

# Projekt för SG1217 Strömningsmekanik, grundkurs

## 6 hp, VT 2026

Under två laborationstillfällen ska ni med diverse mätinstrument samla in en mängd data från vindtunnelexperiment. Ni ska sedan tillämpa nästan all teori som behandlas på föreläsningarna på er mätdata för att räkna fram krafter på en vingprofil. Exakt hur ni ska gå tillväga finns beskrivet delvis i det här dokumentet och delvis i två laborations-PM som kan laddas ner på KTH Canvas. Den aerodynamiska kraften  $\bar{F}$  på en vinge kan delas upp i en komponent parallellt med friströmmen  $\bar{U} = U_\infty \bar{x}$  och i en komponent vinkelrät med  $\bar{U}$ ,

$$\bar{F} = F_D \bar{x} + F_L \bar{y},$$

där  $F_D$  är motståndskraften och  $F_L$  är lyftkraften. Vidare kan man dela upp varje komponent i två delar

$$F_D = F_{D,\tau} + F_{D,p} \quad \text{och} \quad F_L = F_{L,\tau} + F_{L,p}$$

där  $F_{D,p}$  och  $F_{L,p}$  är totala tryckkraften från fluiden på vingen och  $F_{D,\tau}$  och  $F_{L,\tau}$  är totala väggskjuvspänningen från fluiden på vingen.

I detta projekt ska ni

- mäta tryckfördelningen runt en vingprofil och sedan integrera fördelningen över ytan för att beräkna  $F_{D,p}$  och  $F_{L,p}$ .
- mäta strömningshastigheten bakom och framför vingen för att räkna ut förändringen i rörelsemängdsflöde och därefter med hjälp av rörelsemängdsekvationen beräkna kraften  $F_D$ .
- mäta hastighetsfördelningen i ett gränsskikt för att bestämma väggskjuvspänningen  $F_{D,\tau}$ .
- mäta trycket på mätsträckans tak och golv för att med hjälp av potentialteori och Kutta-Jukowskis sats beräkna  $F_{L,p}$ .

## Seminarium 1: Förberedelse inför laboration 1

I salarna D34, D35, D41 och D42 fredagen den 23/1.

Kl. 8:15 - 9 för seminariegrupperna a–d och kl. 9:15 - 10 för seminariegrupperna e–h.

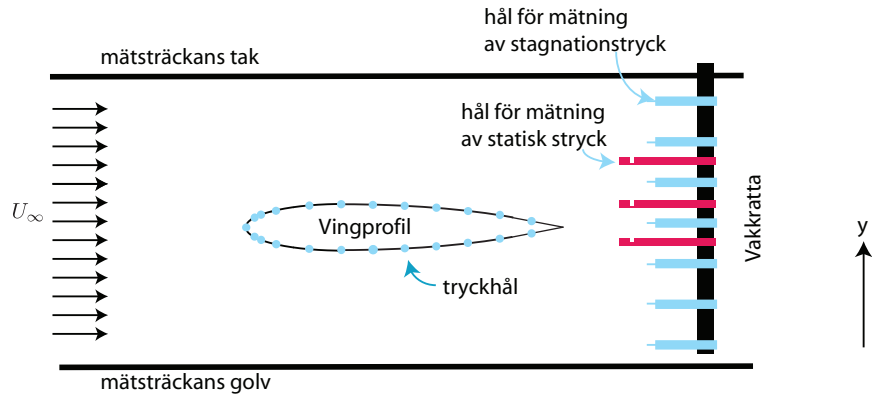
För att räkna ut aerodynamiska krafter ska ni mäta tryck dels med en så kallad vakkratta placerad bakom vingen och dels med ett antal tryckhål på vingens yta. Se figur 1 ovan. Dessa instrument är kopplade med plaströr till manometrar, med vars hjälp ni kan avläsa tryckdifferenser. Vi ska i detta seminarium diskutera hur tryckdifferenser används för att bestämma tryckkoefficienten  $c_p$  runt vingen och hastighetsprofilen  $u/U_\infty$  bakom vingen.

Börja med att läsa PM-et till den första laborationen med titeln ”Mätning på en symmetrisk vingprofil”, som du hittar på KTH Canvas. [Lämna sedan in svar på frågorna 1–4 nedan senast torsdagen den 22:e januari 2026, kl 12.00. En inlämning per grupp \(5 pers/grupp\) i PDF format på KTH Canvas.](#)

1. Hur är statiskt tryck, dynamiskt tryck och stagnationstryck relaterade till varandra?
2. Figur 1 i labPMet visar en skiss av vindtunneln. Tvärsnittet i mätsträckan är  $0,4 \times 0,5$  meter och tvärsnittet vid inloppet är  $2,4 \times 3,0$  meter. Följ en horisontell strömlinje från det omgivande rummet som först passerar inloppstvärsnittet och därefter genom mätsträckan.
  - (a) Förutsätt att strömningen är stationär, friktionsfri och inkompressibel längs denna strömlinje. Ge en kort motivering för varför vi kan göra detta.
  - (b) Antag att strömningshastigheten i mätsträckan är 20 m/s, hur stor är den då i inloppet till vindtunneln?
  - (c) Antag att luftens densitet är  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , hur stort är då det dynamiska trycket vid inloppet respektive i mätsträckan?
  - (d) Antag att atmosfärstrycket i det omgivande rummet är 100 kPa, hur stort är då det statiska trycket i tunnelns inloppstvärsnitt respektive i mätsträckan? Och hur stort är stagnationstrycket i dessa tvärsnitt?
  - (e) Jämför storleken på dessa tryck. Kan du dra några slutsatser från denna jämförelse?
3. Betrakta ett av de tryckhål på vingprofilens yta som visas i figur 1 ovan. Tryckkoefficienten definieras som

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$$

- (a) Vilken storhet i definitionen av  $c_p$  är det lokala statiska trycket på vingprofilens yta? Vad anger de övriga storheterna?
- (b) Nämnaren i definitionen av  $c_p$  kan skrivas om som en tryckskillnad, vilken tryckskillnad?
- (c) Värdet på  $c_p$  i en position på vingprofilens yta blir tydligen lika med kvoten mellan två tryckskillnader. Var i vindtunneln mäts de olika tryck som utgör dessa skillnader?
- (d) Dessa tryck registreras genom att läsa av höjderna på vätskepelarna i en s.k. multimanometer enligt beskrivningen i labPMet, se ekvationerna (1)–(4). Hur erhålls tryckkoefficienten från de avlästa höjderna på multimanometern?

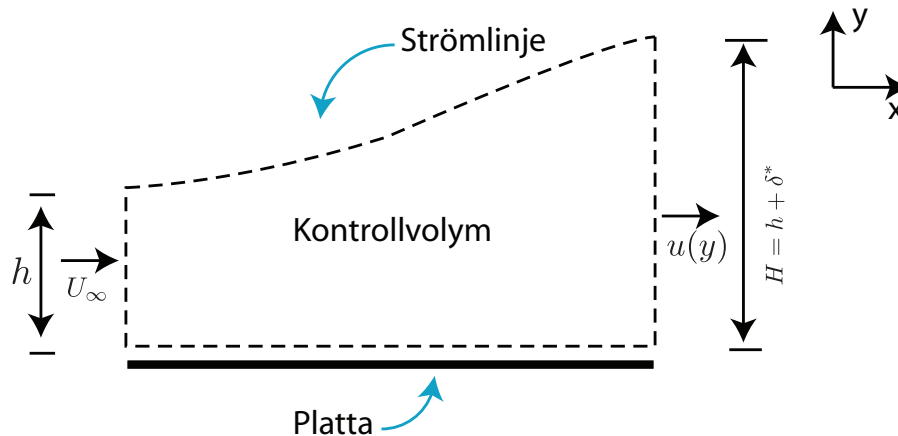


Figur 1: Skiss av vingprofil, vakkratta och tryckhålerna på vingprofilen i mätsträckan. Notera att vingprofilens storlek är överdriven.

4. Med vakkrattan mäter vi hur stagnationstrycket och det statiska trycket varierar i  $y$ -led, se figur 1 ovan. Ni ska använda dessa mätningar för att bestämma hur strömningshastigheten  $u(y)$  varierar i  $y$ -led i vaken nedströms av vingen. Det vi är ute efter är kvoten  $u(y_i)/U_\infty$  i punkten med koordinaten  $y_i$ . Vi kan skriva

$$\frac{u(y_i)}{U_\infty} = \sqrt{\frac{p_a - p_b}{p_c - p_d}}$$

- (a) Om  $p_a$  i ekvation ovan står för stagnationstrycket i punkt  $y_i$  vad är då  $p_b$ ,  $p_c$  och  $p_d$  för tryck?
- (b) Var är det lämpligt att mäta  $p_a$ ,  $p_b$ ,  $p_c$  och  $p_d$ ?



Figur 2: Kontrollvolymen har en övre begränsningsyta som sammanfaller med en strömlinje som ligger långt bort från plattan.

## Seminarium 2: Förberedelse inför laboration 2

I salarna Q11, Q13, Q15 och Q17 fredagen den 13/2.

Kl. 10:15 – 11 för seminariegrupperna a–d och kl. 11:15 – 12 för seminariegrupperna e–h.

Motstånd- och lyftkraft på vingprofilen består av en kombination av tryckkrafter och väggskjuvspänning. Tryckfördelningens bidrag fick vi i första labben från tryckmätningen på profilen. Friktionens bidrag är svårt att mäta direkt på vingen och därför ska ni utföra ett experiment på en plan platta, eftersom motståndskraften på en plan platta består enbart av väggskjuvspänning.

Börja med att läsa PM-et till den andra laborationen med titeln ”Undersökning av inkompressibelt gränsskikt på en plan platta”, som du hittar på KTH Canvas. LabPMet avslutas med två sidor som innehåller ett antal förberedelseuppgifter som du ska kunna redovisa svar på för laborationsassistenten. Gör dessa och om det är något du inte förstår kan du ta upp det på seminariet. [Lämna sedan in svar på frågorna 1–3 nedan senast den 12:e februari 2026, kl 12.00. En inlämning per grupp \(5 pers/grupp\) i PDF format på KTH Canvas.](#)

1. Reynolds tal definieras som

$$Re = \frac{U_{\infty} c}{\nu}$$

där  $c$  är profilens korda,  $U_{\infty}$  är fristömshastigheten och  $\nu$  är den kinematiska viskositeten.

- (a) Hur stort är Reynolds tal på vingprofilen i första laborationen?
- (b) Hur stor andel av strömningen i gränsskiktet invid denna uppskattar du, baserat på Reynolds tal, är laminär respektive turbulent?
- (c) Approximera vingprofilen med en plan platta (samma bredd som vingen och längd som vingens korda) och beräkna motståndskoefficienten  $C_F$  på plattan.

2. Figur 2 visar en kontrollvolym då strömningen friläggs från plattan.

- (a) Ställ upp konservering av massa på integralform för denna kontrollvolym.
- (b) Anta att  $H$  är stort och härled uttrycket för förträngningstjockleken,

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{u(y)}{U_{\infty}} \right) dy$$

(c) Ge en fysikalisk tolkning av  $\delta^*$ .

3. Rörelsemängdsförlusttjockleken definieras som

$$\theta = \int_0^\infty \frac{u(y)}{U_\infty} \left(1 - \frac{u(y)}{U_\infty}\right) dy$$

(a) Använd kontrollvolymen i figur 2 för att förklara hur man kommer fram till

$$\theta(x) = \frac{F_v}{\rho U_\infty^2}$$

där

$$F_v = \int_0^x \tau_w dx'$$

(b) I laborationen ska väggskjuvspänningen bestämmas med hjälp av

$$\tau_w = \mu \left( \frac{du}{dy} \right)$$

i det laminära gränsskiktet och med hjälp av

$$\tau_w = \rho U_\infty^2 \frac{d\theta}{dx}$$

i det turbulenta. Varför används olika relationer i dessa två fall?

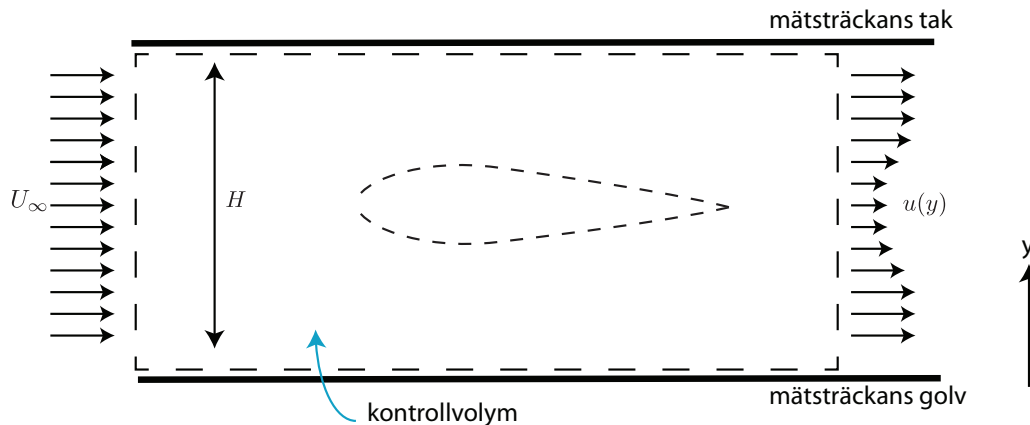
## Seminarium 3: Utvärdering av laboration 1 (del 1)

I salarna Q11, Q13, Q15 och Q17 tisdagen den 17/2.

Kl. 13:15 - 14 för seminariegrupperna a–d och kl. 14:15–15 för seminariegrupperna e–h.

Temat för detta seminarium är att redovisa och diskutera den första delen av utvärderingen av det första mättillfället (laborationen) i projektet. Din grupp ska redovisa tryckfördelning runt vingen och baserat på denna fördelning bestämma motståndskraften och lyftkraften på vingen. Använd den Matlabkod som finns att ladda ner från Canvas. [Lämna in svar på frågorna 1–3 nedan senast den 16:e februari 2026, kl 12.00. En inlämning per grupp \(5 pers/grupp\) i PDF format på KTH Canvas.](#) Skriv också numret på er labgrupp.

1. Beräkna tryckkoefficienten  $c_p$  vid mätpunkterna på vingprofilen. Det lägsta värdet är ca  $c_p \approx -5$  och det får man på profilens översida nära framkanten vid en anfallsvinkel som är mellan  $\alpha \approx 15^\circ$  och  $\alpha \approx 20^\circ$ . Om dina beräknade värden avviker mycket från detta har du räknat och/eller programmerat fel.
  - (a) Vad är det största värde som  $c_p$  kan ha? Var på vingen är detta?
  - (b) Visa med hjälp av Bernoullis ekvation att tryckkoefficienten kan skrivas
 
$$1 - c_p = (u/U_\infty)^2$$
  - (c) Plotta  $1 - c_p$  på ovansidan och undersidan av vingen som funktion av  $x/c$ . Du ska redovisa en graf för var och en av de anfallsvinklar som din grupp mätt vid.
  - (d) Studera dina kurvor med tryckfördelningar på vingprofilen och hur dessa ändras med anfallsvinkeln. Förklara vad som händer.
2. Beräkna tryckfördelningens bidrag till normalkraftskoefficienten ( $C_{N,p}$ ) och tangentialkraftskoefficienten ( $C_{T,p}$ ). Detta ska du göra för var och en av de uppmätta anfallsvinklarna.
  - (a) Plotta kurvor med  $C_{N,p}$ , som funktion av anfallsvinkeln  $\alpha$ .
  - (b) Plotta kurvor med  $C_{T,p}$ , som funktion av anfallsvinkeln  $\alpha$ . Du ska kunna se att  $C_{T,p}$  är negativ för ett visst intervall av  $\alpha$ .
3. Beräkna motsvarande lyftkrafts- och motståndskoefficienter  $C_{L,p}$  respektive  $C_{D,p}$ .
  - (a) Plotta kurvor med  $C_{L,p}$  som funktion av anfallsvinkeln  $\alpha$ . Förklara kurvan  $C_{L,p}$  fysikaliskt.
  - (b) Plotta kurvor med  $C_{D,p}$  som funktion av anfallsvinkeln  $\alpha$ . Förklara kurvan  $C_{D,p}$  fysikaliskt.
  - (c) Plotta den s.k. motståndspolaren, dvs.  $C_{L,p}$  mot  $C_{D,p}$ . Vilken punkt på denna kurva är optimal för flygplansdesign?



Figur 3: Kontrollvolymen har en övre begränsningsyta som sammanfaller med en strömlinje som ligger långt bort från plattan.

## Seminarium 4: Utvärdering av laboration 1 (del 2)

I salarna Q11, Q13, Q15 och Q17 fredagen den 20/2.

Kl. 10:15 – 11 för seminariegrupperna a–d och kl. 11:15 – 12 för seminariegrupperna e–h.

I detta seminarium ska din grupp redovisa hastighetsprofilen bakom vingen och baserad på denna bestämma motståndskraften på vingen. Använd den Matlabkod som finnas att ladda ner från Canvas. [Lämna in svar på frågorna 1–3 nedan senast torsdagen den 19:e februari 2026, kl 12.00. En inlämning per grupp \(5 pers/grupp\) i PDF format på KTH Canvas.](#) Skriv också numret på er labgrupp.

- Figur 3 visar en kontrollvolym för vingprofilen i mätsträckan, samt inlopp- och utloppshastigheten. Frilägg krafterna på kontrollvolymen och visa med hjälp av rörelsemängdsekvationen att motståndskraften (per breddenhet  $D' = D/b$ ) ges av,

$$D' = \int_0^H \{ \rho U_\infty^2 - \rho [u(y)]^2 + p_\infty - p(y) \} dy,$$

där  $U_\infty$  är friströmshastigheten och  $p_\infty$  (det statiska) trycket uppströms om modellen. Vidare är  $u(y)$  hastighetsfördelningen och  $p(y)$  tryckfördelningen nedströms modellen, vid vakkraftan. Du kan försumma friktionskraften mellan kontrollvolymen och mätsträckans golv och tak.

- Det normaliserade hastighetsfördelningen vid utloppet av kontrollvolymen ges av

$$\frac{u(y)}{U_\infty}$$

- Använd tryckdifferensen mellan totaltrycket  $p_{\text{tot}}(y)$  och statiska trycket  $p(y)$  uppmätt av vakkraftan för att räkna ut denna kvot. Notera att det statiska trycket  $p(y)$  har mätts vid färre positioner i  $y$ -led och dessutom inte vid samma  $y$ -koordinater som  $p_{\text{tot}}(y)$ . Vid utvärderingen ska ni använda  $y$ -koordinaterna för totaltrycksrörerna. Om vi betecknar  $y$ -koordinaterna där vi har totaltrycksrör med  $y_{\text{tot}}$  och de där vi har statiska tryckrör med  $y_{\text{stat}}$  har vi alltså mätt  $p_{\text{tot}}(y_{\text{tot}})$  och  $p(y_{\text{stat}})$ . Du måste därför interpolera och/eller extrapolera de statiska trycken till  $p(y_{\text{tot}})$ .

- (b) Plotta  $u(y)/U_\infty$  för varje anfallsvinkel. Var noga med skalorna i dessa diagram så att man tydligt ser vaken. Utanför vaken och utanför andra eventuella områden med viskös strömningen ska denna kvot vara ungefär lika med 1. Studera dina kurvor och förklara de avvikelser från detta som du finner.

3. Motståndskoefficienten ges av

$$C_D = \frac{D'}{1/2\rho U_\infty^2 c}$$

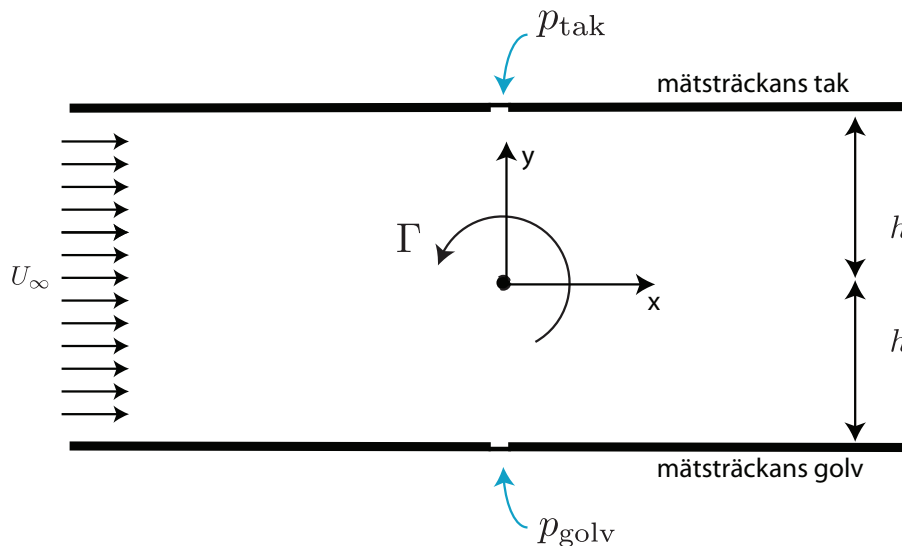
Även om man i princip kan beräkna motståndskoefficienten  $C_D$  genom att använda uttrycket för  $D'$  från uppgift 1a ovan, så blir resultaten inte tillräckligt noggrant för att kunna tolkas fysikaliskt (prova gärna själv). Detta beror främst på de friktionsförluster som uppstår på grund av gränsskikten vid mätsträckans golv och tak. Därför kommer vi att bestämma  $C_D$  med en annan metod, där uttrycket för  $D'$  skrivs om så att integranden är noll nära mätsträckans golv och tak. Härledningen och implementering av denna metod är överkurs, men för er som är intresserade kan ni hitta härledningen i ett Appendix på KTH Canvas. Dock behöver vi införa en hjälpstorhet för analysen, en artificiell hastighet  $u_{\text{irr}}(y)$ , som kan räknas fram genom att tillämpa Bernoullis ekvation,

$$\left(\frac{u_{\text{irr}}}{U_\infty}\right)^2 = \frac{p_0 - p(y)}{p_0 - p_\infty}$$

där  $p_0$  är stagnationstrycket i friströmmen och  $p(y)$  är som tidigare det statiska trycket uppmätt med vakkrattan.

- (a) Räkna motståndskoefficienten  $C_D$  för alla anfallsvinklar  $\alpha$  genom att använda den Matlabkod som finns att ladda ner på KTH Canvas. Där behöver ni förutom hastighetskvoten  $u/U_\infty$  som ni beräknat ovan också beräkna hastighetskvoten  $u_{\text{irr}}/U_\infty$ .
- (b) Plotta  $C_D$  som funktion av  $\alpha$ . Plotta i samma figur  $C_{D,p}$  som du tog fram i seminarium 2 utifrån tryckfördelningen runt vingprofilen.





Figur 4: Vingprofilen kan ersättas med en superponering av  $U_\infty$  och  $\Gamma$ . Golv och tak kan modelleras genom spegling.

## Seminarium 5: Utvärdering av laboration 1 (del 3) och laboration 2

I salarna Q11, Q13, Q15 och Q17 torsdagen den 26/2.

Kl. 13:15 - 14 för seminariegrupperna a–d och kl. 14:15 – 15 för seminariegrupperna e–h.

I detta seminarium ska din grupp redovisa lyftkraften på vingen genom att tillämpa potentierteori på mätningar från de två tryckhål, ett i mätsträckans golv och ett i dess tak, som ni registrerade i laboration 1. Ni ska också utvärdera laboration 2. [Lämna in svar på frågorna 1–4 nedan senast onsdagen den 25:e februari 2026, kl 12.00. En inlämning per grupp \(4 pers/grupp\) i PDF format.](#) Skriv också numret på er labgrupp.

### Utvärdering av laboration 1 (del 3)

1. Enligt Kutta-Joukowskis (KJ) sats är lyftkraften direkt proportionellt mot cirkulationen kring kroppen ( $\Gamma$ ).

$$F_{L,KJ} = \rho \Gamma U_\infty$$

Vi ska bestämma cirkulationen i strömningsfältet längs en kurva som omsluter profilen med hjälp av tryckhålen i golv och tak.

Modellera strömningsfältet runt vingprofilen i mätsträckan genom att superponera en friström med hastigheten  $U_\infty$  och en virvel med styrkan  $\Gamma$  mellan två plana parallella väggar enligt figur 4. Väggar ska modelleras med hjälp av spegling.

- (a) Genomför speglingen i de två parallella väggarna och visa att hastigheten i de två punkter där trycket mätts är

$$v_{x,tak} = U_\infty - \frac{\Gamma}{\pi h} \left[ 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots \right] \quad v_{x,golv} = U_\infty + \frac{\Gamma}{\pi h} \left[ 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots \right]$$

De oändliga summorna är här  $\arctan 1 = \pi/4$  (*Beta* sid. 190 och/eller 194) vilket ger att

$$v_{x,tak} = U_\infty - \frac{\Gamma}{4h} \quad v_{x,golv} = U_\infty + \frac{\Gamma}{4h}$$

- (b) Visa att tryckdifferensen blir

$$p_{\text{tak}} - p_{\text{golv}} = \rho \frac{\Gamma}{2h} U_{\infty}$$

- (c) Visa att lyftkraftskoefficienten på vingprofilen är

$$C_{L,KJ} = \frac{2h}{c} (c_{p,\text{golv}} - c_{p,\text{tak}})$$

där  $c$  är vingprofilens korda och  $c_p$  är tryckkoefficienten.

2. Beräkna lyftkraftskoefficienten  $C_{L,KJ}$  med den metod som beskrivs i punkt 1. Skillnaden i tryckkoefficienterna ska uttryckas som en kvot  $(h_a - h_b)/(h_c - h_d)$  precis som seminarium 1.

- (a) Plotta  $C_{L,KJ}$  som funktion av  $\alpha$ . Plotta i samma figur  $C_{L,p}$  som du tog fram i seminarium 2 utifrån tryckfördelningen runt plattan.
- (b) Vilka antaganden bygger KJ-sasten på? Jämför  $C_{L,p}$  med  $C_{L,KJ}$  och kommentera hur väl dessa antaganden är uppfyllda.
- (c) Från de  $C_L$ - $\alpha$  kurvor du nu har borde det framgå att  $C_L$  växer linjärt med anfallsvinkeln  $\alpha$  så länge strömningen inte är avlöst. Man kan teoretiskt visa att lutningen på denna linjära del av kurvan är

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 2\pi \text{ rad}^{-1}$$

förutsatt att strömningen är friktionsfri. Beräkna den lutning av denna kurva som dina mätningar ger och jämför med detta värde. Notera att det är lutningen vid små värden på  $\alpha$  som är intressant här .

3. Ta fram dina beräkningar för  $C_D$  från vakkfattan bakom vingen (seminarium 4) och  $C_{D,p}$  från tryckfördelningen runt vingen (seminarium 2). Vilken motståndskoefficient ( $C_D$  eller  $C_{D,p}$ ) är störst för anfallsvinkel noll ( $\alpha = 0$ )? Kan du förklara varför?

## Sammanfattning av laboration 2

4. För gränsskiktet på en plan platta, ges friktionskoefficienten av sambandet

$$C_F = \frac{2\theta}{L}$$

där  $\theta$  är rörelsemängdsförluststjockleken.

- (a) Använd mätdata från laboration 2 för att bestämma  $C_{F,\text{lam}}$  för laminära mätdata och jämför med det teoretiska värdet för ett laminärt gränsskikt  $C_{F,\text{lam}} = 1,328 Re_L^{-1/2}$ .
- (b) Använd mätdata från laboration 2 för att bestämma  $C_{F,\text{turb}}$  för turbulenta mätdata och jämför med den empiriska formeln för ett turbulent gränsskikt  $C_{F,\text{turb}} = 0,031 Re_L^{-1/7}$ .
- (c) Jämför  $C_{F,\text{turb}}$  med  $C_{F,\text{lam}}$  och förklara skillnaden.