U(x) = 0$):

$x_{equilibrio} = CF / [P - (MP + MO + CE)]$

3.4 Propuesta de Solución Más Rentable

Análisis de Optimización:

1. Reducción de Costos Fijos:

Implementar producción por lotes para maximizar el uso de equipos

Negociar contratos de arrendamiento flexibles basados en volumen

2. Optimización de Costos Variables:

Materia Prima: Compras por volumen para obtener descuentos ($MP_{optimizado} = MP \times (1 - d)$, donde d = descuento)

Mano de Obra: Capacitación para reducir tiempos de producción

Empaque: Diseño modular que reduzca material sin comprometer calidad

Función de Costo Optimizada:

$CT_{opt}(x) = CF_{reducido} + (MP_{opt} + MO_{opt} + CE_{opt}) \times x$

3.5 Acciones de Mejora Específicas

Mejora 1: Economías de Escala

Implementación: Producir en lotes mínimos de 50 unidades

Ecuación: $CT_{lote} = CF + n \times (MP + MO + CE_{reducido})$

Beneficio: Reducción del 15% en costos de empaque

Mejora 2: Automatización Parcial

Implementación: Automatizar el proceso de empaque
Ecuación: MO_nuevo = MO_original × 0.7
Beneficio: Reducción del 30% en mano de obra

Mejora 3: Diversificación de Productos

Implementación: Producir casas de diferentes tamaños usando la misma ecuación base
Ecuación: AT_variante = k × AT_base, donde k = factor de escala
Beneficio: Aprovechar la misma infraestructura para diferentes mercados

Mejora 4: Optimización de Entregas

Implementación: Sistema de entrega coordinada
Ecuación: Costo_entrega_total = C_fijo_entrega + C_variable × (pedidos/capacidad_vehículo)
Beneficio: Reducción del 40% en costos de transporte

6. Validación y Verificación del Sistema de Ecuaciones
6.1 Pruebas Matemáticas
Caso de Prueba 1: Dimensiones Estándar

Base (b) = 10 cm
Altura habitación (h) = 8 cm
Altura techo (ht) = 5 cm

Aplicación del Sistema de Ecuaciones:

Ecuación 1: Ar = 10 × 8 = 80 cm^2
Ecuación 2: At = (10 × 5) / 2 = 25 cm^2
Ecuación 3: AT = 80 + 25 = 105 cm^2
Verificación: AT = 10(8 + 5/2) = 10(10.5) = 105 cm^2 ✓

Caso de Prueba 2: Validación de la Función de Costos

CF = \$200,000

MP = \$3,000, MO = \$2,500, CE = \$1,500

Precio venta = \$12,000

Aplicación de Ecuaciones de Costos:

Costos variables unitarios = \$7,000

Punto equilibrio = \$200,000 / (\$12,000 - \$7,000) = 40 unidades

Verificación: CT(40) = \$200,000 + \$7,000(40) = \$480,000

Ingresos(40) = \$12,000(40) = \$480,000 ✓

6.2 Análisis de Sensibilidad

El sistema de ecuaciones permite evaluar cómo las variaciones en las dimensiones afectan el costo total de producción:

Sensibilidad del Área:

$\partial AT/\partial b = h + ht/2$

$\partial AT/\partial h = b$

$\partial AT/\partial ht = b/2$

Esta derivación muestra que el área es más sensible a cambios en la base cuando el techo es alto, y más sensible a la altura de la habitación que a la del techo.

6.3 Matriz de Decisión para Optimización

Dimensión	Impacto en Área	Impacto en Costo MP	RecomendaciónBase
Base	(b)Alto	Alto	Optimizar según demanda
Altura habitación (h)	Medio	Medio	Estandarizar en 8cm
Altura techo (ht)	Bajo	Bajo	Mantener proporcional

7. Conclusiones y Recomendaciones Técnicas

7.1 Validez del Sistema de Ecuaciones

El sistema de ecuaciones desarrollado cumple con los siguientes criterios:

Consistencia matemática: Las ecuaciones $AT = Ar + At$ y $AT = b(h + ht/2)$ son equivalentes
Aplicabilidad práctica: Permite cálculos precisos de materiales y costos
Escalabilidad: El modelo se adapta a diferentes tamaños de producción
Verificabilidad: Cada cálculo puede ser validado mediante métodos alternativos

7.2 Eficiencia del Modelo de Costos

La función $CT(x) = CF + (MP + MO + CE) \times x$ demuestra:

Comportamiento lineal predictible: Facilita la planificación financiera
Punto de equilibrio calculable: Permite determinar viabilidad económica
Optimización posible: Identifica oportunidades de reducción de costos

7.3 Acciones de Mejora Implementables

Mejora Inmediata (0-3 meses):

Estandarizar dimensiones usando las ecuaciones validadas
Implementar el sistema de cálculo automatizado
Capacitar al personal en el uso de las fórmulas

Mejora Mediano Plazo (3-6 meses):

Optimizar la función de costos mediante análisis de sensibilidad
Implementar producción por lotes basada en el punto de equilibrio
Desarrollar sistema de control de calidad basado en especificaciones geométricas

Mejora Largo Plazo (6-12 meses):

Integrar sistema ERP que utilice las ecuaciones desarrolladas
Expandir el modelo a productos relacionados

Implementar inteligencia artificial para optimización continua

6. Conclusiones

La implementación de ecuaciones matemáticas y algoritmos computacionales para la producción de casas de chocolate demuestra la efectividad de integrar herramientas tecnológicas en procesos productivos. Los modelos desarrollados permiten:

Precisión en cálculos: Las ecuaciones geométricas garantizan exactitud en el uso de materiales
Optimización de costos: La función de costo total facilita la toma de decisiones financieras
Escalabilidad: Los algoritmos en Python permiten procesar grandes volúmenes de datos
Flexibilidad: El sistema se adapta tanto a cálculos bidimensionales como tridimensionales

La metodología propuesta establece una base sólida para la digitalización de procesos productivos en la industria alimentaria, aplicando principios de ingeniería de software y análisis matemático para generar soluciones eficientes y rentables.
Herramientas recomendadas: Jupyter Notebook con Python para implementación y verificación de resultados, aprovechando las capacidades de visualización y análisis de datos que ofrece este entorno de desarrollo.