

José E. de A. Junior: 20170009356

Kallil de A. Bezerra: 20180154987

Rafael de M. M. Capuano: 20180010172

Victor K. C. Sousa: 20180155278

Controle no Espaço de Estados

Brasil

Dezembro de 2020

José E. de A. Junior: 20170009356

Kallil de A. Bezerra: 20180154987

Rafael de M. M. Capuano: 20180010172

Victor K. C. Sousa: 20180155278

Controle no Espaço de Estados

Modelo canônico de Relatório Técnico e/ou Científico em conformidade com as normas ABNT apresentado à comunidade de usuários L^AT_EX.

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN
Departamento de Engenharia da Computação e Automação – DCA

Brasil
Dezembro de 2020

Resumo

Nesse relatório serão apresentadas e descritas experiências e seus resultados, desenvolvidos no *software* Matlab. Através de diferentes simulações, foi aplicado o uso do espaço de estados para controle. Testando diferentes representações de sistema de estados, alterando suas variáveis, possibilitando observadores de estados e seguidores de referência, separadamente e em conjunto. Esse trabalho, além de reforçar o que é visto na teoria, também desenvolve melhoramentos na resolução de problemas de controle, que contribuirão no desenvolvimento de soluções de problemas reais.

Palavras-chaves: Sistemas de controle. PID. Sistemas de Estados.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Nível da primeira tentativa	10
Figura 2.2 – Sinal da primeira tentativa	11
Figura 2.3 – Nível da segunda tentativa	11
Figura 2.4 – Sinal da segunda tentativa	12
Figura 2.5 – Nível do melhor modelo	12
Figura 2.6 – Sinal do melhor modelo	12
Figura 2.7 – Erro estimado	13
Figura 2.8 – Sinal de saída do primeiro teste	13
Figura 2.9 – Gráfico do erro	13

Lista de tabelas

Sumário

	Introdução	6
1	EMBASAMENTO TEÓRICO	7
1.1	Espaço de Estados	7
1.1.1	Controlabilidade	8
1.1.2	Observabilidade	8
1.2	Observadores de Estado	8
1.3	Seguidor de Referência	9
2	DESENVOLVIMENTO	10
2.1	Experiência 3A - Seguidor de Referência	10
2.2	Experiência 3B - Observadores de Estado	13
2.3	espaço pro 3C - Seguidor de Referência com Estados Estimados . .	14
3	CONCLUSÃO	15
	REFERÊNCIAS	16

Introdução

O controle automático tem desempenhado um papel vital no avanço da engenharia e da ciência. Além da sua importância em sistemas de veículos espaciais, sistemas robóticos, e semelhantes, o controle automático tornou-se uma importante parte da fabricação moderna e dos processos industriais. É possível citar o controle numérico de ferramentas e máquinas nas indústrias de manufatura, no projeto de sistemas de piloto automático em operações aeroespaciais e no projeto de carros e caminhões na indústria automobilística. O controle também é essencial no controle de pressão, temperatura, umidade e viscosidade nos processos industriais ([OGATA, 2001](#)).

As representações em espaço de estados são modelos matemáticos de um sistema, nesses modelos existem um conjunto de variáveis de entrada, saída e estados relacionados entre si por meio de equações diferenciais de primeira ordem. Essa representação fornece uma forma mais prática para modelar e analisar sistemas que possuem múltiplas entradas e saídas. O regulador de estados tem o objetivo de manter o sistema em uma condição fixa de operação, enquanto que o servo atua na saída, garantindo que os resultados estejam de acordo com um comando desejado. De forma resumida, os reguladores possuem uma boa rejeição ao distúrbio, mas apresentam dificuldades para seguir trajetórias ou sinais de referência.

1 Embasamento teórico

O controlador PID esteve em uso por mais de um século em várias formas e aplicações. Já foi popular como um dispositivo puramente mecânico, também como um dispositivo pneumático e até eletrônico. Atualmente o PID é implementado em sistemas embarcados, e os microprocessadores são essenciais nessa tarefa ([WESCOTT, 2020](#))

As três letras que compõem o PID vem de Proporcional, Integral e Derivativo, e cada um desses elementos tem uma tarefa diferente, portanto, causam diferentes efeitos na funcionalidade de um sistema. Num típico controle PID esses elementos são orientados por uma combinação de comandos do sistema e de respostas do sinal que está sendo controlado.

1.1 Espaço de Estados

O controle no Espaço de Estados é aplicável a sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, que podem ser lineares ou não-lineares, invariantes ou variantes no tempo e com condições iniciais nulas ou não. Considera-se que o estado de um sistema no instante t_0 é a quantidade de informação em t_0 que, em combinação com a entrada $u(t)$ em $t \geq t_0$, determina univocamente o comportamento do sistema para todo $t \geq t_0$.

Assim, temos a representação de um sistema dinâmico no espaço de estados com as seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (1.1)$$

e

$$y(t) = g(x(t), u(t), t) \quad (1.2)$$

Em que a equação 1.1 é a Equação de Estados e a 1.2 é a de Saída.

Nas equações acima $x(t)$ é o vetor de estados, $u(t)$ é o de entrada e $y(t)$ é o vetor de saída. Por último $f(\dots)$ e $g(\dots)$ são funções não-lineares.

Porém, se o sistema for modelado como um sistema linear e invariante no tempo, ele poderá ser representado pelas seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.3)$$

e

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1.4)$$

Nas equações 1.3 e 1.4 as matrizes $A_{n \times n}$, $B_{n \times p}$, $C_{q \times n}$ e $D_{q \times p}$ são os parâmetros que modelam a dinâmica do sistema. Em resumo, a realimentação de estados consistem em alocar os polos de malha fechada, modificando a dinâmica do sistema.

1.1.1 Controlabilidade

Para um sistema linear e invariante no tempo poder ser *controlável* deve existir um vetor de entrada $u(t)$ com $T > 0$ e finito, para $0 \leq t \leq T$, de forma que o sistema passe de uma condição inicial para qualquer outro estado em um intervalo de tempo. Um sistema é dito controlável se a matriz de controlabilidade U tem posto, ou seja, possui o número de linhas não-nulas, igual a ordem da matriz de estado (n). Esse conceito é importante no projeto de estabilizadores, porque descreve a capacidade de se variar um sistema sem sair dos parâmetros desejados pelo projeto.

$$U = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

1.1.2 Observabilidade

Para um sistema linear e invariante no tempo poder ser *observável* deve existir um vetor de entrada $u(t)$ e de saída $t(t)$, em qualquer instante $0 \leq t \leq T$. De forma semelhante à controlabilidade, um sistema observável deve ter a matriz V com posto igual a matriz de estados (n).

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

1.2 Observadores de Estado

Observador de Estado é um mecanismo usado para estimar os estados de um sistema. Normalmente, apenas as saídas dos sistemas são conhecidas, então só elas estão disponíveis para realimentação. A principal aplicação dele é em controladores que são realimentados pelos estados, nesse tipo de controlador é importante que os estados sejam conhecidos a todo instante.

1.3 Seguidor de Referência

É importante que o sistema desenvolvido siga o comportamento determinado pelo projetista, então, além de possuir a dinâmica desejada ele deve seguir uma determinada entrada e com erro zero. Sabendo disso, deve ser adicionado ao modelo alguma informação sobre o sinal de referência. Isso pode ser alcançado adicionando os termos proporcionais na equação do controlador.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_r x_r \\ r &= C_r x_r\end{aligned}\tag{1.7}$$

Na equação 1.7 o x_r é o sinal de referência.

2 Desenvolvimento

2.1 Experiência 3A - Seguidor de Referência

Na primeira experiência o objetivo era encontrar a representação em Espaço de Estados do modelo apresentado, o desenvolvimento do projeto de um observador de estados, usando como ponto de partida o modelo obtido, realizando uma análise do comportamento do observador para os diversos polos implementados. Com isso em mãos, a primeira parte foi analisar a dinâmica do sistema de tanques usando as equações diferenciais para construir o modelo em Espaço de Estados. A partir disso fizemos a matriz de observabilidade e foi constatado que esse sistema é observável.

A partir das características do sistema e modelo de variáveis de estado, um *script* no Matlab foi criado, para que a fosse possível encontrar a matriz de estados do observador. Para ter bons resultados é importante escolher bons valores de polos para que o observador aproxime a estimativa.

Os experimentos para a construção do seguidor de referência começaram com os polos $-0,5$, $-1 + j$ e $-1 - j$, antes de continuar vale a pena dizer que apesar da diferença de 0.07 entre eles, isso foi coincidência, em outros momentos testamos com valores diferentes e o experimento acontecia normalmente, mas esses três citados anteriormente foram um pouco mais fáceis de se trabalhar. Os resultados obtidos para os valores utilizados podem ser vistos nas figuras 2.1 e na figura 2.2.

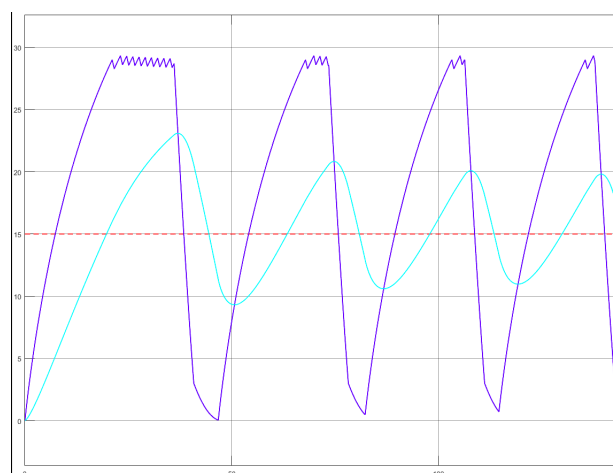


Figura 2.1 – Nível da primeira tentativa

No gráfico é possível notar que o tanque não está chegando no *setpoint*, então a escolha dos polos não foi boa, além disso o sinal de controle saturou e não houve correção.

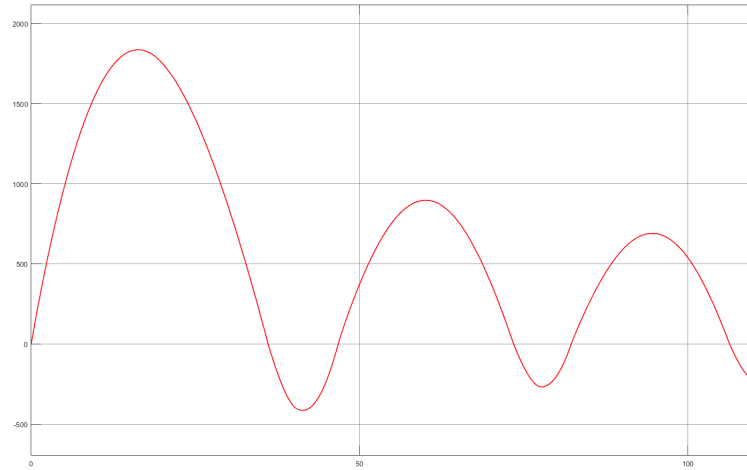


Figura 2.2 – Sinal da primeira tentativa

Na segunda tentativa foram usados os polos $-0,15$, $-0,5 + 0,5j$ e $-0,5 - 0,5j$, resultando nas imagens 2.3 e 2.4.

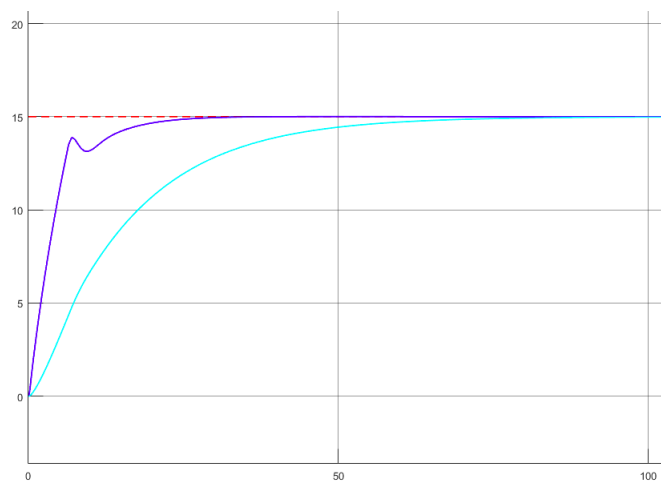


Figura 2.3 – Nível da segunda tentativa

Continuamos, usando novos valores. Nos resultados, que seguem adiante, é possível ver que o nível do tanque 2 convergiu mais rapidamente para a referência, então houve melhora no regime transitório, já o sinal de controle permaneceu saturado por alguns segundos antes de se estabilizar. Usamos os polos $-0,1$, $-0,5 + 0,5j$ e $-0,5 - 0,5j$, e obtivemos os resultados vistos nas figuras 2.5 e na 2.6.

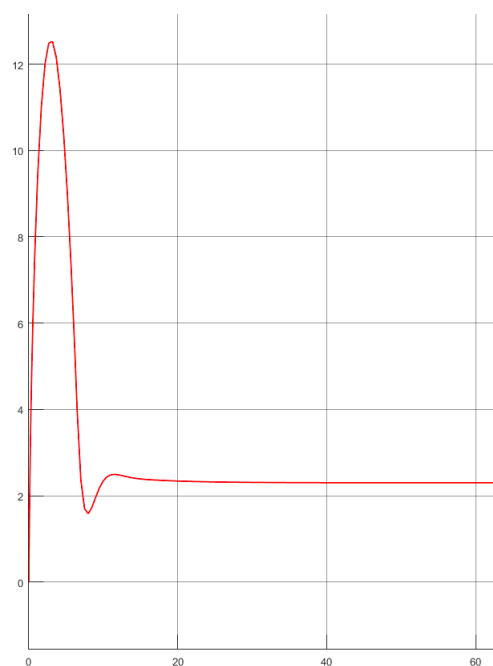


Figura 2.4 – Sinal da segunda tentativa

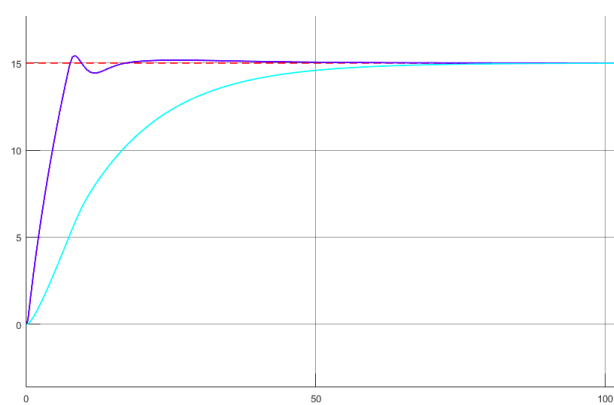


Figura 2.5 – Nível do melhor modelo

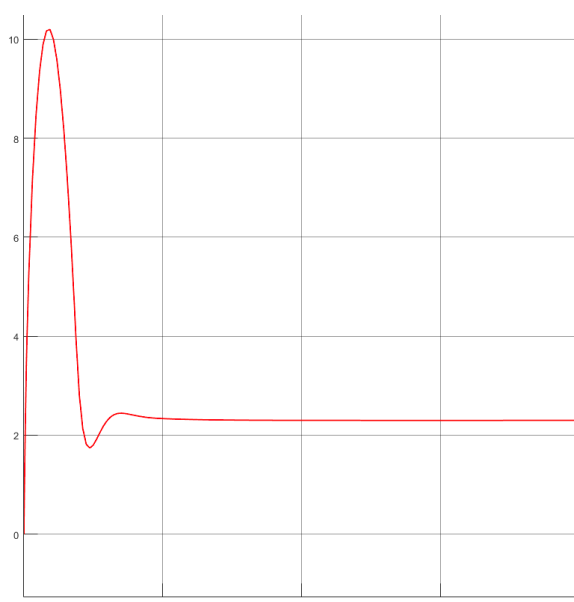


Figura 2.6 – Sinal do melhor modelo

2.2 Experiência 3B - Observadores de Estado

Para iniciar os testes aplicamos nos polos os valores $-0,25 - 0,25j$ e $-0,25 + 0,25j$, obtivemos resultados ruins como pode ser visto nas figuras 2.7 e 2.8. Nessa tentativa o erro vai pra infinito, mesmo com a saída estando, teoricamente, correta.

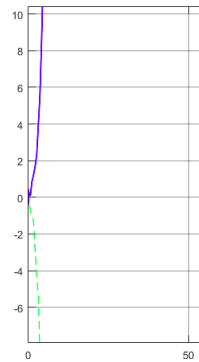


Figura 2.7 – Erro estimado

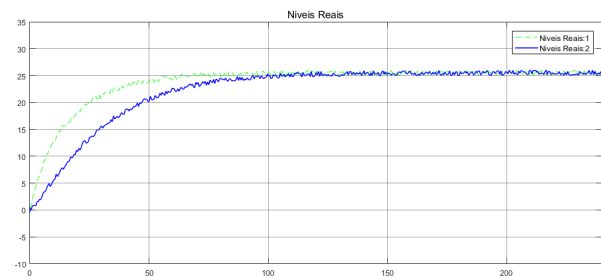


Figura 2.8 – Sinal de saída do primeiro teste

Por causa dos resultados ruins, continuamos realizando novos testes, e chegamos nos polos $0,03 + 0,3i$ e $0,03 - 0,3i$

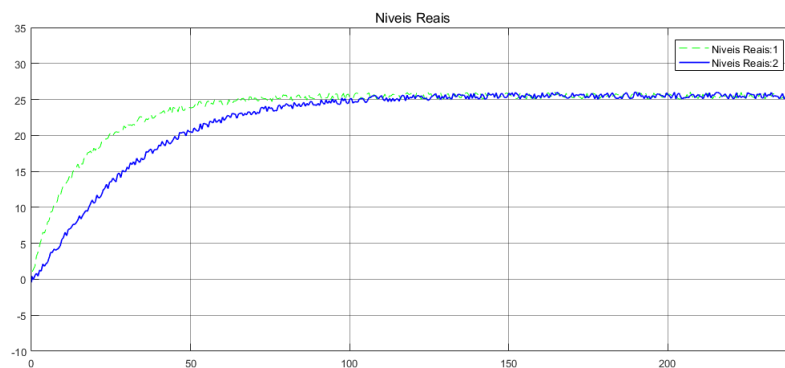


Figura 2.9 – Gráfico do erro

2.3 espaço pro 3C - Seguidor de Referência com Estados Estimados

asdfasdfasdfasdfasdfasdfasdfasdfasdfasdf

3 Conclusão

Os experimentos feitos permitiram que fossem aplicadas técnicas de controle de nível em um sistema de tanques, no início implementamos um observador de estados, após isso fizemos um seguidor de referência e por último um seguidor de referência com estados estimados, que é, basicamente, uma junção das duas primeiras técnicas.

No observador de estados vimos o comportamento do sistema, e foi possível escolher o melhor conjunto de polos que conseguia se adaptar mais rapidamente ao sistema. No segundo experimento, que tratava de sistemas controláveis, vimos na teoria que se polos forem alocados na região de estabilidade, o erro se torna constante ou até nulo, e por isso são melhores para construir o seguidor de referência. A partir das análises do terceiro experimento notamos a importância de um observador de estados que esteja bem integrado ao sistema que deve ser controlado. Também é importante notar que a escolha de bons valores para os polos é essencial para que haja uma boa resposta do sistema, melhorando o desempenho, polos ruins toram o observador inadequado, atrapalhando bastante todo o trabalho numa planta industrial, por exemplo.

Referências

OGATA, K. *Modern Control Engineering*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001. Citado na página 6.

WESCOTT, T. *PID without a PhD*. 2020. Disponível em: <<http://manuals.chudov.com/Servo-Tuning/PID-without-a-PhD.pdf>>. Acesso em: 12 out. 2020. Citado na página 7.