

José E. de A. Junior: 20170009356

Kallil de A. Bezerra: 20180154987

Rafael de M. M. Capuano: 20180010172

Victor K. C. Sousa: 20180155278

Controle no Espaço de Estados

Brasil

Dezembro de 2020

José E. de A. Junior: 20170009356

Kallil de A. Bezerra: 20180154987

Rafael de M. M. Capuano: 20180010172

Victor K. C. Sousa: 20180155278

Controle no Espaço de Estados

Modelo canônico de Relatório Técnico e/ou Científico em conformidade com as normas ABNT apresentado à comunidade de usuários L^AT_EX.

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN
Departamento de Engenharia da Computação e Automação – DCA

Brasil
Dezembro de 2020

Resumo

Nesse relatório serão apresentadas e descritas experiências e seus resultados, desenvolvidos no *software* Matlab. Através de diferentes simulações, foi aplicado o uso do espaço de estados para controle. Testando diferentes representações de sistema de estados, alterando suas variáveis, possibilitando observadores de estados e seguidores de referência, separadamente e em conjunto. Esse trabalho, além de reforçar o que é visto na teoria, também desenvolve melhoramentos na resolução de problemas de controle, que contribuirão no desenvolvimento de soluções de problemas reais.

Palavras-chaves: Sistemas de controle. PID. Sistemas de Estados.

Lista de ilustrações

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Nível do primeiro teste | 10 |
| Figura 2.2 – Sinal de controle | 10 |
| Figura 2.3 – Nível do segundo teste | 10 |
| Figura 2.4 – Sinal de controle | 10 |
| Figura 2.5 – Nível do terceiro teste | 11 |
| Figura 2.6 – Sinal de controle | 11 |
| Figura 2.8 – Erro do último teste | 12 |
| Figura 2.7 – Erro do primeiro teste | 12 |
| Figura 2.9 – Nível do tanque | 13 |
| Figura 2.10–Sinal de controle | 13 |
| Figura 2.11–Nível do tanque | 14 |
| Figura 2.12–Sinal de controle | 14 |

Lista de tabelas

Sumário

| | | |
|------------|---|-----------|
| | Introdução | 6 |
| 1 | EMBASAMENTO TEÓRICO | 7 |
| 1.1 | Espaço de Estados | 7 |
| 1.1.1 | Controlabilidade | 8 |
| 1.1.2 | Observabilidade | 8 |
| 1.2 | Observadores de Estado | 8 |
| 1.3 | Seguidor de Referência | 9 |
| 2 | DESENVOLVIMENTO | 10 |
| 2.1 | Experiência 3A - Seguidor de Referência | 10 |
| 2.2 | Experiência 3B - Observadores de Estado | 12 |
| 2.3 | espaço pro 3C - Seguidor de Referência com Estados Estimados . . | 13 |
| 3 | CONCLUSÃO | 15 |
| | REFERÊNCIAS | 16 |

Introdução

O controle automático tem desempenhado um papel vital no avanço da engenharia e da ciência. Além da sua importância em sistemas de veículos espaciais, sistemas robóticos, e semelhantes, o controle automático tornou-se uma importante parte da fabricação moderna e dos processos industriais. É possível citar o controle numérico de ferramentas e máquinas nas indústrias de manufatura, no projeto de sistemas de piloto automático em operações aeroespaciais e no projeto de carros e caminhões na indústria automobilística. O controle também é essencial no controle de pressão, temperatura, umidade e viscosidade nos processos industriais ([OGATA, 2001](#)).

As representações em espaço de estados são modelos matemáticos de um sistema, nesses modelos existem um conjunto de variáveis de entrada, saída e estados relacionados entre si por meio de equações diferenciais de primeira ordem. Essa representação fornece uma forma mais prática para modelar e analisar sistemas que possuem múltiplas entradas e saídas. O regulador de estados tem o objetivo de manter o sistema em uma condição fixa de operação, enquanto que o servo atua na saída, garantindo que os resultados estejam de acordo com um comando desejado. De forma resumida, os reguladores possuem uma boa rejeição ao distúrbio, mas apresentam dificuldades para seguir trajetórias ou sinais de referência.

1 Embasamento teórico

O controlador PID esteve em uso por mais de um século em várias formas e aplicações. Já foi popular como um dispositivo puramente mecânico, também como um dispositivo pneumático e até eletrônico. Atualmente o PID é implementado em sistemas embarcados, e os microprocessadores são essenciais nessa tarefa ([WESCOTT, 2020](#))

As três letras que compõem o PID vem de Proporcional, Integral e Derivativo, e cada um desses elementos tem uma tarefa diferente, portanto, causam diferentes efeitos na funcionalidade de um sistema. Num típico controle PID esses elementos são orientados por uma combinação de comandos do sistema e de respostas do sinal que está sendo controlado.

1.1 Espaço de Estados

O controle no Espaço de Estados é aplicável a sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, que podem ser lineares ou não-lineares, invariantes ou variantes no tempo e com condições iniciais nulas ou não. Considera-se que o estado de um sistema no instante t_0 é a quantidade de informação em t_0 que, em combinação com a entrada $u(t)$ em $t \geq t_0$, determina univocamente o comportamento do sistema para todo $t \geq t_0$.

Assim, temos a representação de um sistema dinâmico no espaço de estados com as seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (1.1)$$

e

$$y(t) = g(x(t), u(t), t) \quad (1.2)$$

Em que a equação 1.1 é a Equação de Estados e a 1.2 é a de Saída.

Nas equações acima $x(t)$ é o vetor de estados, $u(t)$ é o de entrada e $y(t)$ é o vetor de saída. Por último $f(\dots)$ e $g(\dots)$ são funções não-lineares.

Porém, se o sistema for modelado como um sistema linear e invariante no tempo, ele poderá ser representado pelas seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.3)$$

e

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1.4)$$

Nas equações 1.3 e 1.4 as matrizes $A_{n \times n}$, $B_{n \times p}$, $C_{q \times n}$ e $D_{q \times p}$ são os parâmetros que modelam a dinâmica do sistema. Em resumo, a realimentação de estados consistem em alocar os polos de malha fechada, modificando a dinâmica do sistema.

1.1.1 Controlabilidade

Para um sistema linear e invariante no tempo poder ser *controlável* deve existir um vetor de entrada $u(t)$ com $T > 0$ e finito, para $0 \leq t \leq T$, de forma que o sistema passe de uma condição inicial para qualquer outro estado em um intervalo de tempo. Um sistema é dito controlável se a matriz de controlabilidade U tem posto, ou seja, possui o número de linhas não-nulas, igual a ordem da matriz de estado (n). Esse conceito é importante no projeto de estabilizadores, porque descreve a capacidade de se variar um sistema sem sair dos parâmetros desejados pelo projeto.

$$U = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (1.5)$$

1.1.2 Observabilidade

Para um sistema linear e invariante no tempo poder ser *observável* deve existir um vetor de entrada $u(t)$ e de saída $t(t)$, em qualquer instante $0 \leq t \leq T$. De forma semelhante à controlabilidade, um sistema observável deve ter a matriz V com posto igual a matriz de estados (n).

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

1.2 Observadores de Estado

Observador de Estado é um mecanismo usado para estimar os estados de um sistema. Normalmente, apenas as saídas dos sistemas são conhecidas, então só elas estão disponíveis para realimentação. A principal aplicação dele é em controladores que são realimentados pelos estados, nesse tipo de controlador é importante que os estados sejam conhecidos a todo instante.

1.3 Seguidor de Referência

É importante que o sistema desenvolvido siga o comportamento determinado pelo projetista, então, além de possuir a dinâmica desejada ele deve seguir uma determinada entrada e com erro zero. Sabendo disso, deve ser adicionado ao modelo alguma informação sobre o sinal de referência. Isso pode ser alcançado adicionando os termos proporcionais na equação do controlador.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_r x_r \\ r &= C_r x_r\end{aligned}\tag{1.7}$$

Na equação 1.7 o x_r é o sinal de referência.

2 Desenvolvimento

2.1 Experiência 3A - Seguidor de Referência

Começamos essa experiência com os valores, nos polos, 0,07, 0,14 e 0,19, utilizando três polos e não dois, obtivemos o que pode ser visto nas figuras 2.1 e 2.2.

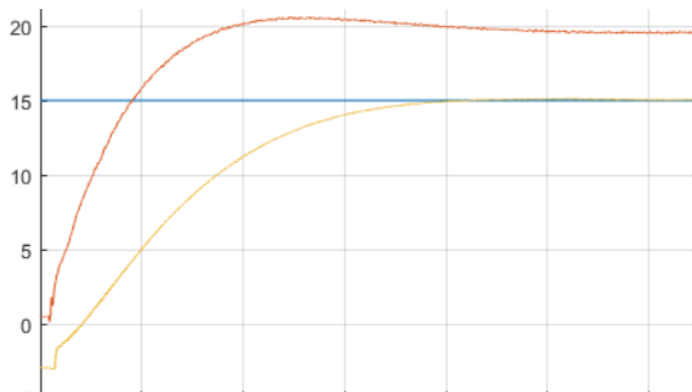


Figura 2.1 – Nível do primeiro teste

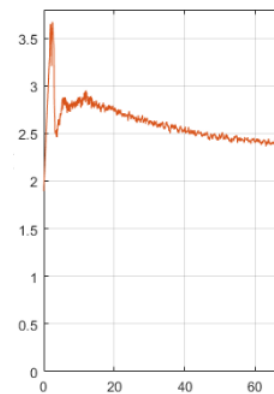


Figura 2.2 – Sinal de controle

É possível ver no gráfico 2.1 que o tanque convergiu para o *setpoint*, mas de forma lenta, e o sinal de controle ficou dentro dos parâmetros esperados. Passando para os valores $-0,23$, $-0,30$ e $-0,10$ encontramos o que pode ser visto nas figuras 2.3 e 2.4.

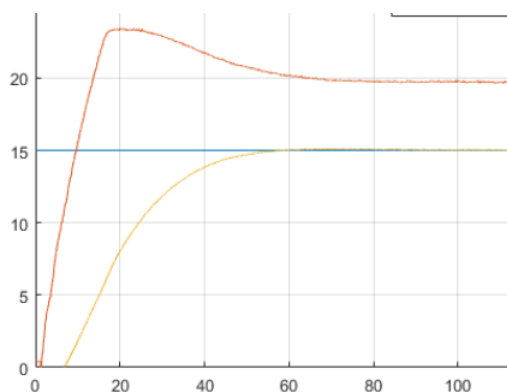


Figura 2.3 – Nível do segundo teste

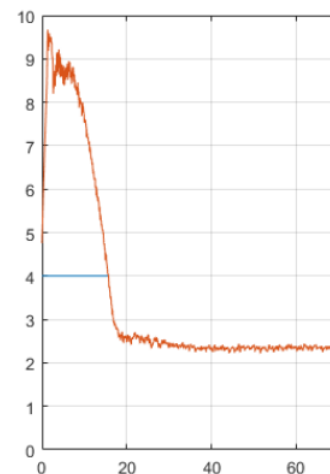


Figura 2.4 – Sinal de controle

A partir desse teste é possível ver que o tanque também convergiu para a referência, porém sensivelmente mais rápido que o primeiro teste, o sinal permaneceu saturado por alguns segundos antes de estabilizar. Finalmente, usamos os polos $0,30 + j$, $-0,30 - j$ e $-0,10$, os resultados são apresentados a seguir nas figuras 2.5 e 2.6, mas, de forma resumida, o nível

chegou no objetivo mais rapidamente, e houve uma melhora no regime transitório. Também houve um *overshoot* no sinal referente ao tanque 1.

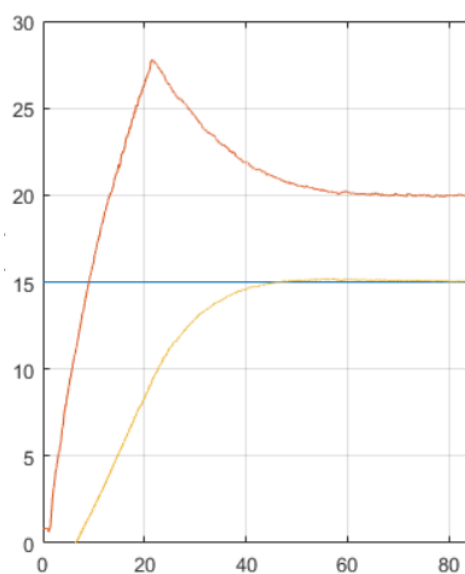


Figura 2.5 – Nível do terceiro teste

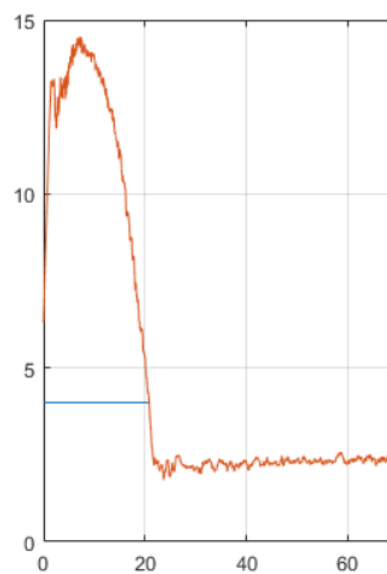


Figura 2.6 – Sinal de controle

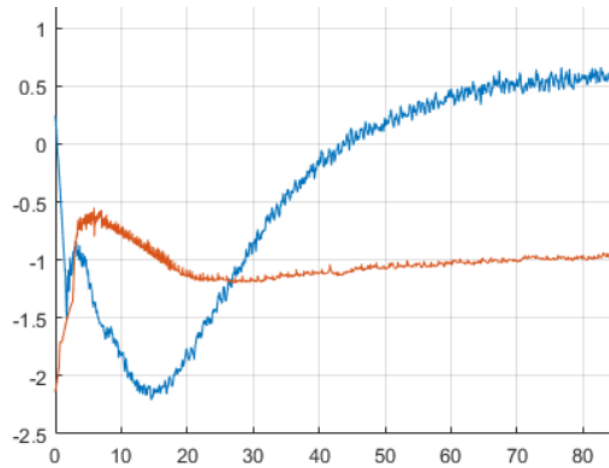


Figura 2.8 – Erro do último teste

2.2 Experiência 3B - Observadores de Estado

Aqui serão comparados os valores reais e estimados para os tanques, e também os erros obtidos. O primeiro teste foi feito com os polos em $-0,5$ e $0,5$, resultando na figura 2.7.

A partir desse gráfico ficou claro que o nível do tanque 1, que é a linha azul, ficou muito distante do ideal, a linha de erro fica longe do *setpoint*, porém o tanque 2 obteve um comportamento bom, tendo um erro praticamente nulo. Assim como os experimentos anteriores, suspeitamos que seria mais fácil realizar a modelagem com valores que envolvessem números complexos, então aplicamos os polos $-0,1 + 0,1j$ e $-0,1 - 0,1j$, que geraram a figura 2.8.

Na última tentativa ficou claro que existe uma proximidade muito grande entre os níveis real e esperado, fazendo com que o erro fique próximo de $0,5$, que é pequeno para o sistema.

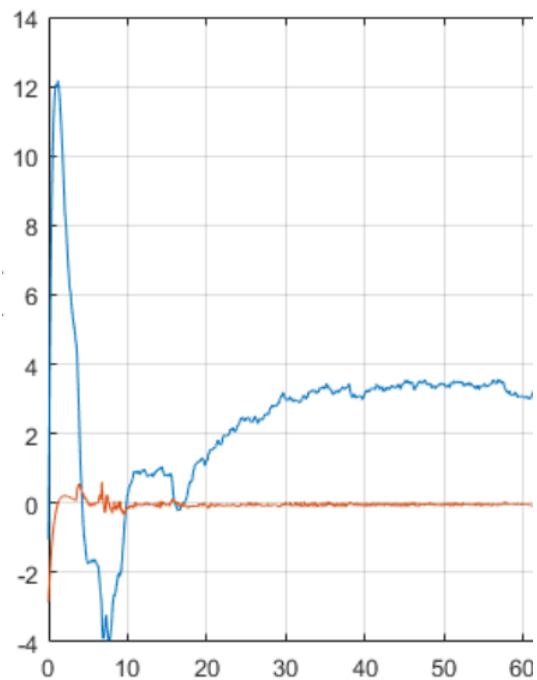


Figura 2.7 – Erro do primeiro teste

2.3 espaço pro 3C - Seguidor de Referência com Estados Estimados

Nessa experiência o controle deve ser feito através do observador de estados da experiência 3A, e do controlador feito na experiência 3B. Iniciamos os testes com $-0,07$, $-0,18$, $-0,21$, $-0,3 + 0,1j$ e $-0,3 - 0,1j$, obtendo o que pode ser visto nas figuras 2.9 e 2.10.

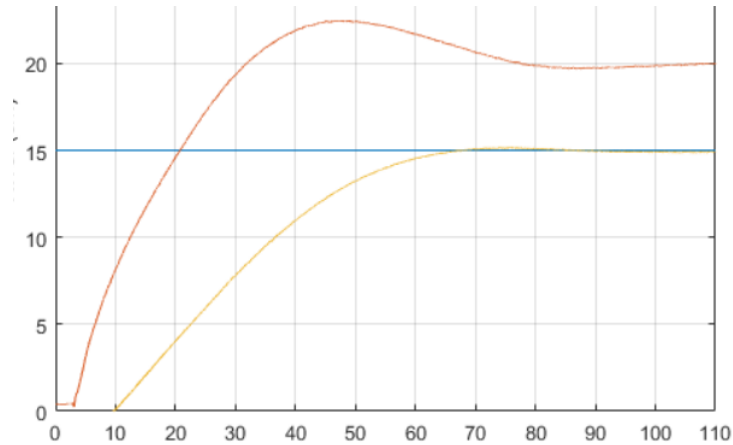


Figura 2.9 – Nível do tanque

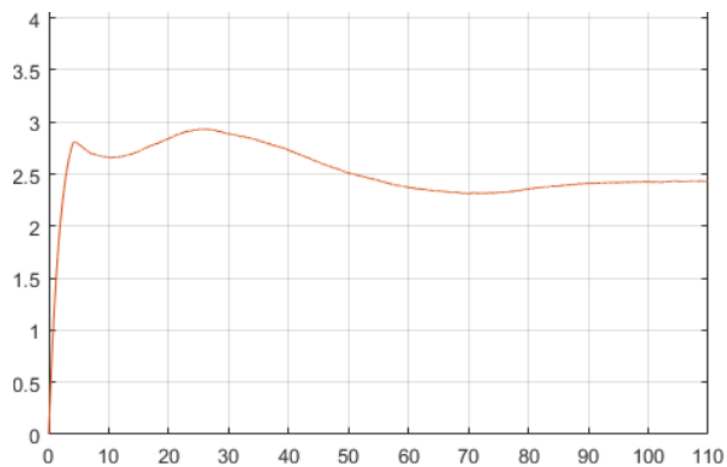


Figura 2.10 – Sinal de controle

A figura 2.10 apresenta um sinal suave, em que não houve saturação, já na figura 2.9, vemos que o tanque 2 converge para o *setpoint* lentamente, enquanto que o tanque 1 apresenta um *overshoot* antes de chegar na estabilidade. Essa modelagem já apresenta um comportamento muito bom e, teoricamente, já atende aos requisitos necessários.

As experiências se desenvolveram ainda com mais alguns valores, nesse caso usamos $-0,15 + 0,3j$, $-0,15 - 0,3j$, $-0,85$, $-0,1 + 0,1j$ e $-0,1 - 0,1j$. O gráfico 2.12 apresenta um pico, que permanece saturado por alguns segundos e se estabiliza em seguida, no gráfico 2.11 é possível ver uma melhora no regime transitório nos dois tanques, ou seja, o tempo de subida foi menor. Também vimos que o sinal do tanque 1 apresenta um *overshoot* antes de estabilizar.

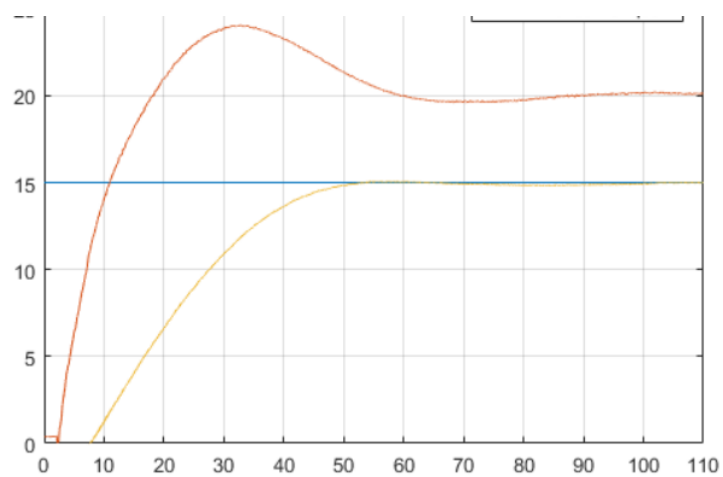


Figura 2.11 – Nível do tanque

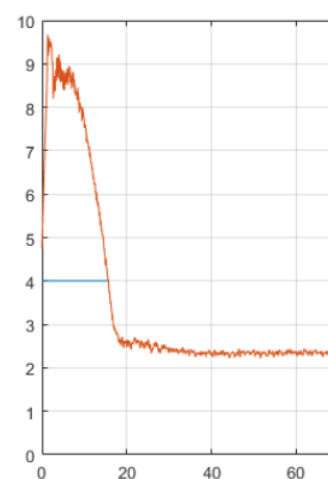


Figura 2.12 – Sinal de controle

3 Conclusão

Os experimentos feitos permitiram que fossem aplicadas técnicas de controle de nível em um sistema de tanques, no início implementamos um observador de estados, após isso fizemos um seguidor de referência e por último um seguidor de referência com estados estimados, que é, basicamente, uma junção das duas primeiras técnicas.

No observador de estados vimos o comportamento do sistema, e foi possível escolher o melhor conjunto de polos que conseguia se adaptar mais rapidamente ao sistema. No segundo experimento, que tratava de sistemas controláveis, vimos na teoria que se polos forem alocados na região de estabilidade, o erro se torna constante ou até nulo, e por isso são melhores para construir o seguidor de referência. A partir das análises do terceiro experimento notamos a importância de um observador de estados que esteja bem integrado ao sistema que deve ser controlado. Também é importante notar que a escolha de bons valores para os polos é essencial para que haja uma boa resposta do sistema, melhorando o desempenho, polos ruins toram o observador inadequado, atrapalhando bastante todo o trabalho numa planta industrial, por exemplo.

Referências

OGATA, K. *Modern Control Engineering*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001. Citado na página 6.

WESCOTT, T. *PID without a PhD*. 2020. Disponível em: <<http://manuals.chudov.com/Servo-Tuning/PID-without-a-PhD.pdf>>. Acesso em: 12 out. 2020. Citado na página 7.