SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE Stavebná fakulta

Evidenčné číslo: SvF-5342-105652

Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku

Bakalárska práca

Študijný program: matematicko-počítačové modelovanie

Študijný odbor: matematika

Školiace pracovisko: Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

Vedúci záverečnej práce: RNDr. Ľubica Staneková, PhD.

Bratislava 2022 Karolína Vallová

Stavebná fakulta

Akademický rok: 2021/2022

Evidenčné číslo: SvF-5342-105652



ZADANIE BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Študentka: Karolína Vallová

ID študenta: 105652

Študijný program: matematicko-počítačové modelovanie

Študijný odbor: matematika

Vedúca práce: RNDr. Ľubica Staneková, PhD.

Vedúci pracoviska: Ing. Marek Macák, PhD.

Názov práce: Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku

Jazyk, v ktorom sa práca vypracuje: slovenský jazyk

Špecifikácia zadania:

Témou tejto práce sú algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku. V práci bude uvedený prehľad voľne dostupných programov, ktoré ponúkajú pomôcky pri riešení sudoku. Takéto programy najčastejšie ponúkajú dve pomôcky (malú a veľkú) alebo namiesto riešiteľa vygenerujú všetky možnosti. Cieľom práce je urobiť program s viacerými pomôckami (kombinácia známych a vlastných pomôcok) a tiež popísať teóriu k pomôckam a algoritmy na riešenie sudoku.

Termín odovzdania bakalárskej práce: 05. 05. 2022 Dátum schválenia zadania bakalárskej práce: 18. 02. 2022

Zadanie bakalárskej práce schválil: prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc. – garant študijného programu

POKYNY

na vypracovanie bakalárskej práce

Úvodné ustanovenie

V zmysle zákona č. 131/2002 Z. z. o vysokých školách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov je súčasťou štúdia podľa každého študijného programu aj záverečná práca. Jej obhajoba patrí medzi štátne skúšky. Záverečnou prácou pri štúdiu podľa bakalárskeho študijného programu je bakalárska práca. Podkladom na vypracovanie bakalárskej práce je zadanie bakalárskej práce

Štruktúra záverečnej práce

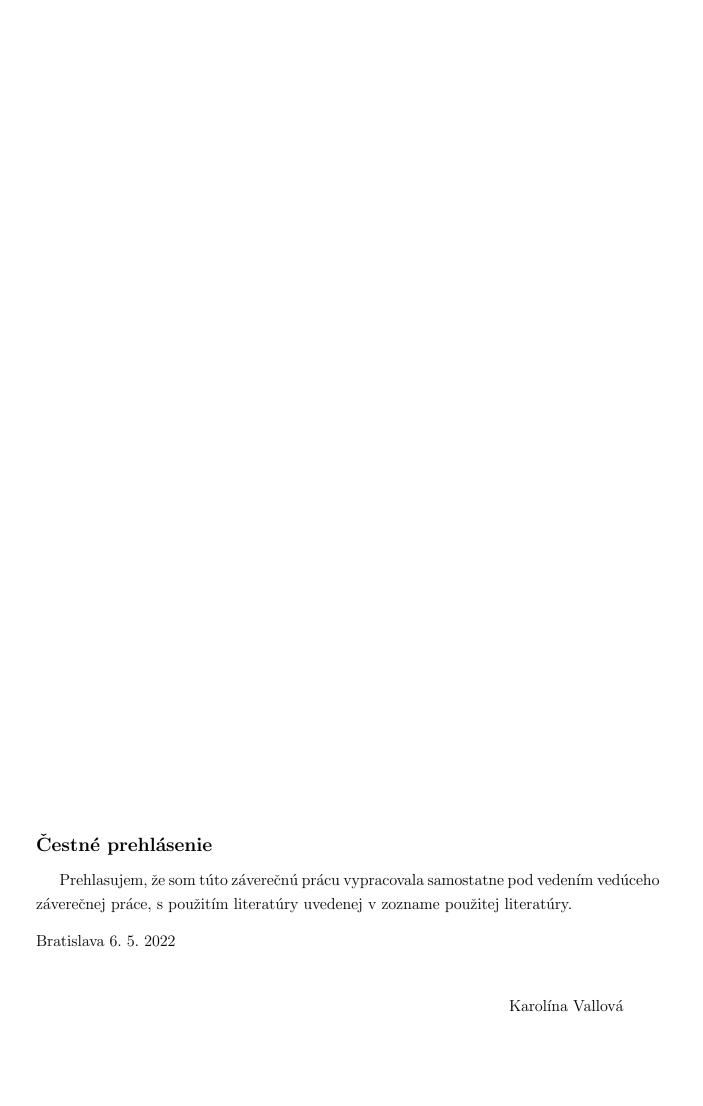
- titulný list,
- zadanie záverečnej práce,
- pokyny na vypracovanie,
- vyhlásenie autora,
- názov a abstrakt v slovenskom a v anglickom jazyku (spolu v rozsahu jednej strany),
- obsah s očíslovaním kapitol,
- zoznam príloh,
- zoznam skratiek a značiek,
- text samotnej práce (odporúčané členenie),
 - úvod,
 - súčasný stav problematiky,
 - ciele záverečnej práce,
 - vlastné riešenie členené na kapitoly podľa charakteru práce,
 - zhodnotenie dosiahnutých výsledkov resp. navrhnutých riešení,
 - záver,
- resumé v slovenskom jazyku v rozsahu spravidla 10 % rozsahu ZP (len pre práce vypracované v cudzom jazyku),
- zoznam použitej literatúry,
- prílohy (výkresy, tabuľky, mapy, náčrty) vrátane postera s rozmermi 1000x700 mm.

Rozsah a forma

- Obsah a forma záverečnej práce musí byť spracovaná v zmysle vyhlášky MŠVVaŠ SR č. 233/2011 Z. z., ktorou sa vykonávajú niektoré ustanovenia zákona č. 131/2002 Z. z. a v zmysle Metodického usmernenia č. 56/2011 o náležitostiach záverečných prác.
- 2. Vyžadovaný rozsah bakalárskej práce je 20 až 30 strán. Odovzdáva sa v dvoch vyhotoveniach. Jedno vyhotovenie musí byť viazané v pevnej väzbe (nie hrebeňovej) tak, aby sa jednotlivé listy nedali vyberať. Rozsiahle grafické prílohy možno v prípade súhlasu vedúceho práce odovzdať v jednom vyhotovení.
- 3. Autor práce je povinný vložiť prácu v elektronickej forme do akademického informačného systému. Autor zodpovedá za zhodu listinného aj elektronického vyhotovenia.

- 4. Po vložení záverečnej práce do informačného systému, predloží autor fakulte ním podpísaný návrh licenčnej zmluvy. Návrh licenčnej zmluvy je vytvorený akademickým informačným systémom.
- 5. Odporúčaný typ písma je Times New Roman, veľkosť 12 a je jednotný v celej práci. Odporúčané nastavenie strany riadkovanie 1,5, okraj vnútorný 3,5 cm, vonkajší 2 cm, zhora a zdola 2,5 cm, orientácia na výšku, formát A4.
- 6. Obrázky a vzorce sa číslujú v rámci jednotlivých kapitol (napr. obr. 3.1 je obrázok č. 1 v kapitole 3). Vzorce sa číslujú na pravom okraji riadku v okrúhlych zátvorkách napr. (3.1).
- 7. Všetky výpočty musia byť usporiadané tak, aby bolo možné preveriť ich správnosť.
- 8. Pri všetkých prevzatých vzorcoch, tabuľkách, citovaných častiach textu musí byť uvedený prameň.
- Citovanie literatúry vrátane elektronických materiálov sa uvádza podľa STN ISO 690 (01 0197): 2012. Informácie a dokumentácia. Návod na tvorbu bibliografických odkazov na informačné pramene a ich citovanie.
- 10. Príklad zoznamu bibliografických odkazov:
 - ABELOVIČ, J. a kol.: *Meranie v geodetických sieťach.* Bratislava: Alfa 1990. 104 s. ISBN 0-1554-9173.
 - MICHALČÁK, O. ADLER, E.: Výskum stability dunajských hrádzí. In: *Zborník vedeckých prác Stavebnej fakulty SVŠT.* Bratislava: Edičné stredisko SVŠT 1976, s. 17-28. ISBN 0-3552-5214.
 - ŠÜTTI, J.: Určovanie priestorových posunov stavebných objektov. *Geodetický kartografický obzor.* 2000, roč. 2, č. 3, s. 8-16. ISSN 0811-6900.
 - Article 18. Technical Cooperation. http://www.lac.uk/iso/tc456 (2013-09-28)
- 11. Za jazykovú a terminologickú správnosť záverečnej práce zodpovedá študent.
- 12. Formu postera (elektronická alebo aj tlačená) určí garant študijného programu.
- 13. Vzor pre poster je uvedený na dokumentovom serveri v akademickom informačnom systéme univerzity.

	podpis garanta študijného programu
Ustanovenia týchto pokynov som vzal na vedon bakalárska práca vypracovaná v súlade s týmito	
V Bratislave	nodnis študenta





Abstrakt

Názov práce: Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku

Abstrakt: Je veľa voľne dostupných programov, ktoré ponúkajú pomôcky pri riešení sudoku, najčastejšie dve pomôcky (malú a veľkú) alebo namiesto riešiteľa vygenerujú všetky možnosti. V práci bude prehľad takýchto programov a urobený program s viacerými pomôckami (kombinácia známych a vlastných pomôcok). V práci bude popísaná aj teória k pomôckam a algoritmy na riešenie sudoku.

Kľúčové slová: Pomôcka, kandidát, políčko, mriežka

Abstract

Title: Algorithms and techniques for solving Sudoku

Abstract: There are many free available programs with accessible techniques to solve Sudoku puzzle. Often the techniques are more narrow or instead of solver generates all possible candidates. This thesis contains overview of these programs and also created program with several techniques (combination of known and own). In thesis will be described theory of all known techniques and algorithms for solving Sudoku puzzle.

Keywords: techniques, grid, spot, candidate

Obsah

Ú	vod			1
1	Hra	Sudol	ku	2
	1.1	Princí	p hry	2
	1.2	Zadan	ia hry a ich úrovne	3
		1.2.1	Zadanie hry	3
		1.2.2	Úroveň hry	5
2	Pon	nôcky 1	na riešenie hry sudoku	7
	2.1	Ľahké	Pomôcky	7
		2.1.1	Jedna pozícia (Single Posistion)	7
		2.1.2	Jeden kandidát (Single Candidate)	8
	2.2	Pokroč	čilé pomôcky	8
		2.2.1	Jedna línia kandidátov (Candidate Lines)	9
		2.2.2	Dvojité páry (Double Pairs)	9
		2.2.3	Viaceré línie kandidátov ($Multiple\ Lines$)	11
	2.3	Nároči	né Pomôcky	11
		2.3.1	Zjavný/á pár/trojica/štvorica ($Naked\ Pair/Triple/Quad$)	11
		2.3.2	Skrytý/á pár/trojica/štvorica (<i>Hidden Pair/Triple/Quad</i>)	12
		2.3.3	X-wing	12
		2.3.4	XY-wing	13
		2.3.5	Swordfish	14
3	Dos	tupné	programy	16
	3.1	Sudok	u Solver	16
	3.2	Sudok	u	17
	3.3	Sudok	u Hint	18
4	Pro	gramo	vanie Pomôcok a Algoritmov hry sudoku	20
	4.1	Prostr	edie programu	20
	4.2	Štrukt	púra programu	20
		121	Trieda Grid	20

	4.2.2 Trieda Game	21
4.3	Význam (Náplň) programu	22
Záver		23
Bibliog	grafia	24

Úvod

Sudoku je logická doplňovacia hra pre jedného hráča, ktorá sa v dnešnej dobe pre svoje jednoduché pravidlá a množstvu úrovní obtiažnosti stala veľmi populárnou pre väčšinu vekových kategórií.

Prvá verzia sudoku puzzle sa objavila vo francúzskych novinách na konci 19. storočia pod menom Number Place. A však jej popularitu si získala až v meste Manhattan, New York v 70. rokoch 20. storočia. Získala si ju vďaka pánovi z Nového Zélandu menom Wayne Gould, ktorý po 6. rokoch skonštruoval počítačový program na tvorenie zadaní sudoku. [7] Vďaka tomuto programu sa ľahko generovali zadania sudoku, začali sa pravidelne a s úspechom publikovať do novín a táto logická hra sa rýchlo rozšírila do celého sveta. Neskôr táto hra bola publikovaná japonskou rébus firmou, ktorá ju pomenovala sudoku, znamenajúc jedno číslo práve raz a tento názov jej zostal dodnes. [6]

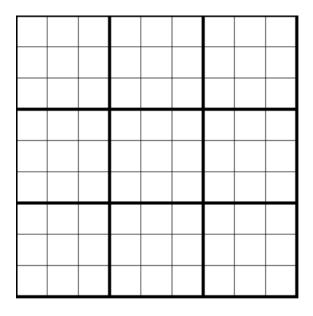
Cieľom práce je vytvoriť program na precvičenie riešenia zadaní pomocou pomôcok spomenutých v práci, aby sa hráč mohol zlepšovať a postupne vyriešiť aj náročné úrovne hry.

Kapitola 1

Hra Sudoku

1.1 Princíp hry

Logickú hru sudoku tvorí 81 políčok po 9 riadkov a 9 stĺpoch. Mriežka sa delí na deväť 3×3 štvorcov po 9 políčok.



Obr. 1.1: Prázdna mriežka.

Cieľom hry je vyplniť týchto 81 políčok číslicami od 1 po 9, pričom sa budú dodržiavať následovné tri základné pravidlá:

- 1. Každý riadok obsahuje čísla 1 9 práve raz.
- 2. Každý stĺpec obsahuje čísla 1 9 práve raz.
- 3. Každý 3×3 štvorec obsahuje čísla 1 9 práve raz.

Na obrázku 1.2 vidíme už vyplnenú mriežka hry sudoku. Zároveň môžme vidieť, že takto vyplnená mriežka dodržiava tri základne pravidlá hry a preto ju môžme nazvať aj jedným z veľa správnych riešení sudoku.

2	7	4	1	5	9	3	6	8
1	8	5	3	2	6	7	9	4
3	6	9	4	7	8	1	5	2
7	5	8	6	4	1	9	2	3
6	2	3	9	8	5	4	7	1
9	4	1	2	3	7	5	8	6
8	3	6	7	9	4	2	1	5
4	1	7	5	6	2	8	3	9
5	9	2	8	1	3	6	4	7

Obr. 1.2: Vyriešená hra sudoku.

1.2 Zadania hry a ich úrovne

1.2.1 Zadanie hry

Intuitívne akúkoľvek čiastočne nevyplnenú mriežku hry sudoku 1.3 by sa dala považovať za jej zadanie. Nie však každé nevyplnené sudoku sa dá považovať za plnohodnotné zadanie. Vďaka kombinatorike vieme, že existuje práve 6.7×10^{21} riešení. Toto číslo vypočítali pomocou počítačového programu dvaja páni a to B. Felgenhauer a F. Jarvis v roku 2005 ako jeden z viacerých enumeračných problémov sudoku. [2]

Zároveň vďaka experimentu z Univerzity College Dublin [4] bol v roku 2013 overený minimálny počet pre zadané čísla, aby sa zadanie považovalo za plnohodnotné. Tým sa myslí, aby zadanie hry malo vždy jednoznačne jedno riešenie. Pán menom Gary McGuire overil toto číslo a došiel k záveru, že minimálny počet zadaných čísel je 17. Pri nevyriešených hrách sudoku, kde je zadaných len 16 čísel, hra nemá jedno, ale viac ako jediné riešenie a považuje sa teda za neplnohodnotné. Bežný počet čísle v zadaní hry pre začiatočníkov býva okolo 30 čísel. Avšak toto číslo sa pre rôzne úrovne mení, ale zostáva okolo 24 čísel aj pri náročnejších úrovniach.

Čo nám naznačuje, že aj zadanie pre logickú hru sudoku by malo mať svoje pravidlá

alebo zásady. Avšak na takéto zásady sa prišlo potom ako sa hra predstavila verejnosti. Tieto tzv. nepísané pravidlá, ktorými by sa malo riadiť každé zadanie, aby sa považovalo za plnohodnotné, sú následovné:

- 1. Každé zadanie by malo mať práve jedno riešenie.
- 2. Každé zadanie by malo byť riešiteľné bez hádania alebo pomoci počítača.
- 3. Každé zadanie by malo byť minimálne, tzv. po odstránení jednej číslice by už nemalo mať iba jedno riešenie.

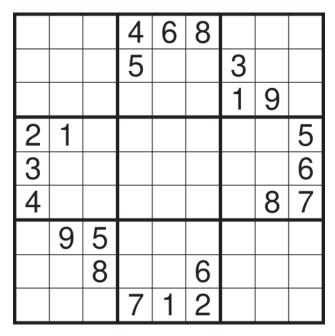
2			1				6	
	8	5		2			9	
				7		1		2
					1			3
			9		5			
9			2					
8		6		9				
	1			6		8	3	
	9				3			7

Obr. 1.3: Vzor zadania.

Špeciálne zadania hry

Počítačom vytvorené zadania hry sú najdostupnejšie a najčastejšie používané a uvádzané vo zväzkoch zadaní, pre čitateľov v novinách a časopisov alebo v dostupných programoch na riešenie hry sudoku. Nájdu sa ale aj zadania vytvorené ľudmi. Tieto zadania sa potom sústredia na postupnosť pri dosádzaní čísel, alebo využívaní určitých pomôcok či z estetického hľadiska. Príkladom takéhoto zadania je zadanie v tvare motýľa 1.4 vytvorené pánom Grant Fikes. [3]

Toto zadanie nieje len esteticky zaujímavé, ale aj v tom, v akom poradí sa dopĺňajú čísla. Poradie je zrkadlové k diagonále z ľavého horného roku. Zároveň úroveň tohto zadania je ľahká aj pri veľmi malom počte a to 22 už zadaných čísel.



Obr. 1.4: Sudoku v tvare motýľa.

1.2.2 Úroveň hry

Každé plnohodnotné zadanie má teda svoje jediné riešenie. Keď sa pozrieme na počet čísel v zadaní, môžme približne určiť alebo aspoň hráčovi môže dať približnú predstavu o úrovni obtiažnosti. Avšak aj pri obvyklom počte čísel môžme nájsť ľahšie alebo náročnejšie zadanie hry. Preto obtiažnosti hry by sa nemala určovať na základe počtu čísel v zadaní, ale na základe nejakého systému, ktorý by určil úroveň obtiažnosti hry jednoznačnejšie.

Existujú už rôzne systémy, ktoré ohodnotia úroveň zadania hry, jedným z týchto systémov môžme nájsť na stránke Difficulty of Sudoku puzzle. Tento systém bol vytvorený malou firmou, ktorá pochádza z Anglicka a má názov Astraware Limited. Na tejto stránke sa každé zadanie hry ohodnotí pomocou metódy, ktorá sa riadi týmito troma zásadami:

- 1. Počet nevyplnených (prázdnych) políčok.
- 2. Koľko rôznych pomôcok treba použiť.
- 3. Ako často každú z týchto pomôcok treba zopakovať na vyriešenie zadania.

Tento konkrétny systém, ktorý každej použitej pomôcke pridelí istú hodnotu (cenu) sa riadi nasledujúcou tabuľkou:

Tabuľka 1.1: Tabuľka hodnôt pre pomôcky.

Pomôcka	Cena za 1. použitie	Cena za d'alšie použitie
Jedna pozícia (Single Posistion)	100	100
Jeden kandidát (Single Candidate)	100	100
Jedna línia kandidátov (Candidate Lines)	350	200
Dvojité páry (Double Pair)	500	250
Viaceré línie kandidátov (Multiple Lines)	700	400
Zjavný pár (Naked Pair)	750	500
Skrytý pár (Hidden Pair)	1500	1200
Zjavná trojica (Naked Triple)	2000	1400
Skrytá trojica (<i>Hidden Triple</i>)	2400	1600
X-Wing a XY-Wing	2800	1600
Refazová reakcia (Forcing Chains)	4200	2100
Zjavná štvorica (Naked Quad)	5000	4000
Skrytá štvorica (Hidden Quad)	7000	5000
Swordfish	8000	6000

S veľkým množstvom zadaní, ich úrovne sa príležitostne môžu líšiť, jedno riešenie môže byť o trošku ľahšie ako ďalšie, ktoré je len o menšiu hodnotu náročnejšie. A to len preto koľko pomôcok a ich opakovaní je potrebných na vyriešenie hry. Preto sa zoskupili úrovne zadaní, ktoré boli podobne ohodnotené na základe vyššie spomenutej tabuľky, a potom rozdelené do šesť kategórií:

Tabuľka 1.2: Tabuľka úrovní hry sudoku.

Úroveň	Dolná hranica	Horná hranica
Začiatočník	3600	4500
Ľahká	4300	5500
Stredne ťažká	5300	6900
Náročná	6500	9300
Čertovská	8300	14000
Diabolská	11000	25000

Jednotlivé kategórie sa prekrývajú niekde viac, niekde menej, avšak tieto prekryvy sú tam zámerne. Umožňujú pri vytváraní zadaní istú voľnosť, aby zadanie bolo stále v prijateľnom rozsahu kvôli opakovaniu pomôcok.

Kapitola 2

Pomôcky na riešenie hry sudoku

V Predchádzajúcej kapitole sme spomenuli pomôcky na vyriešenie logickej hry sudoku. V tejto kapitole sa ich skúsime čitateľovi vysvetliť do čo najzrozumiteľnejšej miery, aby si ich ako príležitostný alebo pravidelný hráč mohol prípadne vyskúšať pri najbližšej hre. Postupne spomenieme väčšinu spomenutých pomôcok z už spomínanej tabuľky 1.1 hodnôt pre pomôcky.

Hlavná myšlienka za pomôckami logickej hry sudoku je uľahčenie hľadania kandidáta alebo skupiny kandidátov, neskôr dedukciou aj nájsť konkrétne číslo pre konkrétne políčko v mriežke.

2.1 Ľahké Pomôcky

Medzi najľahšie a hlavne prvé pomôcky, s ktorými sa hráč stretne pri hraní hry sudoku sú základné tri pravidlá hry a ich rôzne aplikácie či už pri hľadaní priamo čísla alebo kandidátov. Ako sa v predchádzajúcej kapitole spomínali princípy hry sudoku, hlavná myšlienka je vyplniť mriežku číslami 1-9, tak aby sa dodržali základné pravidlá.

2.1.1 Jedna pozícia (Single Posistion)

Práve táto pomôcka patrí medzi tie najľahšie a hráčovi začiatočníkovi je vysvetlená ako prvá. Pomôcka Jedna pozícia využíva základne tri pravidlá hry. Nižšie na príklade môžme vidieť hru sudoku v počiatočnej fáze riešenia. 2.1 V posledných dvoch riadkoch môžeme vidieť už zvýraznené aj dve číslice 3. Ak sa pozrieme na posledné tri riadky z dola a zameriame sa na číslo 3 môžme vidieť dve veci:

- 1. V treťom riadku z dola chýba číslo 3, keďže v nižších riadoch už nemôže nachádzať kvôli číslam 3 v predposlednom a poslednom riadku.
- 2. Číslo 3 chýba aj vo štvorci v ľavom dolnom rohu.

Keď spojíme tieto dva poznatky, vyjde nám, že číslo 3 sa musí nachádzať vo vrchnom riadku ľavého dolného štvorca. Avšak tam je voľné iba jedno políčko. Tým pádom vieme jednoznačne povedať, že číslo 3 sa bude nachádzať práve v tomto voľnom políčku.

2			1				6	
	8	5		2			9	
				7		1		2
					1			3
			9		5			
9			2					
8		6		9				
	1			6		8	3	
	9				3			7

Obr. 2.1: Príklad pomôcky Jedna pozícia.

2.1.2 Jeden kandidát (Single Candidate)

Medzi ďalšie pomôcky, ktoré patria k tým ľahším je pomôcka Jeden kandidát. Táto pomôcka využíva základne tri pravidlá hry, ale skôr sa používa sa na zorientovanie sa medzi už určenými a hlavne voľnými políčkami v mriežke. Veľmi ojedinele nastane situácia, kedy jedno konkrétne políčko má iba jedného kandidáta na zváženie. Najlepšie je to vidieť na obrázku 2.2, kde sú v každom voľnom políčku vpísaní všetci možní kandidáti na zváženie a jedno políčko je zvýraznené práve preto, lebo sa tam nachádza iba jeden kandidát na zváženie a to číslo 4.

Pomôcka Jeden kandidát však nepatrí medzi prvú voľbu ani skúseného hráča, nie to ešte začiatočníka, hlavne kvôli prácnosti, ktorú táto pomôcka vyžaduje. Na príkladnom obrázku 2.2 môžme vidieť koľko rôzne veľkých skupín kandidátov sa nachádza v tomto konkrétnom zadaní hry a ako je ľahké sa stratiť a pomýliť. Preto sa táto pomôcka doporučuje používať pri väčšom počte už jasne daných čísel. Avšak aj vtedy táto pomôcka patrí medzi tie posledné, ktoré hráči využívajú.

2.2 Pokročilé pomôcky

V tejto sekcii sa budú rozoberať pomôcky, ktoré môžu, ale vo väčšine prípadov neurčia konkrétne číslo konkrétnemu voľnému políčku, skôr zredukujú skupiny možných kandidátov

2 134 67	347	³⁴⁷ 5	346	³⁴⁵	489	345 7 347	6 9	4 5
346	346	349	345 68	7	468	1	458	2
456 7	245 67	247 8	467 8	48	1	245 679	245 78	:
134 67	234 67	123 478	9	348	5	246 7	124 78	14
9	345 67	134 78	2	348	467 8	456 7	145 78	1 4 6 8
8	234 57	6	457	9	247	245	124	14
457	1	247	457	6	247	8	3	45
45	9	24	458	145	3	245 6	124 5	7

Obr. 2.2: Príklad pomôcky Jeden kandidát.

pre jednotlivé políčka. Keď sa využije kombinácia takýchto pomôcok, hráča to priblíži k správnemu riešeniu, ak nie priamo k riešeniu. To však záleží na úrovni hry.

2.2.1 Jedna línia kandidátov (Candidate Lines)

Jednou z prvých pokročilejších pomôcok je Jedna línia kandidátov. Keď sa pozrieme na štvorec 3 x 3 v strede mriežky na obrázku 2.3, môžme ilustračne ukázať príklad tejto pomôcky. Na obrázku 2.3 vidíme, že číslo 3 sa v tomto štvorci môže nachádzať už iba v dvoch voľných zvýraznených políčkach. V iných voľných políčkach sa číslo 3 nachádzať nemôže, kvôli už jednoznačne daným číslam 3 vo štvrtom riadku z hora a v šiestom stĺpci zľava. S týmto poznatkom ďalej môžme povedať, že číslo 3 sa v piatom stĺpci bude nachádzať iba na týchto dvoch zvýraznených voľných políčkach v strednom 3 x 3 štvorci. Na základe čoho ďalej môžme s určitosťou odstrániť číslo 3 zo skupiny kandidátov vo voľnom políčku v piatom stĺpci a prvom riadku, keďže na tomto mieste sa toto číslo nebude nachádzať.

2.2.2 Dvojité páry (Double Pairs)

Ďalšou pomôckou sú Dvojité páry, kde máme po dva páry kandidátov v dvoch stĺpoch a zároveň v dvoch štvorcoch 3 x 3 pre konkrétne číslo. Vďaka týmto dvom párom, potom vieme zredukovať kandidátov spomínaného čísla. Najlepšie je to však ukázať na obrázku 2.4. Tu môžme vidieť všetkých možných kandidátov v 3 x 3 stredných troch štvorcoch zhora. Keď sa lepšie pozrieme na prvý a tretí štvorec, zistíme, že kandidáti pre číslo 4 sa v nich nachádzajú len v prvom a tretom stĺpci týchto štvorcov. Inak aj povedané, v prvom a tretom štvorci v strednom stĺpci sa číslo 4 nemôže nachádzať. Za to v strednom štvorci sa už nachádzajú

2	347	347	1	3 45	489	345 7	6	458
134 67	8	5	346	2	46	347	9	4
346	346	349	345 68	7	468 9	1	458	2
456 7	245 67	247	467 8	48	1	245 679	245 78	3
134 67	234 67	123 478	9	348	5	246 7	124 78	146
9	345 67	134 78	2	348	467 8	456 7	145 78	145 68
8	234 57	6	457	9	247	245	124	145
457	1	247	457	6	247	8	3	459
45	9	24	458	145 8	3	245 6	124 5	7

Obr. 2.3: Príklad pomôcky Jedna línia kandidátov.

kandidáti pre číslo 4 aj v stredom stĺpci. Preto môžme vyškrtnúť kandidátov pre číslo 4 v strednom štvorci v prvom a v tretom stĺpci, lebo v tomto štvorci sa musí číslo 4 nachádzať práve v strednom stĺpci. V tomto konkrétnom prípade sa číslo 4 môže v spomínanom štvorci nachádzať iba na jednom políčku, a tak vďaka tejto pomôcke môžme jednoznačne doplniť toto číslo do zadania.

278	5	6	247 9	1	49	3	278	278
237 8	4	237 8	279	5	89	6	1	278 9
123 78	9	123 78	6	278	3	278	5	4
135 78	2	137 8	13 4	9	6	147 8	347 8	137 8
4	37	9	137	78	2	5	378	6
135 78	6	137	13 4 78	478	1#5	9	234 78	123 78
237	37	5	148 9	6	149	124 78	234 78	123 78
6	1	37	48	2	48	478	9	5
9	8	4	5	3	7	12	6	12

Obr. 2.4: Príklad pomôcky Dvojité páry.

2.2.3 Viaceré línie kandidátov (Multiple Lines)

Táto pomôcka je veľmi podobná pomôcke Dvojité páry, avšak v dvoch stĺpoch sa nenachádzajú kandidáti pre konkrétne číslo po dva-krát na dvoch políčkach, ale sa nachádzajú na viacerých políčkach. To opäť zredukuje možných kandidátov v treťom stĺpci či už na jednom alebo troch políčkach.

2.3 Náročné Pomôcky

2.3.1 Zjavný/á pár/trojica/štvorica (Naked Pair/Triple/Quad)

Pomôcka Zjavné páry patrí medzi tie najužitočnejšie pomôcky a zároveň najlepšie zbadateľné. Jej princíp spočíva v tom, že sa nájde dvojica po dvoch kandidátov na dvoch políčkach a v týchto políčkach sa nenachádzajú už iný kandidáti. Na obrázku 2.5 môžme vidieť takýto pár v hornom pravom štvorci a to kandidátov pre čísla 5 a 8. V týchto políčkach sa môžu nachádzať iba títo dvaja kandidáti, a preto môžme týchto dvoch kandidátov vyškrtnúť z ostatných voľných políčok. Čo v tomto prípade znamená, že v tomto políčku, kde sme vyškrtli kandidáta pre číslo 5, zostane už iba jeden kandidát a to pre číslo 3.

2	347	347 9	1	458	489	3,5	6	58
1	8	5	3	2	6	7	9	4
346	346	349	458	7	489	1	58	2
456 7	245 67	247	467 8	48	1	245 69	245 78	3
346 7	234 67	123 478	9	348	5	246	124 78	168
9	345 67	134 78	2	348	478	456	145 78	156 8
8	234 57	6	457	9	247	245	124	15
457	1	247	457	6	247	8	3	59
45	9	24	458	145	3	245 6	124	7

Obr. 2.5: Príklad pomôcky Zjavný pár.

Pre trojice alebo štvorice platí podobný postup, akurát sa nachádzajú kandidáti na iba na troch alebo iba na štyroch políčkach. Niekedy je zjavná trojica zbadateľná v tvare po troch kandidátov, rozdelená po dvoch na troch políčkach alebo zjavná štvorica kandidátov je cez štyri políčka po rôznych počtoch rozdelená. Nezáleží čí sa nachádza pár, trojica alebo štvorica v stĺpci, štvorci alebo v riadku.

2.3.2 Skrytý/á pár/trojica/štvorica (Hidden Pair/Triple/Quad)

Skrytý pár nie je vždy ľahké nájsť, ale za to keď sa už nájde, tak vie veľmi pomôcť priblížiť hráča k riešeniu. Takýto pár sa nájde medzi skupinami viacerých kandidátov, avšak pre iba tento pár platí, že sa môže nachádzať na voľných políčkach iba na dvoch miestach. Na obrázku 2.6 sa takýto príklad nachádza v treťom riadku z hora. Pre kandidátov pre čísla 3 a 1 v tomto riadku platí, že sa môžu nachádzať iba na políčkach tmavomodrej farby. Preto kandidáta pre číslo 2 v jednom z týchto políčkom môžme odstrániť a tak isto aj kandidáta pre číslo 4 v druhom políčku.

Skryté trojice a štvorice sa dajú nájsť v podobných situáciách, avšak pri tejto pomôcke trojice sa nájdu menej často ako páry, a štvorice sa nachádzajú veľmi ojedinele a to iba v zadaniach z najnáročnejších úrovní.

8	25	1	27	35	6	37	9	4
3	25	46	247	145	9	167	8	127
9	7	46	24	8	134	5	26	123
5	4	7	89	6	2	18	3	19
6	3	2	489	14	14	178	5	179
1	9	8	3	7	5	2	4	6
47	8	3	6	2	47	9	1	5
47	6	5	1	9	8	347	27	237
2	1	9	5	34	347	346 7	67	8

Obr. 2.6: Príklad pomôcky Skrytý Pár.

2.3.3 X-wing

Pomocou X-Wing pomôcky vieme redukovať možných kandidátov na jednotlivých políčkach, dokonca kandidátov vrámci štvorcov. Princíp tejto pomôcky spočíva v nájdení dvoch párov jedného kandidáta v dvoch riadok alebo v stĺpcoch, ktoré spojením sa vytvorí písmeno X, vďaka ktorému sa eliminujú zvyšný kandidáti tohto čísla v danom riadku alebo stĺpci. Najlepšie bude túto pomôcku predstaviť na konkrétnom príklade.

Majme zadanie už v určitom štádiu riešenia a máme situáciu, kde hľadáme jediné políčko pre číslo 4. V štyroch 3x3 štvorcoch ešte nieje jednoznačný kandidát pre toto číslo, ale máme v dvoch riadkoch, v 3. a 6. zhora po dva kandidáti pre číslo 4 (modrou farbou označené na obrázku 2.7). Zároveň veľmi dôležitý faktor pre pomôcku X-Wing je splnený a to, že práve

tieto štyri čísla 4 sú aj pod sebou v dvoch stĺpcoch a to v 2. a 5. zľava.

Tieto štyri vyznačené čísla 4 tvoria štvoruholník alebo ak ich spojíme krížom, písmeno X. Na základe základných pravidiel hry, vieme, že v týchto dvoch riadkoch a stĺpcoch môže byť iba po jednom čísle 4. Vďaka tejto pomôcke môžme eliminovať ostatných kandidátov v ich stĺpcoch a ponechať iba týchto štyroch kandidátov. Vďaka tejto eliminácií vieme prípadne prísť na jednoznačného kandidáta pre iné číslo a priblížiť sa tak k riešeniu.

246 7	2 4 7	З	8	# 69	24	5	1	46
245 6	2 ,4 5	8	7	1,46	124	9	3	46
1	49	69	3	469	5	7	2	8
567	357	567	2	137	13	8	4	9
8	34	1	9	34	6	2	5	7
247	2 4 7	79	5	4 78	48	1	6	3
9	6	4	1	2	7	3	8	5
3	8	2	6	5	9	4	7	1
5 7	1	5 7	4	38	38	6	9	2

Obr. 2.7: Príklad pomôcky X-wing.

2.3.4 XY-wing

Princíp XY-wing pomôcky eliminuje kandidátov pomocou dôležitého konceptu priesečníkov pri riešení sudoku. Najskôr si predstavíme princíp priesečníkov.

Princíp priesečníkov

Dve políčka sa nazývajú priesečníkmi, ak zdieľajú rovnaký riadok, stĺpec alebo malý štvorec 3 x 3. Týmto povedané čísla v týchto políčkach nesmú byť tie isté čísla.

XY-Wing

Táto pomôcka sa vzťahuje na tri políčka. Pre každé z týchto troch políčok je dôležité, aby mali iba po dva kandidáti, ktoré sú navzájom logicky prepojené ako to je na obrázku 2.8 označené modrou a zelenou farbou.

Na obrázku môžeme vidieť, že na zeleno vyfarbené políčko má priesečníky s oboma jeho krídlami, modrými políčkami. Na to, aby sme mohli uplatniť túto pomôcku, modré políčka navzájom nemusia mať priesečník, ale musia zdielať jedno a to isté číslo z kandidátov.

Zároveň oba kandidáti v zelenom políčku sa musia tiež nachádzať v jednom z modrých políčok.

Predstavme si, že na zelenom políčku by bolo číslo 7, potom by pravé na modrom políčku bolo číslo 1. Ak by zelené políčko bolo číslo 2, zase ľavé políčko by bolo číslo 1. Z toho nám vyplýva, že práve jedno z modrých políčok bude číslo 1.

Na základe tohto poznatku, vieme povedať, ze kandidátov pre číslo 1 vyznačené ružovou farbou v prvom štvorci môžeme eliminovať a napríklad v tomto prípade vylúštiť ľavý štvorček a doplniť tak jednoznačne čísla do zadania.

∦ 23	4	1 /3	5	9	17
5	9	7	26	8	16
12	6	8	27	3	4

Obr. 2.8: Príklad pomôcky XY-wings.

2.3.5 Swordfish

Ako poslednú pomôcku si vysvetlíme Swordfish. Táto pomôcka nieje ťažká na pochopenie, jej princíp je veľmi podobný pomôcke x-wing 2.7, avšak využíva tri riadky a tri stĺpce namiesto dvoch. V zadaní hry na obrázku 2.9 sa nachádza táto pomôcka a pomôže v tomto prípade s kandidátmi pre číslo 5. Ako môžme vidieť podstatné 3 riadky sú zvýraznené modrou farbou a to iste môžme vidieť aj pre stĺpce zelenou farbou. Tieto riadky boli vybrané tak, aby sa kandidáti pre číslo 5 nachádzali tam, kde sa krížia so stĺpcami, v ktorých sa tiež nachádzajú vo voľných políčkach kandidáti pre číslo 5. Všetky tri riadky musia obsahovať číslo 5 a keďže pre toto číslo sú možnosti limitované, každý z týchto riadkov bude mať číslo 5, tam kde sa kríži so zelenými stĺpcami. Aj keď nám zatiaľ nič z povedaného nepomohlo s jednoznačným určením pozície pre číslo 5, môžme však určiť, že kandidáti pre číslo 5 sa budú nachádzať iba na políčkach, kde sa krížia vyznačené riadky a stĺpce. Číslo 5 sa bude teda nachádzať iba na políčkach zvýraznených tmavomodrou farbou. Z políčok zafarbených tmavozelenou farbou potom môžme odstrániť kandidáta pre číslo 5.

Pomôcku Swordfish, na rozdiel od ostatných, je veľmi ťažké zbadať a zároveň ju aj využiť pri riešení logickej hry sudoku. Nachádza sa na poslednom mieste tabuľky hodnôt pre pomôcky 1.2 a na tomto mieste je umiestnená právoplatne pre jej náročnosť ju nájsť.

56	356	2	34	8	1	45	9	7
7	35	1	6	9	34	2	45	8
9	8	4	5	2	7	6	3	1
4	2	5	1	3	8	9	7	6
3	7	6	9	5	2	1	8	4
8	1	9	7	4	6	3	25	25
16	69	3	8	7	45	45	124	259
2	45	8	3 4	1	9	7	6	3 5
15	459	7	2	6	345	8	145	359

Obr. 2.9: Príklad pomôcky Swordfish.

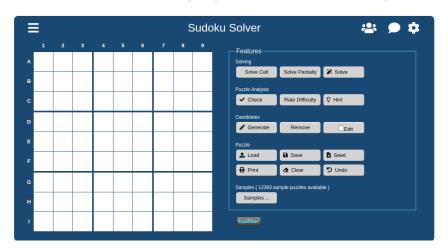
Kapitola 3

Dostupné programy

Hráči akýchkoľvek úrovní sa vedia dostať k rôznym programom pre logickú hru sudoku či už na internete alebo na mobilných zariadeniach. V tejto kapitole budeme rozoberať pár vybraných dostupných programov náhodne vybraných z internetu. Budeme hodnotiť ich prístup a interpretáciu pomôcok a aj samotné riešenie zadania, ale budeme ich aj hodnotiť navzájom.

3.1 Sudoku Solver

Program sudoku Solver môžme nájsť na stránke Sudoku solutions ako jeden z dostupných programov. Autorom je spoločnosť Aire Technologies, ktorá sídli v Nemecku. [8] Na obrázku 3.1 nižšie môžme vidieť s akým prostredím sa stretneme pri navštívení stránky.



Obr. 3.1: Sudoku Solver

Z prvého dojmu môžme považovať, že tento program splní očakávania aj skúsených hráčov. Nižšie na stránke sa dozvieme ako presne narábať s takýmto programom. Sú tam vysvetlené všetky tlačidlá a aj ako pracovať s kandidátmi. Pri vybratí zadania stlačením tlačítka samples... si môžme vybrať kategóriu zadania alebo sa vrátiť už ku konkrétnemu zadaniu z tejto stránky pomocou čísla, ktoré má každé zadanie pridelené.

Po pár vyriešených zadaní si môžeme všimnúť, že tam nieje úplna súhra medzi spracovaním jednotlivých krokov. Program spracováva jednotlivé kroky hráča postupne, aj keď hráč naďalej robí pracuje s programom. Program umožňuje hráčovi si vygenerovať všetkých kandidátov pre každé voľne políčko, ale aj hráčovi dovolí si zapísať vlastných kandidátov. Avšak pri doplnený konkrétny čísel do zadania sa vygenerovaný kandidáti automaticky neupravia, to sa stane až pri ďalšom vygenerovaní kandidátov. Potom si ale môžme všimnúť, že program nerozlišuje pôvodne zadanie od už doplneného, čo však je výhodou alebo nie individuálne pre každého hráča. Pri doplnených zlého čísla, ktoré porušuje 3 základné pravidlá program automaticky upozorní na chybu, avšak ak doplnené číslo spĺňa tieto pravidlá program na chybu neupozorní. Upozornenie príde iba ak by hráč chcel nechať vyriešiť program takéto zadanie, potom by až vypísal chybu. Potom hráč nemá možnosť si takto poradiť bez logického vysvetlenia postupu.

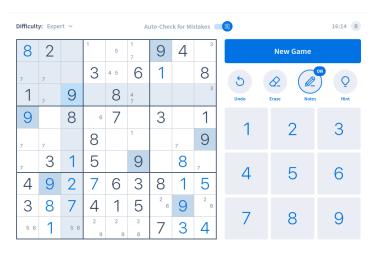
Ak by si hráč chcel nechať poradiť program mu ponúkne nápovedu avšak v poradí, v akom by mal hráč postupne riešiť zadanie. A ak by chcel hráč nevyužiť túto nápovedu, ale chcel by dostať ďalšiu, program ho nepustí. V porovnaní s ostatnými programami tu však môžme zbadať rozdiel vo farebnom zvýraznení riadku, stĺpca či štvorca, ktorého sa týka hráčom vybrané políčko. Ale za to sa vieme pozrieť na zadanie hry, bez akéhokoľvek zvýrazneného riadku, stĺpca alebo štvorca.

3.2 Sudoku

Program na stránke Sudoku.com je vytvorené firmou Easybrain, ktorá momentálne sídli na ostrove Cyprus. [1] Prostredie s akým sa stretneme na tejto stránke môžme vidieť nižšie na obrázku 3.2. Na prvý pohľad zbadáme, že tento program ponúka hráčovi hrať túto logickú hru iba myškou, čo v porovnaní s programom Sudoku Solver 3.1 hráč nemá k dispozícií. Ďalším rozdielom je aj zvýraznený riadok, stĺpec a štvorec pre akékoľvek políčko šachovnice, čo hráčovi neumožňuje sa pozrieť na zadanie hry ako na celok. Program tak tiež ponúka rôzne úrovne zadaní, ale neponúka hráčovi generovanie všetkých kandidátov pre voľne políčka. Preto napríklad pomôcku Jeden kandidát 2.1.2 je hráč nútený si vyskúšať sám.

Ak by hráč spravil chybu pri zadaní konkrétneho čísla, má možnosť sa nechať hneď programom na to upozorniť. Tak má ale hráč možnosť si týmto poznatkom si nechať aj pomôcť, túto možnosť ale môže vypnúť. Avšak pri správnom doplnení čísla do zadania hneď upraví skupiny kandidátov, ktoré toto doplnené číslo ovplyvňuje. Ak by si chcel hráč nechať poradiť, program mu priamo poradí číslo, ktoré má doplniť na hráčom vyznačené políčko, ale bez akéhokoľvek vysvetlenia.

Tento program ako jediný ponúka aj meranie času za ako dlho hráč vyrieši dané zadanie logickej hry, vďaka čomu sa hráč vie nie len vrámci úrovní, ale aj vrámci rýchlosti zlepšovať.



Obr. 3.2: Sudoku.com

3.3 Sudoku Hint

Ďalším programom je na stránke Sudoku Hints a jeho autorom je David J. Nixon. [5] Každým dňom od júna 2005 pribúdajú nové ďalšie zadanie hry sudoku, pričom predošlé sú hráčovi stále prístupné a vie ich opätovne riešiť. Avšak neponúka rôzne obtiažnosti tejto hry.

Aj tento program ponúka možnosť sa pozrieť na všetkých možných kandidátov pre každé voľne políčko, avšak neumožňuje ich úpravu, s čím sa v porovnaní s druhými programami nestretávame. Chyby pri zadaní čísel program neukazuje hneď, ale až keď sa hráč sám rozhodne skontrolovať doterajší postup pri riešení hry. Program ďalej nerozlišuje či zadané číslo je správne, aj keď hráč požiada o nápovedu. Hráč si môže vybrať medzi väčšou alebo menšou nápovedou, pričom menšou nápovedou hráča navádza kde by mal najbližšie číslo hľadať a väčšou hráčovi priamo prezradí kde sa ďalšie číslo nachádza. Akékoľvek nápovedy však nie sú programom vysvetlené, čo oberá hráča o možnosť sa zlepšovať.

If there is a problem viewing the puzzle, try clearing browser cache or with a keyboard and mouse you can just reload the page using Shift+Reload or Ctrl+F5. Possibilities Checking Hint: Look at box 4 Collapse Expand

Choose a puzzle

Obr. 3.3: Sudoku Hints

Kapitola 4

Programovanie Pomôcok a Algoritmov hry sudoku

V tejto kapitole budeme opisovať program, ktorý má hráčovi pomôcť nielen vylúštiť logickú hru sudoku, ale hlavne ho naučiť používať pomôcky, postupne od ľahších po tie náročnejšie. A však pre náročnosť programu, nie každá pomôcka spomenutá v kapitole kapitole 2 nebola aplikovaná v programe.

4.1 Prostredie programu

Program je napísaný v jazyku C++ a objektovo-orientovanej programovacej paradigme.(alebo: a v štýle objektovo-orientovaného programovania). V programe boli použité štandardné knižnice na prácu so súbormi rôznych dátovych typov. Celkovú štruktúru súborov v programe tvoria 4 súbory, kde dva súbory sú hlavičkové súbory, k nim ďalšie dva sú zdrojové súbory a ešte jeden hlavný zdrojový súbor, kde sa spúšťa celý program.

4.2 Štruktúra programu

V programe dominujú dve hlavné vytvorené triedy objektov a to trieda menom *Grid* a trieda pod názvom *Game*.

4.2.1 Trieda Grid

Trieda *Grid* obsahuje tri atribúty dátoveho typu mapa a menom: grid, candidates a nakedPairs. Vďaka ich dátovému typu mapa, ktorý vždy predstavuje dvojicu klúča a hodnoty, v atribúte grid su uložené na pozícií kľúča čísla dátového typu integer a predstavujú pozíciu v šachovnici hry sudoku postupne po riadkoch zľava doprava očíslované od čísla 0 po číslo 80. Na pozícii hodnoty sú opäť čísla dátoveho typu integer a predstavujú čísla na týchto svojich pozíciach. Na predstavu číslo 1 na pozícii kľúča predstavuje pozíciu druhého

políčka v prvom riadku šachovnice a číslo napríklad 4 na pozícii hodnoty predstavuje číslo, ktoré sa nachádza na tom políčku v šachovnici. Ak sa na nejakom políčku v šachovnici nenachádzalo žiadne číslo, v atribúte grid na pozícii hodnoty sa potom bolo uložené číslo 0.

Veľmi podobne vyzerajú aj atribúty candidates a nakedPairs, avšak na rozdiel od atribútu grid, na pozícii hodnoty neboli uložené po jedenom čísla, ale vektor čísel dátového typu integer. Takto môžu byť uložené pre jedno políčko viacero kandidátov. Trieda obsahuje aj viacero svojich metód, avšak v tejto práci si spomenieme iba tie najdôležitejšie.

Trieda obsahuje tie najdôležitejšie metódy programu a to metódy, ktoré priamo narábajú s číslami a kandidátmi hry sudoku. Tak tiež medzi metódami sú implementované pomôcky na riešenie zadania hry, ale aj pomocné metódy na plynulý chod programu. Jednou z najčastejšie používanou metódou je funkcia, ktorá nájde všetkých kandidátov pre každé voľne políčko v zadaní hry. Jej hlavnou myšlienkou je prejsť postupne cez všetky voľne políčka a potom skontrolovať pre každé číslo od 1 po 9 či sa nachádza v danom riadku, stĺpci alebo v 3x3 štvorci. Ak sa nenachádza, uloží sa toto číslo do vektora čísel pre dané políčko a tak sa naplní mapa kandidátov pre konkrétne zadanie. Táto metóda sa používa pri hľadaní všetkých implementovaných pomôcok v programe. Napríklad pomôcka Jeden kandidát alebo Zjavný pár je tiež implementovaná v programe a na základe tejto metódy hľadá jedného kandidáta alebo zjavný pár.

Taktiež sa v tejto triede nachádzajú metódy na narábanie so súbormi a to konkrétne so súbormi CSV (comma-separated values) a SVG (Scalable Vector Graphics). Zo súboru CSV sa načítavajú zadania logickej hry sudoku. Každé zadanie má svoj osobitný súbor a do spusteného programu hráč zadáva jeho názov. Tu treba dbať na to, aby súbor bol v tom istom priečinku v akom je priečinok so zdrojovými súbormi. Keď hráč narába so spusteným programom, každá zmena v šachovnici, či už doplnenie čísla do zadania alebo vypísanie všetkých kandidátov do každého voľného políčka, sa mu uloží a zobrazí v jednom súbore SVG. Názov tohto súboru si hráč zvoli na začiatku pri spustení programu.

4.2.2 Trieda Game

Na to aby hráč mohol vôbec manipulovať so šachovnicou a zadaním hry, program má aj triedu, ktorá mu to umožňuje. Táto trieda preto má ako atribút objekt triedy *Grid*, kde sa uloží zadanie hry podľa voľby hráča a atribút dátového typu integer, kde sa uloží číslo voľby hráča z pomedzi možností, ktoré manipulujú so šachovnicou.

Okrem konštruktoru, ktorý zabezpečuje aj to aby sa správne načítalo zadanie zo súboru CSV, táto trieda obsahuje aj ďalšiu metódu menom *runGame*, ktorá zabezpečuje interakciu s hráčom. Spracováva a kontroluje voľby hráča a tak tiež kontroluje či je zadanie

už doriešené. Ak sa hráčovi podarí vyriešiť hru program sa sám ukončí.

Medzi ďalšie voľby, ktoré program poskytuje hráčovi sú napríklad metódy triedy *Grid* a to výpis všetkých kandidátov pre každý riadok, stĺpec alebo štvorec osobitne, či doplnenie čísla priamo do zadania.

4.3 Význam (Náplň) programu

Tento program bol navrhnutý tak, aby neriešil zadanie logickej hry sudoku namiesto hráča či už pomocou priamych alebo nepriamych nápovied. Bol navrhnutý tak, aby si hráč mohol vyskúšať pomocou pomôcok riešiť zadanie hry a nespoliehať sa na záchrannú možnosť nápovied alebo poslednej možnosti, hádania. Hádanie samotné by nikdy nemala patriť medzi kroky hráča akejkoľvek úrovne, aj keď sa môže zdať, ze to situácia vyžaduje. Pravé vtedy sa vyskytuje možnosť si vyskúšať akúkoľvek pomôcku z kapitoly 2.

Doplnit detalnejsie vstup vystup v programe metody plus nakedpair Iterakciu doplnit aj s obrazkami a to ze to je konzolove prostredie

Záver

V závere zhrniete, čomu sa venovala vaša práca, ako sa vám podarilo naplniť stanovené ciele a k akým výsledkom ste prišli. Môžete zhodnotiť váš postup riešenia problému, jeho výhody/nevýhody. V závere je vhodné aj naznačiť, akými smermi by sa dalo v práci pokračovať, aké zostali nevyriešené otázky, kde vidíte možnosti vylepšenia a podobne.

Bibliografia

- 1. EASYBRAIN. *Expert Sudoku*. 2018. Dostupné tiež z: https://sudoku.com/expert/. Online; zverejnené 2018.
- FELGENHAUER, B.; JARVIS, F. Summary of method and results. 2005. Dostupné tiež z: http://www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/ed44.html. Online; zverejnené 17-jún-2005.
- 3. FIKES, G. Sudoku by Grant Fikes. Ed. PUZZLES, G. 2014. Dostupné tiež z: https://www.gmpuzzles.com/blog/2014/01/sudoku-grant-fikes/. Online; zverejnené 13-Január-2014.
- 4. MCGUIRE, G. There is no 16-Clue Sudoku: Solving the Sudoku Minimum Number of Clues Problem. Ed. UNIVERSITY COLLEGE DUBLIN Dublin, I. 2012. Dostupné tiež z: http://www.math.ie/McGuire_V1.pdf. Online; zverejnené 1-januára-2012.
- 5. NIXON, D. J. Sudoku hint. Ed. PUZZLES, G. 2005. Dostupné tiež z: https://www.sudokuhints.com/sudoku-large.html. Online; zverejnené Jún-2005.
- SHORTZ, W. A Few Words About Sudoku, Which Has None. Ed. TIMES, T. N. Y. 2005. Dostupné tiež z: https://www.nytimes.com/2005/08/28/weekinreview/a-few-words-about-sudoku-which-has-none.html. Online; zverejnené 28-August-2005.
- 7. SMITH, D. So you thought Sudoku came from the Land of the Rising Sun... Ed. GUAR-DIAN, T. 2005. Dostupné tiež z: https://www.theguardian.com/media/2005/may/15/pressandpublishing.usnews. Online; zverejnené 15-Máj-2005.
- 8. TECHNOLOGIES, A. Sudoku Solver. 2018. Dostupné tiež z: https://www.sudoku-solutions.com/. Online; zverejnené 2018.