

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE**

**Stavebná fakulta**

Evidenčné číslo: SvF-5342-105652

# **Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku**

**Bakalárska práca**

Študijný program: matematicko-počítačové modelovanie

Študijný odbor: matematika

Školiace pracovisko: Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

Vedúci záverečnej práce: RNDr. Ľubica Staneková, PhD.

**Bratislava 2022**

**Karolína Vallová**



## ZADANIE BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Študentka: **Karolína Vallová**  
ID študenta: 105652  
Študijný program: matematicko-počítačové modelovanie  
Študijný odbor: matematika  
Vedúca práce: RNDr. Ľubica Staneková, PhD.  
Vedúci pracoviska: Ing. Marek Macák, PhD.

Názov práce: **Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku**

Jazyk, v ktorom sa práca vypracuje: slovenský jazyk

Špecifikácia zadania:

Témou tejto práce sú algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku. V práci bude uvedený prehľad voľne dostupných programov, ktoré ponúkajú pomôcky pri riešení sudoku. Takéto programy najčastejšie ponúkajú dve pomôcky (malú a veľkú) alebo namiesto riešiteľa vygenerujú všetky možnosti. Cieľom práce je urobiť program s viacerými pomôckami (kombinácia známych a vlastných pomôcok) a tiež popísať teóriu k pomôckam a algoritmy na riešenie sudoku.

Termín odovzdania bakalárskej práce: 05. 05. 2022  
Dátum schválenia zadania bakalárskej práce: 18. 02. 2022  
Zadanie bakalárskej práce schválil: prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc. – garant študijného programu

## **Čestné prehlásenie**

Prehlasujem, že som túto záverečnú prácu vypracovala samostatne pod vedením vedúceho záverečnej práce, s použitím literatúry uvedenej v zozname použitej literatúry.

Bratislava 6. 5. 2022

Karolína Vallová

## **Pod'akovanie**

Chcela by som sa pod'akovať mojej školiteľke, RNDr. Ľubici Stanekovej, PhD., za pomoc a usmernenie pri písaní tejto bakalárskej práci, za cenné rady a informácie a v neposlednom rade za ochotu.

Bratislava 6. 5. 2022

Karolína Vallová

# Abstrakt

**Názov práce:** Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku

**Abstrakt:** Je veľa voľne dostupných programov, ktoré ponúkajú pomôcky pri riešení sudoku, najčastejšie dve pomôcky (malú a veľkú) alebo namiesto riešiteľa vygenerujú všetky možnosti. V práci bude prehľad takýchto programov a urobený program s viacerými pomôckami (kombinácia známych a vlastných pomôcok). V práci bude popísaná aj teória k pomôckam a algoritmy na riešenie sudoku.

**Kľúčové slová:** Pomôcka, kandidát, políčko, mriežka

# Abstract

**Title:** Algorithms and techniques for solving Sudoku

**Abstract:** There are many free available programs with accessible techniques to solve Sudoku puzzle. Often the techniques are more narrow or instead of solver generates all possible candidates. This thesis contains overview of these programs and also created program with several techniques (combination of known and own). In thesis will be described theory of all known techniques and algorithms for solving Sudoku puzzle.

**Keywords:** techniques, grid, spot, candidate

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Hra Sudoku</b>	<b>2</b>
2.1	Princíp hry	2
2.2	Zadania hry a ich úrovne	3
2.2.1	Zadania hry	3
2.2.2	Úroveň hry	4
<b>3</b>	<b>Pomôcky na riešenie hry sudoku</b>	<b>6</b>
3.1	Lahké Pomôcky	6
3.1.1	Jedna pozícia	6
3.1.2	Jeden kandidát	7
3.2	Pokročilé pomôcky	8
3.2.1	Jedna línia kandidátov	8
3.2.2	Dvojité páry	9
3.2.3	Viaceré línie kandidátov	9
3.3	Náročné Pomôcky	9
3.3.1	Zjavný/á pár/trojica/štvorica	9
3.3.2	Skrytý/á pár/trojica/štvorica	10
3.3.3	X-wings	11
3.3.4	XY-wings pomôcka	12
<b>4</b>	<b>Dostupné programy</b>	<b>13</b>
4.1	Sudoku Solver	13
4.2	Expert sudoku	14
4.3	Sudoku Hint	15
<b>5</b>	<b>Programovanie Pomôcok a Alogoritmov hry sudoku</b>	<b>16</b>
5.1	Prostredie programu	16
5.2	Štruktúra programu	16
5.2.1	Trieda Grid	16
5.2.2	Trieda Game	17
5.3	Význam (Náplň) programu	17
<b>6</b>	<b>Záver</b>	<b>18</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>19</b>

# Kapitola 1

## Úvod

Sudoku je logická doplňovacia hra pre jedného hráča, ktorá sa v dnešnej dobe pre svoje jednoduché pravidlá a množstvu stupňov obtiažnosti stala veľmi populárnou pre väčšinu vekových kategórií.

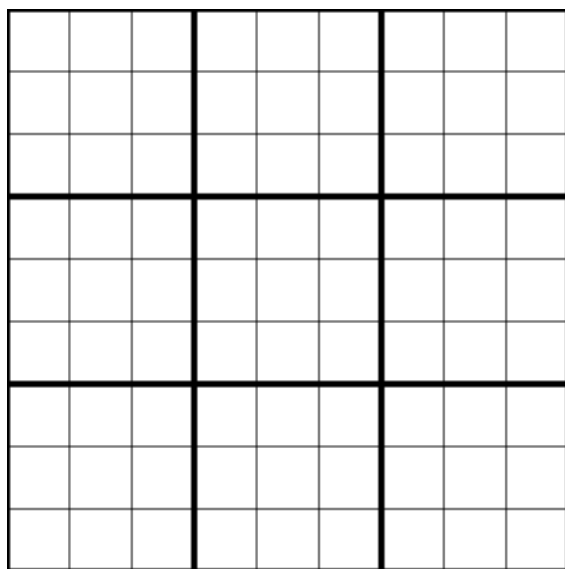
Prvá verzia Sudoku puzzle sa objavila vo francúzskych novinách na konci 19. storočia pod menom *Number Place*. A však jej popularitu si získala až v meste Manhattan, New York v 70. rokoch 20. storočia. Získala si ju vďaka pánovi z Nového Zélandu menom Wayne Gould, ktorý po 6. rokoch skonštruoval počítačový program na tvorenie zadaní Sudoku. Vďaka tomuto programu sa ľahko generovali zadania Sudoku, začali sa pravidelne a s úspechom publikovať do novín a táto logická hra sa rýchlo rozšírila do celého sveta. Neskôr táto hra bola publikovaná japonskou rébus firmou, ktorá ju pomenovala Sudoku, znamenajúc *jedno číslo práve raz* a tento názov jej zostal dodnes. [3]

# Kapitola 2

## Hra Sudoku

### 2.1 Princíp hry

Logickú hru sudoku tvorí 81 políček po 9 riadkov a 9 stĺpoch. Celá šachovnica sa delí na 9  $3 \times 3$  štvorcov po 9 políček.



Obr. 2.1: Prázdna sieť.

Cieľom hry je vyplniť týchto 81 políček číslicami od 1 – 9, pričom sa budú dodržiavať nasledovné tri základné pravidlá:

1. Každý riadok obsahovaje číslom 1 - 9 práve raz.
2. Každý stĺpec obsahovaje číslom 1 - 9 práve raz.
3. Každý  $3 \times 3$  štvorec obsahovaje číslom 1 - 9 práve raz.

Na obrázku [2.2](#) vidíme už vyplnenú sieť hry sudoku. Zároveň môžeme vidieť, že takto vyplnená sieť dodržiava tri základné pravidlá hry a preto ju môžeme nazvať aj jedným z mnoha správnych riešení sudoku.



2	7	4	1	5	9	3	6	8
1	8	5	3	2	6	7	9	4
3	6	9	4	7	8	1	5	2
7	5	8	6	4	1	9	2	3
6	2	3	9	8	5	4	7	1
9	4	1	2	3	7	5	8	6
8	3	6	7	9	4	2	1	5
4	1	7	5	6	2	8	3	9
5	9	2	8	1	3	6	4	7

Obr. 2.2: Vylúštená hra sudoku.

## 2.2 Zadania hry a ich úrovně

### 2.2.1 Zadania hry

Intuitívne akúkoľvek čiastočne nevyplnenú sieť hry sudoku 2.3 sa dá považovať za jej zadanie. Nie však každé nevyplnené sudoku sa dá považovať za plnohodnotné zadanie. Vďaka kombinatorike vieme, že existuje práve  $6.7 \times 10^{21}$  riešení. Toto číslo vypočítali pomocou počítačového programu dvaja páni a to B. Felgenhauer a F. Jarvis v roku 2005 ako jeden z viacerých enumeračných problémov sudoku. [1]

Zároveň vďaka experimentu z University College Dublin [2] bol v roku 2013 overný minimálny počet už zadaných čísel, aby sa zadanie považovalo za plnohodnotné. Tým sa myslí, aby zadanie hry malo riešenie. Gary McGuire overil minimálny počet čísel a to 17 čísel. Pri nevyplnených hrách sudoku, kde je daných len 16 čísel, hra nemá riešenie, teda má viac ako jediné riešenie a považuje sa za neplnohodnotné. Bežný počet čísel v zadaní hry pre začiatočníkov býva okolo 30 čísel.

čo nám naznačuje, že aj zadanie pre logickú hru sudoku by malo mať svoje pravidlá alebo zásady. Avšak na takéto zásady sa prišlo potom ako sa hra predstavila verejnosti. Tieto tzv. nepísané pravidlá, ktorými by sa malo riadiť každé zadanie, aby sa považovalo za plnohodnotné, sú nasledovné:

1. Každé zadanie by malo mať práve jedno riešenie.
2. Každé zadanie by malo byť riešiteľné bez hádania alebo pomoci počítača.
3. Každé zadanie by malo byť minimálne, tzv. po odstránení jednej číslice by už nemalo mať riešenie.

2			1				6	
	8	5		2			9	
				7		1		2
					1			3
			9		5			
9			2					
8		6		9				
	1			6		8	3	
	9				3			7

Obr. 2.3: Vzor zadania.

### 2.2.2 Úroveň hry

Každé plnohodnotné zadanie má teda svoje jediné riešenie. Keď sa pozrieme na počet čísel v zadani, môžeme približne určiť alebo aspoň hráčovi môže dať približnú predstavu o leveli obtiažnosti. Avšak aj pri minimálnom počte čísel môžeme nájsť ľahšie alebo náročnejšie zadanie hry. Preto obtiažnosti hry by sa nemala určovať na základe počtu čísel v zadani, ale na základe istého systému, ktorý by určil úroveň obtiažnosti hry.

Existujú už rôzne systémy, ktoré ohodnotia úroveň zadania hry, jedným z týchto systémov môžeme nájsť na stránke [Difficulty of Sudoku puzzle](#). Na tejto stránke sa každé zadanie hry ohodnotí pomocou metódy, ktorá je na základe týchto troch vecí:

1. Počet nevyplnených (prázdnych) políček.
2. Koľko rôznych pomôcok treba použiť.
3. Ako často každú z týchto pomôcok treba zopakovať na vyriešenie hry.

Tento konkrétny systém, ktorý každej použitej pomôcke pridelí istú hodnotu (cenu) sa riadi nasledujúcou tabuľkou:

Tabuľka 2.1: Tabuľka hodnôt pre pomôcky.

Pomôcka	Cena za 1. použitie	Cena za ďalšie použitie
Jedna pozícia	100	100
Jeden kandidát	100	100
Jedna línia kandidátov	350	200
Dvojité páry	500	250
Viaceré línie kandidátov	700	400
Zjavný pár	750	500
Skrýty pár	1500	1200
Zjavná trojica	2000	1400
Skytá trojica	2400	1600
X-Wing a XY-Wing	2800	1600
Retazová reakcia	4200	2100
Zjavná štvorica	5000	4000
Skrytá štvorica	7000	5000

S veľkým množstvom zadanií, ich úrovně sa príležitostne môžu málo líšiť, jedno riešenie môže byť o trochu ľahšie ako ďalšie, ktoré je len o menšiu hodnotu náročnejšie. A to len preto koľko pomôcok je potrebných na vyriešenie hry. Preto sa zoskupili úrovně zadanií, ktoré mali podobné ohodnotenie na základe vyššie pomenutej tabuľky do šesť kategórií:

Tabuľka 2.2: Tabuľka úrovni hry sudoku.

Úroveň	Dolná hranica	Horná hranica
Začiatočník	3600	4500
Lahká	4300	5500
Stredne ťažká	5300	6900
Náročná	6500	9300
Čertovská	8300	14000
Diabolská	11000	25000

Jednotlivé kategórie sa prekrývajú niekde viac, niekde menej, avšak tieto prekryvy sú tam zámerne. Umožňujú pri vytváraní zadanií istú voľnosť, aby zadanie bolo stále v prijateľnom rozsahu.

# Kapitola 3

## Pomôcky na riešenie hry sudoku

V Predchádzajúcej kapitole sme spomenuly pomôcky na vyriešenie logickej hry sudoku. V tejto kapitole sa ich skúsime čitateľovi vysvetliť do čo najzrozumiteľnejšej miery, aby si ich ako príležitostný alebo pravidelný hráč mohol prípadne aplikovať pri najbližšej hre. Postupne spomenieme väčšinu pomenutých pomôcok z už spomínanej tabuľky 2.1 hodnôt pre pomôcky.

Hlavná myšlienka za pomôckami logickej hry sudoku je uľahčenie hľadania kandidáta alebo skupiny kandidátov, neskôr dedukciou aj nájsť konkrétne číslo pre konkrétne políčko v šachovnici.

### 3.1 Lahké Pomôcky

Medzi najľahšie a hlavne prvé pomôcky, s ktorými sa hráč stretne pri hraní hry sudoku sú základné tri pravidlá hry a ich rôzne aplikácie či už pri hľadaní priamo čísla alebo kandidátov. Ako sa v predchádzajúcej kapitole spomínali princípy hry sudoku, hlavná myšlienka je vyplniť šachovnicu číslami 1 – 9, tak aby sa neopakovali tie isté čísla v riadku, stĺpci a v štvorci o veľkosti 3 x 3.

#### 3.1.1 Jedna pozícia

Práve táto pomôcka patrí medzi tie najľahšie a hráčovi začiatkovi je vysvetlená ako prvá. Pomôcka *Jedna pozícia* využíva základné tri pravidlá hry. Nižšie na príklade môžeme vidieť hru sudoku v počiatočnej fáze riešenia. V posledných dvoch riadkoch môžeme vidieť už zvýraznené aj dve číslice 3. 3.1 Ak sa pozrieme na posledne tri riadky z dola a zameriame sa na číslo 3 môžeme vidieť dve veci:

1. V treťom riadku z dola chýba číslo 3.
2. Číslo 3 chýba aj vo štvorci v ľavom dolnom rohu.

Keď spojíme tieto dva poznatky, vyjde nám, že číslo 3 sa musí nachádzať vo vrchnom riadku ľavého dolného štvorca. Avšak tam je voľné iba jedno políčko. Tým pádom vieme jednoznačne povedať, že číslo 3 sa bude nachádzať práve v tomto voľnom políčku.

2			1				6	
	8	5		2			9	
				7		1		2
					1			3
			9		5			
9			2					
8		6		9				
	1			6		8	3	
	9				3			7

Obr. 3.1: Príklad pomôcky Jedna pozícia.

### 3.1.2 Jeden kandidát

Medzi ďalšie pomôcky, ktoré patria k tým ľahším je pomôcka *Jeden kandidát*. Táto pomôcka využíva základne tri pravidlá hry, ale skor na zorientovanie medzi už určenými a hlavne voľnými políčkami v šachovnici. Veľmi ojedinele nastane situácia, kedy jedno konkrétne políčko má iba jedného kandidáta na zváženie. Najlepšie je to vidieť na obrázku 3.2, kde sú v každom voľnom políčku vpísaní kandidáti na zváženie a jedno políčko je zvýraznené práve preto, lebo sa tam nachádza iba jeden kandidát na zváženie a to číslo 4.

2	347	347	1	345	489	345	6	458
134 67	8	5	346	2	46	347	9	4
346	346	349	345 68	7	468 9	1	458	2
456 7	245 67	247 8	467 8	48	1	245 679	245 78	3
134 67	234 67	123 478	9	348	5	246 7	124 78	146 8
9	345 67	134 78	2	348	467 8	456 7	145 78	145 68
8	234 57	6	457	9	247	245	124 5	145
457	1	247	457	6	247	8	3	459
45	9	24	458	145 8	3	245 6	124 5	7

Obr. 3.2: Príklad pomôcky Jeden kandidát.

Pomôcka Jeden kandidát však nepratrí medzi prvú voľbu skúseného hráča, nie to ešte začiatočníka, hlavne kvôli pracnosti, ktorú táto pomôcka vyžaduje. Na príkladnom obrázku 3.2 môžeme vidieť koľko rôzne veľkých skupín kandidátov sa nachádza v tomto konkrétnom zadaní hry. Preto sa táto pomôcka doporučuje používať pri väčšom počte už jasne daných čísel. Avšak aj vtedy táto pomôcka patrí medzi tie posledné, ktoré hráči využívajú.

## 3.2 Pokročilé pomôcky

V tejto sekcii sa budú rozoberať pomôcky, ktoré môžu, ale vo väčšine prípadov neurčia konkrétne číslo konkrétnemu voľnému políčku, skôr zredukujú skupiny možných kandidátov pre jednotlivé políčka. Keď sa využije kombinácia takýchto pomôcok, hráča to priblíži k správne riešeniu, ak nie priamo k riešeniu. To však záleží na úrovni hry.

### 3.2.1 Jedna línia kandidátov

Jednou z prvých pokročilejších pomôcok je Jedna línia kandidátov. Keď sa pozrieme na štvorec 3 x 3 v strede šachovnice na obrázku 3.3, môžeme ilustračne ukázať príklad tejto pomôcky. Na obrázku 3.3 vidíme, že číslo 3 sa v tomto štvorci môže nachádzať už iba v dvoch voľných zvýraznených políčkach. V iných voľných políčkach sa číslo 3 nachádzať nemôže, kvôli už jednoznačne daným číslam 3 vo štvrtom riadku zhora a v šiestom stĺpci zľava. S týmto poznatkom ďalej môžeme povedať, že číslo 3 sa v piatom stĺpci bude nachádzať iba na týchto dvoch zvýraznených voľných políčkach v strednom 3 x 3 štvorci. Na základe čoho ďalej môžeme s určitostou číslo 3 zo skupiny kandidátov vo voľnom políčku v piatom stĺpci a prvom riadku odstániť, keďže na tomto mieste sa toto číslo nebude nachádzať.

2	347	347	1	<del>3</del> 45	489	345	6	458
<sup>1</sup> <sub>6</sub> 34	8	5	346	2	46	347	9	4
346	346	349	<sup>3</sup> <sub>68</sub> 45	7	<sup>4</sup> <sub>9</sub> 68	1	458	2
<sup>4</sup> <sub>7</sub> 56	<sup>2</sup> <sub>67</sub> 45	<sup>2</sup> <sub>8</sub> 47	<sup>4</sup> <sub>8</sub> 67	48	1	<sup>2</sup> <sub>679</sub> 45	<sup>2</sup> <sub>78</sub> 45	3
<sup>1</sup> <sub>67</sub> 34	<sup>2</sup> <sub>67</sub> 34	<sup>1</sup> <sub>478</sub> 23	9	348	5	<sup>2</sup> <sub>7</sub> 46	<sup>1</sup> <sub>78</sub> 24	<sup>1</sup> <sub>8</sub> 46
9	<sup>3</sup> <sub>67</sub> 45	<sup>1</sup> <sub>78</sub> 34	2	348	<sup>4</sup> <sub>8</sub> 67	<sup>4</sup> <sub>7</sub> 56	<sup>1</sup> <sub>78</sub> 45	<sup>1</sup> <sub>68</sub> 45
8	<sup>2</sup> <sub>57</sub> 34	6	457	9	247	245	<sup>1</sup> <sub>5</sub> 24	145
457	1	247	457	6	247	8	3	459
45	9	24	458	<sup>1</sup> <sub>8</sub> 45	3	<sup>2</sup> <sub>6</sub> 45	<sup>1</sup> <sub>5</sub> 24	7

Obr. 3.3: Príklad pomôcky Jedna línia kandidátov.

### 3.2.2 Dvojité páry

Dalšou pomôckou sú Dvojité páry, kde máme po dva páry kandidátov v dvoch stĺpoch a zároveň v dvoch štvorcoch 3 x 3 pre konkrétne číslo. Vďaka týmto dvom párom, potom vieme zredukovať kandidátov spomínaného čísla. Najlepšie je to však ukázať na obrázku 3.4. Tu môžeme vidieť všetkých možných kandidátov v 3 x 3 stredných troch štvorcov. Keď sa lepšie pozrieme na prvý a tretí, zistíme, že kandidáti pre číslo 4 sa v nich nachádzajú len v prvom a treťom stĺpci týchto štvorcov. Inak aj povedané, v prvom a treťom štvorci v strednom stĺpci sa číslo 4 nemôže nachádzať. Za to v strednom štvorci sa už nachádzajú kandidáti pre číslo 4 aj v strednom stĺpci. Preto môžeme vyškrtnúť kandidátov pre číslo 4 v strednom štvorci v prvom a v treťom stĺpci, lebo v tomto štvorci sa musí číslo 4 nachádzať práve v strednom stĺpci.

<sup>278</sup> <sub>8</sub>	5	6	<sup>247</sup> <sub>9</sub>	1	<sup>49</sup> <sub>9</sub>	3	<sup>278</sup> <sub>8</sub>	<sup>278</sup> <sub>9</sub>
<sup>237</sup> <sub>8</sub>	4	<sup>237</sup> <sub>8</sub>	<sup>279</sup> <sub>8</sub>	5	<sup>89</sup> <sub>8</sub>	6	1	<sup>278</sup> <sub>9</sub>
<sup>123</sup> <sub>78</sub>	9	<sup>123</sup> <sub>78</sub>	6	<sup>278</sup> <sub>8</sub>	3	<sup>278</sup> <sub>8</sub>	5	4
<sup>135</sup> <sub>78</sub>	2	<sup>137</sup> <sub>8</sub>	<sup>13</sup> <sub>78</sub> ✗	9	6	<sup>147</sup> <sub>8</sub>	<sup>347</sup> <sub>8</sub>	<sup>137</sup> <sub>8</sub>
4	<sup>37</sup> <sub>8</sub>	9	<sup>137</sup> <sub>8</sub>	<sup>78</sup> <sub>8</sub>	2	5	<sup>378</sup> <sub>8</sub>	6
<sup>135</sup> <sub>78</sub>	6	<sup>137</sup> <sub>8</sub>	<sup>13</sup> <sub>78</sub> ✗	<sup>478</sup> <sub>8</sub>	<sup>1</sup> <sub>78</sub> ✗5	9	<sup>234</sup> <sub>78</sub>	<sup>123</sup> <sub>78</sub>
<sup>237</sup> <sub>8</sub>	<sup>37</sup> <sub>8</sub>	5	<sup>148</sup> <sub>9</sub>	6	<sup>149</sup> <sub>9</sub>	<sup>124</sup> <sub>78</sub>	<sup>234</sup> <sub>78</sub>	<sup>123</sup> <sub>78</sub>
6	1	<sup>37</sup> <sub>8</sub>	<sup>48</sup> <sub>8</sub>	2	<sup>48</sup> <sub>8</sub>	<sup>478</sup> <sub>8</sub>	9	5
9	8	4	5	3	7	<sup>12</sup> <sub>8</sub>	6	<sup>12</sup> <sub>8</sub>

Obr. 3.4: Príklad pomôcky Dvojité páry.

### 3.2.3 Viaceré línie kandidátov

Táto pomôcka je veľmi podobná pomôcke Dvojité páry, avšak v dvoch stĺpoch sa nenachádzajú kandidáti pre konkrétne číslo po dva-krát na dvoch políčkach, ale sa nachádzajú na viacerých políčkach. To opäť zredukuje možných kandidátov v treťom stĺpci či už na jednom alebo troch políčkach.

## 3.3 Náročné Pomôcky

### 3.3.1 Zjavný/á pár/trojica/štvorica

Pomôcka Zjavné páry patrí medzi tie najužitočnejšie pomôcky a sú zároveň najlepšie zbadateľné. Jej princíp spočíva v tom, že sa nájde dvojica po dvoch kandidátov na dvoch políčkach a v týchto políčkach sa nenachádzajú iní kandidáti. Na obrázku 3.5 môžeme vidieť takýto pár v hornom pravom štvorci a to kandidátov pre čísla 5 a 8. V týchto políčkach sa môžu nachádzať iba týto dvaja kandidáti, potom môžeme týchto dvoch kandidátov vyškrtnúť

z ostatných voľných políček. Čo v tomto prípade znamená, že v tomto políčku, kde sme vyškrtnuli kandidáta pre číslo 5, zostatne už iba jeden kandidát a to pre číslo 3.

2	347	347 9	1	458	489	35	6	58
1	8	5	3	2	6	7	9	4
346	346	349	458	7	489	1	58	2
456 7	245 67	247 8	467 8	48	1	245 69	245 78	3
346 7	234 67	123 478	9	348	5	246	124 78	168
9	345 67	134 78	2	348	478	456	145 78	156 8
8	234 57	6	457	9	247	245	124 5	15
457	1	247	457	6	247	8	3	59
45	9	24	458	145 8	3	245 6	124 5	7

Obr. 3.5: Príklad pomôcky Zjavný pár.

Pre trojice alebo štvorie platí podobný postup, akurát sa nachádzajú kandidáti na iba na troch alebo iba na štyroch políčkach. Niekedy je zjavná trojica zbatateľná v tvare po troch kandidátov, rozdelená po dvoch na troch políčkach alebo zjavná štvorica kandidátov je cez štyri políčka po rôznych počtoch rozdelená. Nezáleží či sa nachádza pár, trojica alebo štvorica v stĺpci, štvorci alebo v riadku.

### 3.3.2 Skrytý/á pár/trojica/štvorica

Skrytý pár nie je vždy ľahké nájsť, ale za to keď sa už nájde, tak vie veľmi pomôcť priblížiť hráča k riešeniu. Takýto pár sa nájde medzi skupinami viacerých kandidátov, avšak pre iba tento pár platí, že sa môže nachádzať na voľných políčkach iba na dvoch miestach. Na obrázku 3.6 sa takýto príklad nachádza v treťom riadku zhora. Pre kandidátov pre čísla 3 a 1 v tomto riadku platí, že sa môžu nachádzať iba na políčkach tmavomodrej farby. Preto kandidáta pre číslo 2 v jednom z týchto políčkom môžeme odstrániť a tak isto aj kandidáta pre číslo 4 v druhom políčku.

Skryté trojice a štvorie sa dajú nájsť v podobných situáciách, avšak pri tejto pomôcke trojice sa najdu menej často ako páry, a štvorie sa nachádzajú veľmi ojedinele a to iba v zadaniach z najnáročnejších úrovní.



8	25	1	27	35	6	37	9	4
3	25	46	247	145	9	167	8	127
9	7	46	24	8	13 <del>4</del>	5	26	1 <del>2</del> 3
5	4	7	89	6	2	18	3	19
6	3	2	489	14	14	178	5	179
1	9	8	3	7	5	2	4	6
47	8	3	6	2	47	9	1	5
47	6	5	1	9	8	347	27	237
2	1	9	5	34	347	346 7	67	8

Obr. 3.6: Príklad pomôcky Skrytý Pár.

### 3.3.3 X-wings

Pomocou X-Wing pomôcky vieme redukovať možných kandidátov na jednotlivých políčkach, dokonca kandidátov vrámci štvorcov. Princíp tejto pomôcky spočíva v nájdení dvoch párov jedného kandidáta v dvoch riadkoch alebo v stĺpcoch, ktoré spojením sa vytvorí písmeno **X**, vďaka ktorému sa eliminujú zvyšní kandidáti tohto čísla v danom riadku alebo stĺpci. Najlepšie bude túto pomôcku predstaviť na konkrétnom príklade.

Majme zadanie už v určitom štádiu riešenia a máme situáciu, kde hľadáme jediné políčko pre číslo 4. V štyroch 3x3 štvorcoch ešte nieje jednoznačný kandidát pre toto číslo, ale máme v dvoch riadkoch, v 3. a 6. zhora po dva kandidáty pre číslo 4 (modrou farbou označené na obrázku 3.7). Zároveň veľmi dôležitý faktor pre pomôcku *X-Wing* je splnený a to, že práve tieto štyri čísla 4 sú aj pod sebou v dvoch stĺpcoch a to v 2. a 5. zľava.

Tieto štyri vyznačené čísla 4 tvoria štvoruholník alebo ak ich spojíme krížom, písmeno **X**. Na základe základných pravidiel hry, vieme, že v týchto dvoch riadkoch a stĺpcoch môže byť iba po jednom čísle 4. Vďaka tejto pomôcke môžeme eliminovať ostatných kandidátov v ich stĺpcoch a ponechať iba týchto štyroch kandidátov. Vďaka tejto eliminácii vieme prípadne prísť na jednoznačného kandidáta pre iné číslo a priblížiť sa tak k riešeniu.

246 7	2 <del>4</del> 7	3	8	469 24	5	1	46
245 6	2 <del>4</del> 5	8	7	1 <del>4</del> 6 124	9	3	46
1	49	69	3	469	5	7	28
567	357	567	2	137 13	8	4	9
8	34	1	9	34	6	2	57
247	2 <del>4</del> 7 9	79	5	478 48	1	6	3
9	6	4	1	2	7	3	85
3	8	2	6	5	9	4	71
57	1	57	4	38 38	6	9	2

Obr. 3.7: Príklad pomôcky X-wings.

### 3.3.4 XY-wings pomôcka

Princíp *XY-Wing* pomôcky eliminuje kandidátov pomocou dôležitého konceptu priesečníkov pri riešení sudoku. Najskôr si predstavíme princíp priesečníkov.

#### Princíp priesečníkov

Dve políčka sa nazývajú priesečníkmi, ak zdieľajú rovnaký riadok, stĺpec alebo malý štvorec 3 x 3. Týmto povedané čísla v týchto políčkach nesmú byť tie isté čísla.

#### XY-Wing

Táto pomôcka sa vzťahuje na tri políčka. Pre každé z týchto troch políčok je dôležité, aby mali iba po dva kandidáty, ktoré sú navzájom logicky prepojené ako to je na obrázku 3.8 označené modrou a zelenou farbou.

Na obrázku môžeme vidieť, že na zeleno vyfarbené políčko má priesečníky s oboma jeho krídlami, modrými políčkami. Na to, aby sme mohli uplatniť túto pomôcku, modré políčka navzájom nemusia mať priesečník, ale musia zdieľať jedno a to isté číslo z kandidátov. Zároveň oba kandidáti v zelenom políčku sa musia tiež nachádzať v jednom z modrých políčok.

Predstavme si, že na zelenom políčku by bolo číslo 7, potom by pravé na modrom políčku bolo číslo 1. Ak by zelené políčko bolo číslo 2, zase ľavé políčko by bolo číslo 1. Z toho nám vyplýva, že práve jedno z modrých políčok bude číslo 1.

Na základe tohto poznatku, vieme povedať, že kandidátov pre číslo 1 vyznačené ružovou farbou v prvom štvorci môžeme eliminovať a napríklad v tomto prípade vylúštiť ľavý štvorček a doplniť tak jednoznačne čísla do zadania.

<del>1</del> 2 3	4	<del>1</del> 3	5	9	1 7
5	9	7	2 6	8	1 6
1 2	6	8	2 7	3	4

Obr. 3.8: Príklad pomôcky XY-wings.

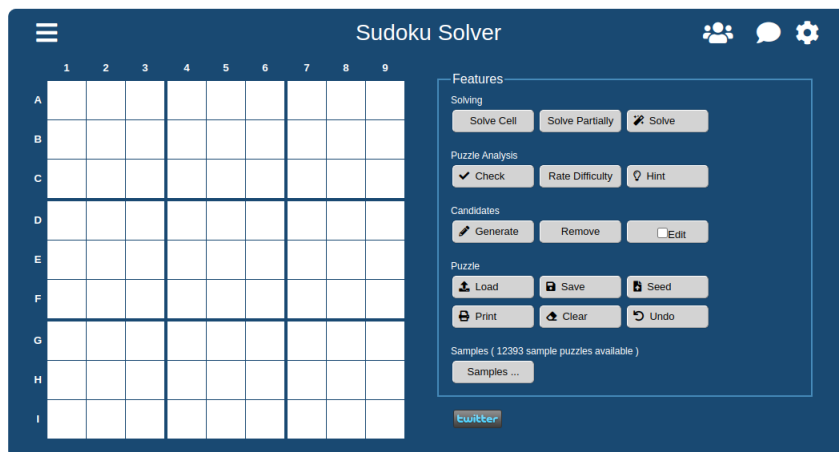
# Kapitola 4

## Dostupné programy

Hráči akýchkoľvek úrovní sa vedia dostať k rôznym programom pre logickú hru sudoku či už na internete alebo na mobilných zariadeniach. V tejto kapitole budeme rozoberať pár vybraných dostupných programov náhodne vybraných z internetu. Budeme hodnotiť ich prístup a interpretáciu pomôcok a aj samotné riešenie zadania, ale budeme ich aj hodnotiť navzájom.

### 4.1 Sudoku Solver

Program sudoku Solver môžeme nájsť na stránke [Sudoku solutions](#) ako jeden z dostupných programov. Autorom je spoločnosť Aire Technologies, ktorá sídli v Nemecku. Na obrázku 4.1 nižšie môžeme vidieť s akým prostredím sa stretneme pri navštívení stránky.



Obr. 4.1: Sudoku Solver

Z prvého dojmu môžeme považovať, že tento program spĺňa očakávania aj skúsených hráčov. Nižšie na stránke sa dozvieme ako presne narábať s takýmto programom. Sú tam vysvetlené všetky tlačidlá a aj ako pracovať s kandidátmi. Pri vybratí zadania stlačením tlačítka *samples...* si môžeme vybrať kategóriu zadania alebo sa vrátiť už ku konkrétnemu zadaniu z tejto stránky pomocou čísla, ktoré má každé zadanie pridelené.

Po pár vyriešených zadaniach si môžeme všimnúť, že tam nieje úplná súhra medzi spracovaním jednotlivých krokov. Program spracováva jednoduché kroky hráča postupne, aj keď hráč naďalej robí prácu s programom. Program umožňuje hráčovi si vygenerovať všetkých kandidátov pre každé voľné políčko, ale aj hráčovi dovoliť si zapísať vlastných kandidátov.

Avšak pri doplnení konkrétnych čísel do zadania sa vygenerovaný kandidát automaticky neupraví, to sa stane až pri ďalšom vygenerovaní kandidátov. Potom si ale môžeme všimnúť, že program nerozlišuje pôvodne zadanie od už doplneného, čo však je výhodou alebo nie individuálne pre každého hráča. Pri doplnení zlého čísla, ktoré porušuje 3 základné pravidlá programu, program automaticky upozorní na chybu, avšak ak doplnené číslo spĺňa tieto pravidlá programu na chybu neupozorní. Upozornenie príde iba ak by hráč chcel nechať vyriešiť program takto zadanie, potom by až vypísal chybu. Potom hráč nemá možnosť si takto poradiť bez logického vysvetlenia postupu.

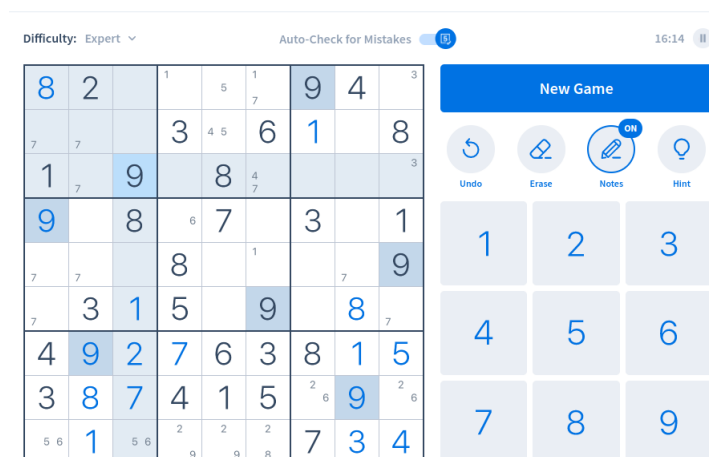
Ak by si hráč chcel nechať poradiť program, mu ponúkne nápovedu avšak v poradí, v akom by mal hráč postupne riešiť zadanie. A ak by chcel hráč nevyužiť túto nápovedu, ale chcel by dostať ďalšiu, program ho nepustí. V porovnaní s ostatnými programami tu však môžeme zbadáť rozdiel vo farebnom zvýraznení riadku, stĺpca či štvorca, ktorého sa týka hráčom vybrané políčko. Ale za to sa vieme pozrieť na zadanie hry, bez akéhokoľvek zvýrazneného riadku, stĺpca alebo štvorca.

## 4.2 Expert sudoku

Program na stránke [Sudoku.com](https://www.sudoku.com) je vytvorený firmou Easybrain, ktorá momentálne sídli na ostrove Cyprus. Prostredie s akým sa stretneme na tejto stránke môžeme vidieť nižšie na obrázku 4.2. Na prvý pohľad zbadáme, že tento program ponúka hráčovi hrať túto logickú hru iba myškou, čo v porovnaní s programom Sudoku Solver 4.1 hráč nemá k dispozícii. Dalším rozdielom je aj zvýraznený riadok, stĺpec a štvorec pre akékoľvek políčko šachovnice, čo hráčovi neumožňuje sa pozrieť na zadanie hry ako na celok. Program tak tiež ponúka rôzne úrovne zadaní, ale neponúka hráčovi generovanie všetkých kandidátov pre voľné políčko. Preto napríklad pomôcku Jeden kandidát 3.1.2 je hráč nútený si vyskúšať sám.

Ak by hráč spravil chybu pri zadaní konkrétneho čísla, má možnosť sa nechať hneď programom na to upozoriť. Tak má ale hráč možnosť si týmto poznatkom si nechať aj pomôcť, túto možnosť ale môže vypnúť. Avšak pri správnom doplnení čísla do zadania hneď upraví skupiny kandidátov, ktoré toto doplnené číslo ovplyvňuje. Ak by si chcel hráč nechať poradiť, program mu priamo poradí číslo, ktoré má doplniť na hráčom vyznačené políčko, ale bez akéhokoľvek vysvetlenia.

Tento program ako jediný ponúka aj meranie času za ako dlho hráč vyrieši dané zadanie logickej hry, vďaka čomu sa hráč vie nie len vrámcami úrovni, ale aj vrámcami rýchlosti zlepšovať.



Obr. 4.2: Sudoku.com

## 4.3 Sudoku Hint

Dalším programom je na stránke [Sudoku Hints](#) a jeho autorom je David J. Nixon. Každým dňom od júna 2005 pripadajú nové ďalšie zadanie hry sudoku, pričom predošlé sú hráčovi stále prístupné a vie ich opätovne riešiť. Avšak neponúka rôzne obtiažnosti tejto hry.

Aj tento program ponúka možnosť sa pozrieť na všetkých možných kandidátov pre každé voľné políčko, avšak neumožňuje ich úpravu, s čím sa v porovnaní s druhými programami nestretávame. Chyby pri zadávaní čísel program neukazuje hneď, ale až keď sa hráč sám rozhodne skontrolovať doterajší postup pri riešení hry. Program ďalej nerozlišuje či zadané číslo je správne, aj keď hráč požiada o nápovedu. Hráč si môže vybrať medzi väčšou alebo menšou nápovedou, pričom menšou nápovedou hráča navádza kde by mal najbližšie číslo hľadať a väčšou hráčovi priamo prezradí kde sa ďalšie číslo. Akekoľvek nápovedy však nie sú programom vysvetlené, čo oberá hráča o možnosť sa zlepšovať.

Choose a puzzle

If there is a problem viewing the puzzle, try clearing browser cache or with a keyboard and mouse you can just reload the page using Shift+Reload or Ctrl+F5.

5	1	4	2	7	8	6	9	3
3	2	6		9			7	
9	8	7						
2		8					6	4
	9			2			3	
6		3				2		
	6					3		7
	7			3		9	8	6
8	3	9	6			1		5

☐ Possibilities

☐ Checking

[Smaller grid](#)

[Position link](#)

Hint: Look at box 4

Hint

Big Hint

Solve Step

Solve

Undo

Redo

Restart

Clear Grid

Step: Put a 6 in box 1 at r2c3 (Cell Rule - boxes)

Step: Put a 1 in box 1 at r1c2 (Cell Rule - boxes)

Step: Put a 7 in box 2 at r1c5 (Cell Rule - boxes)

Collapse

Expand

Obr. 4.3: Sudoku Hints

# Kapitola 5

## Programovanie Pomôcok a Alogoritmov hry sudoku

V tejto kapitole budeme opisovať program, ktorý má hráčovi pomôcť nielen vylúštiť logickú hru sudoku, ale hlavne ho naučiť používať pomôcky, postupne od ľahších po tie náročnejšie. A však pre náročnosť programu, nie každá pomôcka spomenutá v kapitole kapitole 3 nebola aplikovaná v programe.

### 5.1 Prostredie programu

Program je napísaný v jazyku C++ a objektovo-orientovanej programovacej paradigme (alebo: a v štyle objektovo-orientovaného programovania). V programe boli použité štandardné knižnice na prácu so subormi rôznymi dátovými typmi. Celkovú štruktúru súborov v programe tvoria 4 súbory, kde dva súbory sú *hlavickové* súbory, k nim ďalšie dva sú *zdrojové* súbory a ešte jeden *hlavný zdrojový* súbor, kde sa spúšťa celý program.

### 5.2 Štruktúra programu

V programe dominujú dve hlavné vytvorené triedy objektov a to trieda menom *Grid* a trieda pod názvom *Game*.

#### 5.2.1 Trieda Grid

Trieda *Grid* obsahuje tri atribúty dátového typu *mapa* a menom: *grid*, *candidates* a *nakedPairs*. Vďaka ich dátovému typu *mapa*, ktorý vždy predstavuje dvojicu kľúča a hodnoty, v atribúte *grid* sú uložené na pozícií kľúča čísla dátového typu *integer* a predstavujú pozíciu v šachovnici hry sudoku postupne po riadkoch z ľava do prava očíslované od čísla 0 po číslo 80. Na pozícií hodnoty sú opäť čísla dátového typu *integer* a predstavujú čísla na týchto svojich pozíciách. Na predstavu číslo 1 na pozícií kľúča predstavuje pozíciu druhého políčka v prvom riadku šachovnice a číslo napríklad 4 na pozícií hodnoty predstavuje číslo, ktoré sa nachádza na tom políčku v šachovnici. Ak sa na nejakom políčku v šachovnici nenadzádzalo žiadne číslo, v atribúte *grid* na pozícií hodnoty sa potom bolo uložené číslo 0.

Veľmi podobne vyzrajú aj atribúty *candidates* a *nakedPairs*, avšak na rozdiel od atribútu *grid*, na pozícií hodnoty neboli uložené po jednom číslo, ale vektor čísel dátového typu

integer. Takto môžu byť uložené pre jedno políčko viacero kandidátov. Trieda obsahuje aj viacero svojich metód, avšak v tejto práci si spomenieme iba tie najdôležitejšie.

Trieda obsahuje tie najdôležitejšie metódy programu a to metódy, ktoré priamo narábajú s číslami a kandidátmi hry sudoku. Tak tiež medzi metódami su nainplementované pomôcky na riešenie zadania hry, ale aj pomocné metódy na plynulý chod programu. Jednou z najčastejšie používanou metódou je funkcia, ktorá nájde všetkých kandidátov pre každé voľné políčko v zadaní hry. Jej hlavnou myšlienkou je prejsť postupne cez všetky voľné políčka a potom skontrolovať pre každé číslo od 1 po 9 či sa nachádza v danom riadku, stĺpci alebo v  $3 \times 3$  štvorci. Ak sa nenachádza, uloží sa toto číslo do vektora čísel pre dané políčko a tak sa naplní mapa kandidátov pre konkrétne zadanie. Táto metóda sa používa pri hľadaní všetkých nainplementovaných pomôcok v programe. Napríklad pomôcka Jeden kandidát alebo Zjavný pár je tiež nainplementovaná v programe a na základe tejto metódy hľadá jedného kandidáta alebo zjavný pár.

Taktiež sa v tejto triede nachádzajú metódy na narabanie so súbormi a to konkrétne so súbormi CSV (comma-separated values) a SVG (Scalable Vector Graphics). Zo súboru CSV sa načítavajú zadania logikej hry sudoku. Každé zadanie má svoj osobitný súbor a do spusteného programu hráč zadáva jeho názov. Tu treba dbať na to, aby súbor bol v tom istom priečinku v akom je priečinok so zdrojovými súbormi. Keď hráč narába so spusteným programom, každá zmena v šachovnici, či už dolpnenie čísla do zadania alebo vypísanie všetkých kandidátov do každého voľného políčka, sa mu uloží a zobrazí v jednom súbore SVG. Názov tohto súboru si hráč zvolí na začiatku pri spustení programu.

### 5.2.2 Trieda Game

Na to aby hráč mohol vôbec manipulovať so šachovnicou a zadaním hry, program má aj triedu, ktorá mu to umožňuje. Táto trieda preto má ako atribút objekt triedy *Grid*, kde sa uloží zadanie hry podľa hráčovej voľby a atribút dátového typu integer, kde sa uloží číslo voľby hráča z pomedzi možností, ktoré manipulujú so šachovnicou.

Okrem konštruktoru, ktorý zabezpečuje aj to aby sa správne načítalo zadanie zo súboru CSV, táto trieda obsahuje aj ďalšiu metódu menom *runGame*, ktorá zabezpečuje interakciu s hráčom. Spracováva a kontroluje hráčove voľby a tak tiež kontroluje či je zadanie už doriešené. Ak sa hráčovi podarí vyriešiť hru program sa sám ukončí.

Medzi ďalšie voľby, ktoré program poskytuje hráčovi su napríklad metódy triedy *Grid* a to výpis všetkých kandidátov pre každý riadok, stĺpec alebo štvorec osobitne, či dolpnenie čísla priamo do zadania.

## 5.3 Význam (Náplň) programu

Tento program bol navrhnutý tak, aby neriešil zadanie logickej hry sudoku namiesto hráča či už pomocou priamych alebo nepriamych návodov. Bol navrhnutý tak, aby si hráč mohol vyskúšať pomocou pomôcok riešiť zadanie hry a nespoliehať sa na záchrannu možnosť návodov alebo poslednej možnosti, hádania. Hádanie samotné by nikdy nemala patriť medzi kroky hráča akejkoľvek úrovne, aj keď sa môže zdať, že to situácia vyžaduje. Právě vtedy sa vyskytuje možnosť si vyskúšať akúkoľvek pomôcku z kapitoly 3.

# Kapitola 6

## Záver

V závere zhrniete, čomu sa venovala vaša práca, ako sa vám podarilo naplniť stanovené ciele a k akým výsledkom ste prišli. Môžete zhodnotiť váš postup riešenia problému, jeho výhody/nevýhody. V závere je vhodné aj naznačiť, akými smermi by sa dalo v práci pokračovať, aké zostali nevyriešené otázky, kde vidíte možnosti vylepšenia a podobne.



# Bibliografia

1. FELGENHAUER, B.; JARVIS, F. *Summary of method and results*. 2005. Dostupné tiež z: <http://www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/ed44.html>. Online; zverejnené 17-jún-2005.
2. MCGUIRE, G. *There is no 16-Clue Sudoku: Solving the Sudoku - Minimum Number of Clues Problem*. Ed. UNIVERSITY COLLEGE DUBLIN Dublin, I. 2012. Dostupné tiež z: [http://www.math.ie/McGuire\\_V1.pdf](http://www.math.ie/McGuire_V1.pdf). Online; zverejnené 1-januára-2012.
3. SMITH, D. *So you thought Sudoku came from the Land of the Rising Sun...* Ed. GUARDIAN, T. 2005. Dostupné tiež z: <https://www.theguardian.com/media/2005/may/15/pressandpublishing.usnews>. Online; zverejnené 15-Máj-2005.