

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V  
BRATISLAVE  
STAVEBNÁ FAKULTA

Evidenčné číslo: SvF-5342-105652

ALGORITMY A POMÔCKY NA RIEŠENIE SUDOKU  
Bakalárska práca

2022

Karolína Vallová

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V  
BRATISLAVE  
STAVEBNÁ FAKULTA

Evidenčné číslo: SvF-5342-105652

ALGORITMY A POMÔCKY NA RIEŠENIE SUDOKU  
Bakalárska práca

Študijný program:	Matematicko-počítačové modelovanie
Študijný odbor:	Matematika
Školiace pracovisko:	Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Vedúci záverečnej práce:	RNDr. Ľubica Staneková, PhD.

**Bratislava 2022**

**Karolína Vallová**



## ZADANIE BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Študentka: **Karolína Vallová**  
ID študenta: 105652  
Študijný program: matematicko-počítačové modelovanie  
Študijný odbor: matematika  
Vedúca práce: RNDr. Ľubica Staneková, PhD.  
Vedúci pracoviska: Ing. Marek Macák, PhD.

Názov práce: **Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku**

Jazyk, v ktorom sa práca vypracuje: slovenský jazyk

Špecifikácia zadania:

Témou tejto práce sú algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku. V práci bude uvedený prehľad voľne dostupných programov, ktoré ponúkajú pomôcky pri riešení sudoku. Takéto programy najčastejšie ponúkajú dve pomôcky (malú a veľkú) alebo namiesto riešiteľa vygenerujú všetky možnosti. Cieľom práce je urobiť program s viacerými pomôckami (kombinácia známych a vlastných pomôcok) a tiež popísať teóriu k pomôckam a algoritmy na riešenie sudoku.

Termín odovzdania bakalárskej práce: 05. 05. 2022  
Dátum schválenia zadania bakalárskej práce: 18. 02. 2022  
Zadanie bakalárskej práce schválil: prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc. – garant študijného programu

## **Čestné prehlásenie**

Prehlasujem, že som túto záverečnú prácu vypracoval/a samostatne pod vedením vedúceho záverečnej práce, s použitím literatúry uvedenej v zozname použitej literatúry.

Bratislava 6. 5. 2022

Karolína Vallová

## **Pod'akovanie**

(Nepovinná, ale obvyklá časť práce)

Na tomto mieste môže byť pod'akovanie napr. školiteľovi práce, konzultantom, či iným ľuďom za pripomienky a odbornú pomoc pri vypracovaní záverečnej práce. Niekedy sa dáva aj na koniec Predhovoru.

Bratislava 6. 5. 2022

Karolína Vallová

# Abstrakt

**Názov práce:** Algoritmy a pomôcky na riešenie sudoku

**Abstrakt:** Je veľa voľne dostupných programov, ktoré ponúkajú pomôcky pri riešení sudoku, najčastejšie dve pomôcky (malú a veľkú) alebo namiesto riešiteľa vygenerujú všetky možnosti. V práci bude prehľad takýchto programov a urobený program s viacerými pomôckami (kombinácia známych a vlastných pomôcok). V práci bude popísaná aj teória k pomôckam a algoritmy na riešenie sudoku.

**Kľúčové slová:** 3 až 5 kľúčových slov/slovných spojení oddelených čiarkou

# Predhovor

(Nepovinná, ale užitočná časť práce, obvykle maximálne 1 strana)

V predhovore sa môže stručne uviesť, čím sa práca zaoberá, prípadne aké metódy, softvéry, či programovacie jazyky sa budú používať. Ak je práca súčasťou nejakého projektu, môžete načrtnúť, o čom je projekt a ako je práca zaradená do kontextu projektu. Popíše sa, aké sú ciele práce, môžu uviesť okolnosti vzniku témy, motivácia témy práce, prípadne dôvody, prečo ste si prácu vybrali. Je dobré stručne povedať o členení práce – o čom sú jednotlivé kapitoly, prípadne sekcie práce. Posledný odsek predhovoru môže byť poďakovanie (ak nebolo uvedené na osobitnej strane).

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>V akom editore písať? Aký kompilátor používať?</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Členenie práce</b>	<b>10</b>
3.1	Podkapitola (sekcia)	10
3.1.1	Subsekcia	10
<b>4</b>	<b>Tipy na písanie v <math>\text{\LaTeX}</math>-u</b>	<b>11</b>
4.1	Vymenovanie, číslovanie	11
4.2	Rovnice	12
4.2.1	Fyzikálne jednotky	14
4.3	Definície, vety, dôkazy	15
4.4	Referencie a citácie	16
4.5	Obrázky	16
4.5.1	Vkladanie obrázkov	17
4.5.2	Vytváranie obrázkov	19
4.6	Tabuľky	22
4.7	Vkladanie pseudokódu a kódu	23
<b>5</b>	<b>Záver</b>	<b>25</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>26</b>



# Kapitola 1

## Úvod

Úlohou úvodu je uviesť čitateľa do problematiky práce. Ak ste nepísali Predhovor, tak na tomto mieste môžete popísať prácu. Obvykle sa tu nezachádza do detailov teórie a nebýva tu veľa vzorcov. Môžete tu prípadne vysvetliť základné pojmy, s ktorými budete narábať.

Je tu priestor na charakterizáciu stavu poznania v oblasti, ktorá je predmetom záverečnej práce, citovanie literatúry (knihy, vedecké články, iné záverečné práce) ktorá rieši podobnú problematiku, uviesť, z akých zdrojov vychádzate alebo na ne priamo nadväzujete. (Toto je veľmi dôležité v dizertačnej práci.)

Ak ste nepísali Predhovor, tak je dobré na konci Úvodu stručne povedať o členení práce – o čom sú jednotlivé kapitoly, prípadne sekcie práce.

# Kapitola 2

## V akom editore písať? Aký kompilátor používať?

### Editor

Existuje niekoľko populárnych LaTeX editorov: TeXstudio, TeXmaker, TeXnicCenter, LyX, Overleaf (ten je online),... Dobrý prehľad nájdete [napríklad tu](#). **Odporúčam TeXstudio**, dá sa v ňom pracovať veľmi efektívne. V akomkoľvek editore sa naučte **používať klávesové skratky** (v TeXstudiu ich nájdete v Options/Configure TeXstudio/Shortcuts), rýchlo sa orientovať a preklikávať v TeX súbore pomocou referencií, preklikávať sa medzi TeX súborom a pdf, neuveriteľne to zrýchli prácu.

Ak sa vám páči mať vo veciach systém a poriadok, tak dobrý nápad je priebežne prácu commitovať do repozitára na [GitHub](#)-e. Mimochodom, GitHub je veľmi užitočný pri programovaní – hlavne ak s niekým spolupracujete (napríklad so školiteľom) alebo píšete komplexnejší program (v rámci záverečnej práce to tak často býva). Ak GitHub nepoužívate, odporúčam začať.

### Kompilátor

Akýkoľvek editor si zvolíte, tak na kompilovanie odporúčam **kompilátor XeLaTeX**. Výsledné PDF bude mať správne kódovanie slovenských znakov<sup>1</sup> (v texte sa bude dať dobre vyhľadávať). Pre väčšinu editorov (aj TeXstudio) sa dá kompilátor nastaviť aj priamo v tex súbore pomocou tzv „magic commentu“, v súbore `_Zaverecna_praca.tex` je to riadok `% !TeX program = xelatex`, ktorý editoru hovorí, že tento dokument má kompilovať pomocou kompilátora XeLaTeX. Dá sa samozrejme aj prenastaviť defaultný kompilátor pre všetky dokumenty: Options/Configure TeXstudio/Build/Default compiler/XeLaTeX.

Ak ale chcete kompilovať pomocou **kompilátora PdfLaTeX**, treba správne kódovanie v PDF zabezpečiť pomocou pridania balíkov do preamble. Funguje napríklad táto kombinácia (ale sú aj iné možnosti):

```
\usepackage[utf8]{inputenc} % input encoding
\usepackage[T1]{fontenc} % sprave makcene
\usepackage{lmodern} % Latin modern fonts
```

V súbore `_Zaverecna_praca.tex` treba ešte vymazať magic comment `% !TeX program = xelatex` (ak defaultne používate PdfLaTeX) resp. ho prepísať na `% !TeX program = pdflatex`.

---

<sup>1</sup>Vďaka tomu, že XeLaTeX používa Unicode.

# Kapitola 3

## Členenie práce

Keď začínate prácu písať, je dobré urobiť si základnú kostru – štruktúru kapitol, podkapitol,... Premyslieť si a napísať krátku poznámku, o čom sa v časti bude hovoriť a až potom začať jednotlivé časti postupne naplňať. Samozrejme, členenie sa časom bude upravovať, ale je dôležité mať na začiatku nejakú predstavu.

Okrem základného členenia (`\chapter`, `\section`, `\subsection`,...) sa v špecifických prípadoch môže hodiť rozdelenie na časti pomocou `\part` (o úroveň nad `\chapter`). Občas môže byť vhodné niektoré časti práce<sup>1</sup> dať až za Záver do dodatkov časť s dodatkami sa štartuje príkazom `\appendix`.

### 3.1 Podkapitola (sekcia)

Blabla

#### 3.1.1 Subsekcia

Blabla

#### Subsubsekcia

Blabla

---

<sup>1</sup>Napríklad také časti, ktoré nie sú nevyhnutne potrebné pre pochopenie práce alebo idú do prílišných detailov, ktoré by čitateľa mohli zahltiť.

# Kapitola 4

## Tipy na písanie v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-u

Úlohou tejto kapitoly nie je byť príručkou k L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-u. Na internete ich nájdete kopec, výborná je napríklad [táto príručka na stránke Overleaf-u](#) alebo [táto na wikibooks](#). Pri písaní určite pomôžu aj rôzne fóra, napríklad <https://tex.stackexchange.com/>. Uvádzam len niekoľko základných tipov pre písanie matematickej záverečnej práce v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-u. Keď budete pri písaní niečo potrebovať, môžete sa inšpirovať, resp. si to odtiaľto skopírovať a upraviť.

Určite existuje veľa užitočných príkazov a balíkov, o ktorých neviem/nepoužívam ich. Človek sa v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-u má čo učiť celý život.

### 4.1 Vymenovanie, číslovanie

#### Vymenovávanie cez odrážky

- Prvá odrážka
- Druhá odrážka
- Podme o level hlbšie
  - Odrážka o level hlbšie
  - Ešte jedna
- Posledná odrážka

#### Číslovanie

1. Ovocie
2. Zelenina
3. Pečivo
  - (a) Chlieb
  - (b) Rožky

## Abecedné číslovanie

- a) Parabolická rovnica
- b) Hyperbolická rovnica
- c) Eliptická rovnica

## Číslovanie rímskymi číslicami

- i) Jablko
- ii) Banán
- iii) Mrkva

## Číslovanie bez medzier medzi položkami

- 1. Kameň
- 2. Papier
- 3. Nožnice

## 4.2 Rovnice

Písanie rovníc je veľká téma a je to jedna z nasilnejších stránok LaTeX-u. V podstate všetko, čo vás napadne napísať, sa dá napísať, len stačí vygoogliť ako. Veľmi dobre je písanie rovníc rozobraté [tu na stránke Overleaf-u](#), určite si to prebehnite (aj podstránky uvedené dole). Nebudem rozoberať, ako sa píše matematické symboly, zlomky, sumy, integrály, matice,... (to si ľahko nájdete). Budem sa skôr venovať prostriediam pre tvorbu rovníc a referencovaniu rovníc, to býva väčší problém.

Na písanie rovníc sú dva režimy:

- **Inline:** Vzorec je súčasťou textu. Napríklad  $a^2 + b^2 = c^2$  alebo  $x \in \mathbb{R}$ . Je viacero ekvivalentných spôsobov, ako ich písať, najčastejšie sa používa syntax  $\$...\$$  alebo  $\backslash(\dots\backslash)$ .
- **Display:** Vzorec je na samostatnom riadku. Napríklad

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

alebo

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}.$$

Keď sa na rovnicu chceme v texte odvolať, použijeme automatické číslovanie

$$\int_V \nabla \cdot \vec{F} dx = \int_{\partial V} \vec{F} \cdot \vec{n} dS. \quad (4.1)$$

Keď potrebujete napísať dlhú rovnicu na viac riadkov alebo viac rovníc pod seba a zarovnať ich, je na to v balíku `amsmath` veľa prostredí. Neurobte tú chybu (čo som kedysi robil aj ja), že sa naučíte iba jedno – dve a s nimi budete robiť. Pri písaní vzorcov sa vyskytnú rôzne situácie a vhod môže prísť raz jedno prostredie, raz iné. Niekedy je dobré skúsiť viac možností a zistiť, čo vyzerá lepšie. Často existuje aj viacero riešení pre dosiahnutie rovnakého výsledku. Uvediem niekoľko príkladov prostredí, ktoré by sa mohli hodiť (niektoré sú zo stránky Overleaf-u).

Prostredie `align` sa používa takto

$$x + y = 1, \quad (4.2)$$

$$2x - y = 5. \quad (4.3)$$

Komplikovanejší príklad použitia `align` je tu

$$\begin{array}{lll} x = y, & w = z, & a = b + c, \\ 2x = -y, & 3w = \frac{1}{2}z, & a = b, \\ -4 + 5x = 2 + y, & w + 2 = -1 + w, & ab = cb. \end{array}$$

Ak máme viacero stĺpcov rovníc (ako v predchádzajúcom príklade), vhodné je aj prostredie `alignat`. V ňom sa dá dobre ovládať vzdialenosť stĺpcov rovníc.

$$\begin{array}{lll} x = y, & w = z, & a = b + c, \\ 2x = -y, & 3w = \frac{1}{2}z, & a = b, \\ -4 + 5x = 2 + y, & w + 2 = -1 + w, & ab = cb. \end{array}$$

Ak chcete dve rovnice, ale len jeden label, môžete použiť napríklad `split` vnútri `equation`

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi r^2}{2}, \\ &= \frac{1}{2}\pi r^2. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ak máme sústavu rovníc (4.5), ktorú chceme zarovnať do viacero stĺpcov a zároveň ju chceme očíslovať jedným labelom, dá sa to urobiť pomocou prostredia `aligned` vnútri `equation` takto

$$\begin{array}{ll} 0. \text{ rovnica} & u_0 = 0, \\ 1. \text{ rovnica} & -u_0 + 2u_1 - u_2 = f(x_1)h^2, \\ 2. \text{ rovnica} & -u_1 + 2u_2 - u_3 = f(x_2)h^2, \\ & \vdots \\ i. \text{ rovnica} & -u_{i-1} + 2u_i - u_{i+1} = f(x_i)h^2, \\ & \vdots \\ (n-1). \text{ rovnica} & -u_{n-2} + 2u_{n-1} - u_n = f(x_{n-1})h^2, \\ n. \text{ rovnica} & u_n = 1. \end{array} \quad (4.5)$$

Ak sa vám rovnica nezmestí na riadok, môžete použiť prostredie `multline`

$$\begin{aligned} p(x) &= c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5 + c_6x^6 + c_7x^7 + c_8x^8 \\ &\quad + c_9x^9 + c_{10}x^{10} + c_{11}x^{11} + c_{12}x^{12} + c_{13}x^{13} + c_{14}x^{14}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

ale dá sa to (inak) vyriešiť aj pomocou `align`

$$p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5 + c_6x^6 + c_7x^7 + c_8x^8 + c_9x^9 + c_{10}x^{10} + c_{11}x^{11} + c_{12}x^{12} + c_{13}x^{13} + c_{14}x^{14}. \quad (4.7)$$

Záleží od situácie, čo sa viac hodí. Po častiach definovaná funkcia sa robí pomocou prostredia `cases` takto

$$w(x) = \begin{cases} (x - x_1)^2(x - x_2)^2, & x \in [x_1, x_2], \\ 0, & \text{inak.} \end{cases}$$

Prostredie `aligned` vnútri `equation` sa hodí napríklad v tejto situácii

$$\begin{array}{lcl} a + bx_1^e = u_1^e & \text{resp. maticovo} & \begin{bmatrix} 1 & x_1^e \\ 1 & x_2^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \end{bmatrix}. \\ a + bx_2^e = u_2^e & & \end{array} \quad (4.8)$$

Niekedy pri zarovnávaní môže byť vhodné použiť aj prostredie `array`

$$\begin{array}{lcl} \Omega^{e-1} : & \begin{array}{l} K_{11}^{e-1}u_1^{e-1} + K_{12}^{e-1}u_2^{e-1} = f_1^{e-1} + Q_1^{e-1}, \\ K_{21}^{e-1}u_1^{e-1} + K_{22}^{e-1}u_2^{e-1} = f_2^{e-1} + Q_2^{e-1}, \end{array} & \\ \Omega^e : & \begin{array}{l} K_{11}^e u_1^e + K_{12}^e u_2^e = f_1^e + Q_1^e, \\ K_{21}^e u_1^e + K_{22}^e u_2^e = f_2^e + Q_2^e. \end{array} & \end{array}$$

Kvôli ľahšiemu referencovaniu sa občas môže hodiť aj prostredie `subequations`. Maxwellove rovnice majú tvar

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (4.9a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4.9b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.9c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}. \quad (4.9d)$$

Môžeme sa potom na ne odvolávať naraz (4.9) alebo aj jednotlivo (4.9b).

**Poznámka 4.2.1.** Existuje ešte aj prostredie `eqnarray`, ale [nepoužívajte ho, môžu s ním byť problémy](#).

**Poznámka 4.2.2** (Vzorcová interpunkcia). V slovenčine by sa mala používať vzorcová interpunkcia – aj vzorec v režime `display` je súčasťou vety, a preto by sa mala používať interpunkcia (čiarky, resp. bodky) podobne, akoby rovnica bola v režime `inline`, pozri napríklad rovnice (4.2) a (4.3). Sú prípady, kedy interpunkcia môže byť vizuálne rušivá,<sup>1</sup> vtedy jej použitie treba zvážiť.

### 4.2.1 Fyzikálne jednotky

Na písanie fyzikálnych jednotiek je vhodný balík `siunitx`. Základné použitie vyzerá takto

- Jednotka zrýchlenia je  $\text{kg m s}^{-2}$ .

---

<sup>1</sup>Čo je rušivé a čo nie, je otázka vkusu. Vкус sa aj časom mení, ja som napríklad kedysi vzorcovú interpunkciu nepoužíval vôbec.

- Gravitačné zrýchlenie má hodnotu  $g = 9,8 \text{ kg m/s}^2$ .
- Youngov modul pružnosti ocele je  $E = 200 \text{ GPa} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ .
- Pravý uhol je  $\pi/2 = 90^\circ$ , štvrtina z neho je  $\pi/8 = 22,5^\circ = 22^\circ 30'$ .

Ďalšie možnosti nájdete v dokumentácii balíka `siunitx` (v TeXstudiu **Ctrl**+klik na `siunitx` v preambule v riadku `\usepackage{siunitx}`).

## 4.3 Definície, vety, dôkazy

V niektorých prácach môže byť vhodné používanie štýlu „Definícia-Veta-Dôkaz“ (prípadne aj Lemma, Poznámka, Príklad,...). V preambule sú kvôli tomu riadky:

```
% Definície, Vety, Dôkazy...
\usepackage{amsthm}
\theoremstyle{definition}
\newtheorem{thm}{Veta}[section]
\newtheorem{defn}[thm]{Definícia}
\newtheorem{lem}[thm]{Lemma}
\newtheorem{cor}[thm]{Dôsledok}
\newtheorem{rem}[thm]{Poznámka}
\newtheorem{exmp}[thm]{Príklad}
```

Nastavenie a spôsob číslovania jednotlivých prostredí si v týchto riadkoch môžete podľa potreby upraviť, viac sa dozviete napríklad [na tejto stránke](#).

Použitie vyzerá takto:

**Definícia 4.3.1** (Slabé riešenie). Nech funkcia  $f$  je z priestoru  $L_2(0, 1)$ . **Slabým riešením** okrajovej úlohy (??) nazývame funkciu  $u$  z priestoru  $V$  takú, že pre všetky váhové funkcie  $w \in V$  platí

$$(u, w)_A = (f, w).$$

**Veta 4.3.2** (Vlastnosť ortogonalít). Chyba  $\varepsilon = U - u$  je v zmysle energetického skalárneho súčinu kolmá (ortogonálna) na všetky funkcie  $w \in S \subset V$ , teda

$$(\varepsilon, w)_A = (U - u, w)_A = 0. \quad (4.10)$$

*Dôkaz.* Pre približné riešenie  $U$  platí rovnica

$$(U, w)_A = (f, w), \quad \text{pre všetky } w \in S \subset V. \quad (4.11)$$

Podobne pre slabé riešenie  $u$  podľa Definície 4.3.1 platí

$$(u, w)_A = (f, w), \quad \text{pre všetky } w \in V \text{ a teda aj pre všetky } w \in S \subset V. \quad (4.12)$$

Keď rovnice (4.11) a (4.12) od seba odčítame, dostaneme vlastnosť ortogonalít (4.10).  $\square$



## 4.4 Referencie a citácie

Na orientáciu v práci slúžia referencie. Môžu odkazovať na všeličo, len to musí byť označené pomocou `\label{name}`. Reťazec `name` by mal byť výstižný (nie len nejaké číslo), v zdrojovom kóde je to potom prehľadnejšie a lepšie sa s labelami pracuje. Je vhodné si v labelovaní zaviesť nejakú konvenciu. Štandardne sa používa pre obrázky `\label{fig:name}`, pre rovnice `\label{eq:name}`, pre časti a kapitoly `\label{sec:name}` a podobne. Takáto konvencia je výhodná napríklad aj keď máte sekciu, obrázok a rovnicu, ktoré hovoria o jednej veci, tak to ľahko odlíšite. Reťazec `name` môže obsahovať aj medzery, ale používajte radšej podčiarkovník. Uvediem niekoľko príkladov referencií.

**Kapitola, sekcia.** V kapitole 2 sme hovorili o tom, aký editor použiť. V časti 3.1 sme len blábotali.

**Obrázok, tabuľka.** Pozri Obrázok 4.3. Tabuľka 4.1 je tiež pekná.

**Rovnica.** Vzťah (4.1) je Gaussova veta. Na referencovanie rovníc je efektívnejšie (rýchlejšie) používať `\eqref{label}`, nie (`\ref{label}`).

**Strana.** Občas sa zide referencia na stranu. Na strane 10 sme hovorili o členení práce.

V záverečnej práci je veľmi dôležité poriadne citovať zdroje. Najefektívnejšie je používať balík `biblatex`. Často sa stretávam s tým, že ľudia vypisujú bibliografiu „natvrdo“ manuálne. Nerobte túto chybu. Všetky zdroje treba dať do súboru `.bib`, ktorý je databázou vašich zdrojov. Balík `biblatex` sa postará o správne formátovanie a zoradenie položiek v bibliografii.

Ako do bibliografickej databázy v súbore `.bib` efektívne pridávať nové položky? Veľa z nich nájdete na internete v rôznych databázach publikácií a na stránkach vedeckých časopisov. Ručné vpisovanie bibliografických údajov by malo byť až poslednou voľbou.

- Odkazy na vedecké články a knihy väčšinou nájdete na pár klikov na <https://scholar.google.com/>. Ak chcete pridať odkaz napríklad na vedecký článok [3], stačí po vyhľadaní kliknúť na „Citovať“ (Obr. 4.1) a zvolíte BiBTeX.
- Ak chcete pridať odkaz na vedecký článok, napríklad [3], položku do databázy s veľkou pravdepodobnosťou nájdete aj cez [www.researchgate.net](http://www.researchgate.net), klik na Download citation. Položku štandardne nájdete aj na stránke časopisu, v ktorom článok vyšiel. Vždy treba hľadať niečo v zmysle „download citation“, „cite this paper“ a podobne, a následne zvoliť BiBTeX.

Na položky z bibliografickej databázy potom v texte odkazujete. Môžete citovať jednu položku [1], alebo aj viacero naraz [2, 3].

## 4.5 Obrázky

Obrázky sú veľmi dôležitý prvok záverečnej práce. Keď sú dobre urobené, môžu čitateľovi veľmi pomôcť prácu pochopiť. Je veľa možností, ako obrázky vkladať do TeX-u a ešte viac možností, ako ich vytvárať. Obrázky, ktoré chcete vložiť do práce je dobré mať pokope v priečinku/pričinkoch. V preambule je cesta k priečinku nastavená pomocou príkazu `\graphicspath{ {./figures/} }`.

Kedykoľvek

Od 2022

Od 2021

Od 2018

Vlastný rozsah...

Usporiadať podľa  
relevancie

Usporiadať podľa dátumu

### Manifold evolution with tangential redistribution of points

K Mikula, M Remesikova, P Sarkoci, D Sevcovic - SIAM Journal on Scientific ..., 2014 - SIAM

In this paper we propose several techniques for tangential redistribution of points on evolving surfaces. This is an important issue in numerical approximation of any Lagrangian evolution model, since the quality of the mesh has a significant impact on the result of the computation. We explain the volume-oriented and length-oriented tangential redistribution methods in a general setting of an m-dimensional manifold evolving in an n-dimensional manifold. Then, we apply the proposed techniques to several manifold evolution problems ...

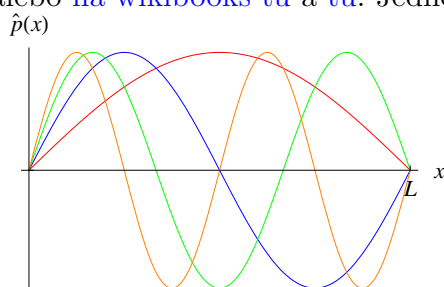
☆ Uložiť 99 Citovať Citované 25-krát Súvisiace články Všetky verzie 2

Obr. 4.1: Google scholar.

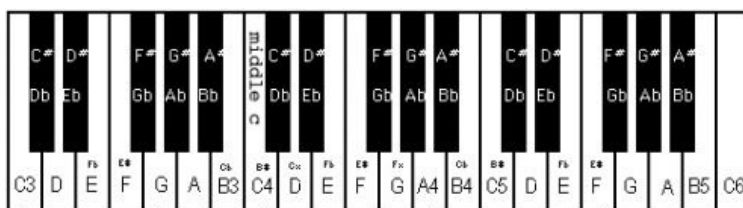
## 4.5.1 Vkládanie obrázkov

### Jeden obrázok

O tom, ako vkladať obrázky do TeX-u sa prehľadne píše napríklad [tu na stránke Overleaf-u](#) alebo [na wikibooks tu](#) a [tu](#). Jednoduché vloženie obrázka sa robí takto:



Takýto obrázok ale nie je vycentrovaný a nemá popis. V práci by mali mať všetky obrázky číslo a popis, potom sa na ne ľahko odvolávalo v texte. Takýmto príkladom je Obrázok 4.2.<sup>2</sup>

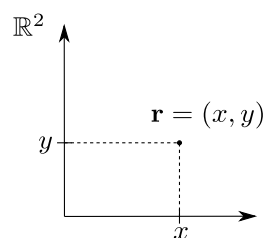


Obr. 4.2: Označenia tónov na klaviatúre.

V TeXstudiu sa takto formátované obrázky dajú do kódu vkladať veľmi jednoducho pomocou **Ctrl+C** – **Ctrl+V**, resp. drag and drop. Funguje to aj so screenshotmi,<sup>3</sup> po vložení do TeXstudia sa zobrazí okno, v ktorom screenshot uložíte do priečinka s obrázkami.

Obrázky 4.3, 4.4 obtekané textom sa vkladajú pomocou balíka **wrapfig**.

*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Cras mollis metus metus. Nam eget sapien elementum, pharetra arcu ut, congue*

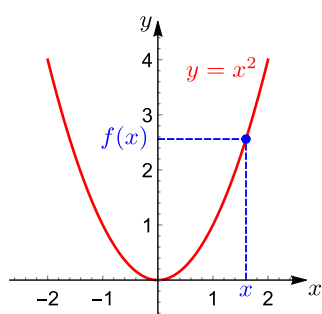


Obr. 4.3: Inkscape.

<sup>2</sup>Všimnite si, že v zdrojovom kóde je (zakomentovaný) `\vspace{...}`, pomocou ktorého môžete zväčšiť/zmenšiť biele miesto pod/nad obrázkom a pod popisom, to sa občas môže hodiť.

<sup>3</sup>Mimochodom, poznáte klávesovú skratku Windows+Shift+S? Nie? Tak skúste, odpadnete z nej :-).

tortor. Nulla non tortor ullamcorper, pretium turpis ac, accumsan erat. Vestibulum porttitor leo in arcu laoreet, vitae ullamcorper massa blandit. Vestibulum fermentum euismod dui, vel blandit dolor. Maecenas aliquam pharetra nunc, quis mollis turpis sodales non. Nunc non odio condimentum, sollicitudin diam sit amet, vestibulum libero. Ut sed euismod leo. Cras pharetra dolor metus, vitae auctor ligula porttitor ut. Vestibulum eu risus non velit egestas pulvinar. Nam feugiat sed libero eget consequat. Proin ligula turpis, facilisis et nisi in, vehicula fringilla libero. Nulla sagittis velit odio, in faucibus est vulputate non.



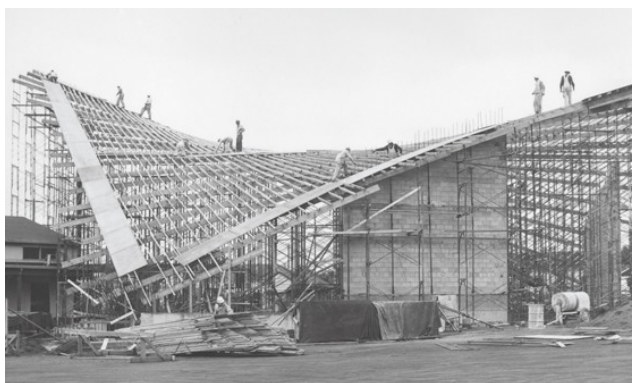
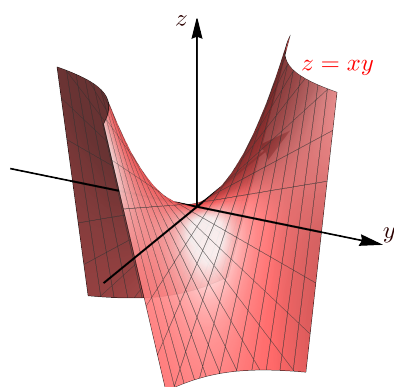
Obr. 4.4: Mathematica+Inkscape.

Suspendisse tempor dictum mollis. Quisque ac ante arcu. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos himenaeos. Pellentesque tincidunt consequat faucibus. Nullam vel iaculis nisl. Quisque viverra sed dui fermentum congue. Nullam venenatis, mi eget pulvinar condimentum, quam massa euismod lacus, quis pulvinar neque lacus vestibulum arcu. Maecenas porta lobortis nibh. Orci varius natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Quisque id semper lorem, nec aliquet odio. Nulla ornare consectetur odio ullamcorper auctor. Sed lobortis nisl vitae mauris porttitor facilisis. Nullam neque quam, finibus at tortor et, maximus ultrices magna. Duis ultricies malesuada lacus, ut gravida ante tempus eu.

Vestibulum tortor diam, lacinia porttitor tincidunt nec, suscipit ac mi. Sed in nunc a tellus egestas porta. Vivamus at metus condimentum, laoreet nisl vel, fringilla ante. Nunc quis libero a felis tempus imperdiet sit amet sed mauris. Sed justo sem, laoreet eu accumsan a, tincidunt sit amet felis. Duis at pharetra libero. Sed et ligula urna. Integer pulvinar pellentesque velit, sit amet vulputate tortor. Curabitur ultrices rutrum enim et suscipit. Nam dictum vestibulum odio eu malesuada.

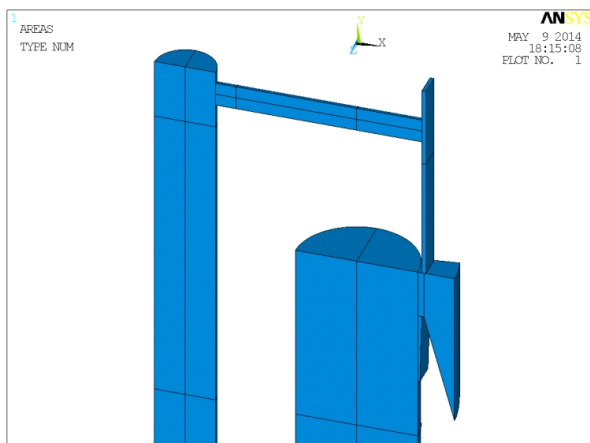
## Viac obrázkov

Príklad dvoch obrázkov vložených vedľa seba vidíme na Obrázku 4.5. Analogicky sa dajú urobiť aj 3 obrázky vedľa seba, prípadne mriežka obrázkov (napr. 4x2, ako vidíme na Obrázku 4.9). Niekedy, keď je v práci veľmi veľa obrázkov, môže byť vhodné vytvoriť strany, na ktorých sú len obrázky, príkladom je Obrázok 4.9. Ak ale chceme, aby každý

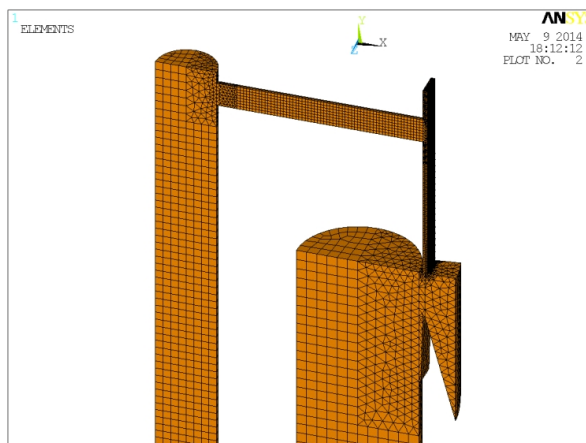


Obr. 4.5: Graf funkcie  $f(x, y) = xy$  a konštruovanie strechy v tvare hyperbolického paraboloidu (v menšom okolí sedlového bodu, než vykresľujeme v grafe).

obrázok mal svoje číslo a popis, môžeme to urobiť napríklad tak, ako vidíme na príklade Obrázkov 4.6 a 4.7.

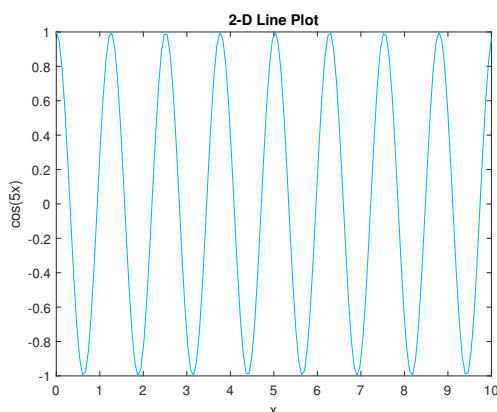


Obr. 4.6: Obrázok z ANSYS-u.

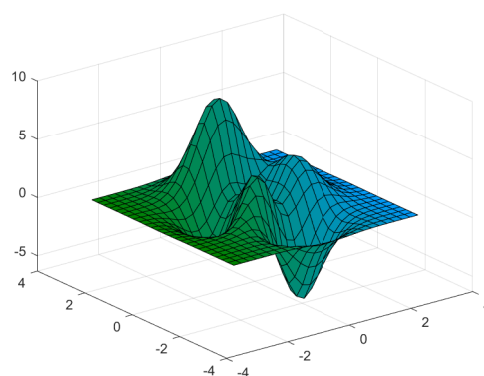


Obr. 4.7: Obrázok z ANSYS-u.

Pomocou balíka `subcaption` sa dajú podobne vložiť vedľa seba tak, ako vidíme na Obrázku 4.8, pričom môžu mať jeden hlavný popis a ďalšie podpopisy 4.8a resp. 4.8b.



(a) Graf funkcie jednej premennej (2D).



(b) Graf funkcie v dvoch premenných (3D).

Obr. 4.8: Príklady obrázkov z MATLAB-u.

## 4.5.2 Vytváranie obrázkov

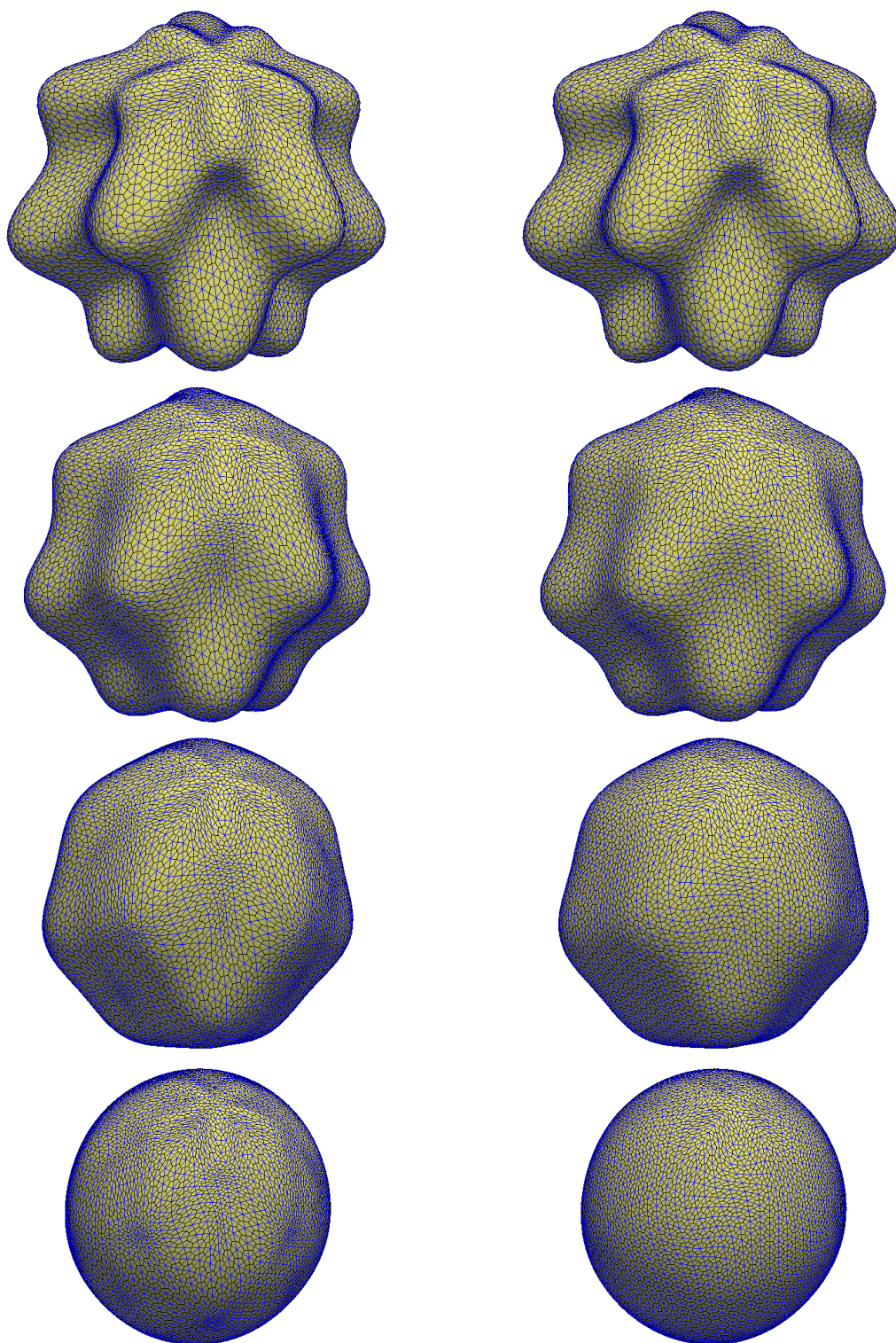
Z časti 4.5.1 už máme predstavu, ako vkladať existujúce obrázky (resp. výstupné obrázky zo softvéru, napríklad z ANSYS-u). V akom programe ale vytvárať nové grafy a obrázky? Toto je (prekvapujúco?) ťažká otázka.

**Aké formáty používať?**

- **Vektorová grafika:** PDF, EPS (LaTeX ale aj tak EPS skonvertuje na PDF).
- **Rastrová grafika:** PNG, JPG (odporúčam radšej PNG, lebo pri ukladaní do JPG resp. JPEG sa kvôli kompresii znižuje kvalita a vzniká šum).

Kvôli kvalite obrázkov **preferujte vektorovú grafiku** (ak je to možné a ak vektorový obrázok vyzerá dobre). V elektronickej verzii práce sú vektorové obrázky aj po priblížení stále pekné, hladké. Pri grafike, ktorá je tieňovaná (napr. plochy v 3D) je lepšie obrázok v dostatočnej kvalite uložiť ako raster. Vo všeobecnosti je dobré obrázky ukladať tak, aby boli orezané, bez veľkého nadbytočného orámovania okolo toho, čo nás zaujíma.





Obr. 4.9: Příklady obrázků z ParaView.

**Mathematica.** V softvéri Mathematica robiť viete, preto je dobrý nápad tvoriť grafy/obrázky v ňom. Pre export nepoužívajte screenshot, ale export:

- **2D grafika:** pravý klik na obrázok/Save Graphic As/pdf. Grafika bude automaticky vektorová.
- **3D grafika:** pravý klik na obrázok/Save Graphic As/png (obrázok treba mať pred uložením dostatočne veľký). Je dobré ešte pred uložením obrázka odstrániť Bounding Box: pravý klik na obrázok/ Trim Bounding Box, aby okolo obrázka nebolo zbytočne veľa bielej plochy.

Niekedy potrebujeme obrázok uložiť aj spolu s legendou (prípadne inými grafickými objektami), vtedy treba pravý klik na pravú lištu/Save Selection As/, predtým je ešte vhodné vymazať `Out[1]=` na ľavej strane. Obrázok sa dá uložiť aj pomocou príkazu **Export** (zídete sa napríklad vtedy, keď potrebujete export automatizovať počas behu kódu alebo si ukladanie zautomatizovať).

**MATLAB.** Ak viete robiť MATLAB-e, prípadne v ňom programujete program k záverečnej práci, je dobrý nápad robiť grafy/obrázky v ňom. Pre export nepoužívajte screenshot, ale export v okne Figure:

- **2D grafika:** klik na File/Save As/eps.<sup>4</sup> Príkladom je Obrázok 4.8a.
- **3D grafika:** klik na File/Save As/png. Príkladom je Obrázok 4.8b.

Je praktické si obrázky ukladať aj vo formáte .fig, aby ste ľahko mohli aj neskôr editovať rôzne nastavenia. Obrázok sa dá uložiť aj pomocou príkazu `print`, v ktorom si nastavíte aj formát.

**ParaView.** Ak sú vaše dáta, resp. výsledky vhodné na vizualizáciu v ParaView, tak obrázky odtiaľ môžete ľahko exportovať. Platia podobné odporúčania, ako pri Mathematice a MATLAB-e. Ja tu pre všetky obrázky používam File/Save Screenshot/PNG (alebo aj cez ikonu fotoaparátu na lište nad oknom RenderView). V okne Save Screenshot Options je potom vhodné nastaviť si v Coloring pozadie na Transparent Background alebo White Background. Pred exportom je vhodné vypnúť Show Orientation Axes a nastaviť okno tak, aby nebolo príliš veľa pozadia. Viac sa o exportovaní obrázkov píše [tu na stránke ParaView](#). V ParaView boli vytvorené Obrázky 4.9.

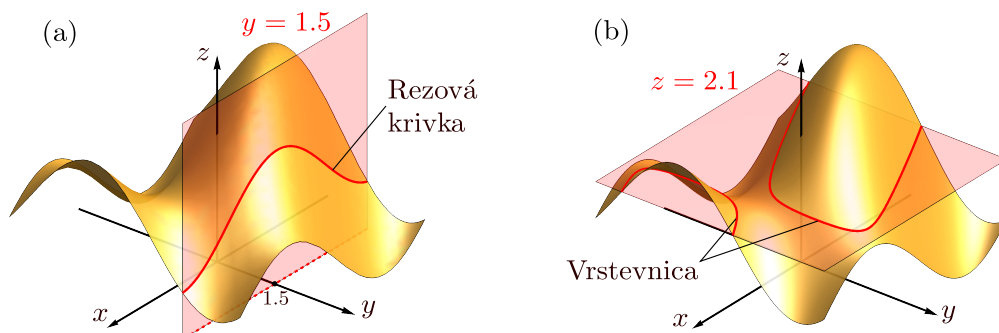
**Inkscape.** [Inkscape](#) je výborný program na vytváranie vektorovej grafiky. Zídete sa, keď potrebujete kresliť schematické obrázky (nie grafy funkcií). Pracuje s formátom SVG, ale môžete importovať/exportovať do mnohých formátov (aj PDF a EPS). Veľmi odporúčam doinštalovať [TexText extension](#), aby ste do obrázkov mohli vpisovať LaTeX-ovské symboly a vzorce. Inkscape má [výborné tutorialy](#) (zrejme stačia Basic+Advanced), takže sa dá celkom rýchlo zvládnuť. V Inkscape bol vytvorený napríklad obrázok 4.3. Keď už máte niečo nakreslené, export sa urobí takto:

1. Označíte si, čo chcete exportovať.
2. `Ctrl+Shift+R` alebo Edit/Resize Page to Selection.
3. `Ctrl+Shift+S` alebo File/Save As a vybrať PDF.

---

<sup>4</sup>PDF tu nefunguje dobre, vloží obrázok do stredu A4.

**Mathematica/Matlab/ParaView + Inkscape** Ak do obrázka potrebujete doplniť popisky alebo vzorce, ktoré nedokážete dobre urobiť v Mathematice (resp. inom softvéri), často je praktickejšie na to použiť vhodný editor – napríklad Inkscape. Takouto kombinovanou technikou (Mathematica+Inkscape) bol vytvorený Obrázok 4.10 (po priblížení zistíte, čo bolo dorobené v Inkscape).

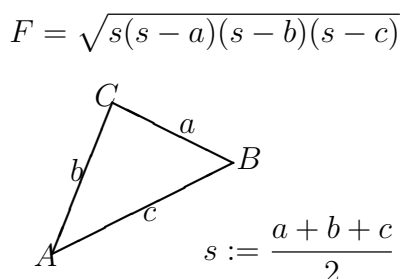


Obr. 4.10: Mathematica + dorobenie v Inkscape.

**Programovanie obrázkov v LaTeX-u.** Kvalitné obrázky sa dajú naprogramovať aj priamo v LaTeX-u. Nepoužívam to, ale sú ľudia, čo na tom frčia. Tu je niekoľko odkazov na túto možnosť:

- [Balík TikZ](#) je asi najlepší. [Na tejto stránke](#) nájdete veľké množstvo príkladov – pre predstavu, čo všetko a ako sa dá nakresliť.
- [Prostredie picture](#), príkladom je Obrázok 4.11.
- [Balík PSTricks](#)

Z niektorých programov na kreslenie obrázkov sa dá TeX-ovský kód generujúci obrázok exportovať (napríklad Inkscape → PSTricks).



Obr. 4.11: Obrázok vytvorený pomocou prostredia picture.

## 4.6 Tabuľky

Jednoduchá tabuľka bez popisu sa robí takto:

2	4	4.5
3	1	5
18	4.5	5

Tabuľka 4.1: The  $L^2$  EOC for the case with no redistribution.

$n_V$	$\tau$	$N$	$L^2$ error	EOC
122	0.04	2	1.43e-02	
482	0.01	8	3.35e-03	2.10
1922	0.0025	32	8.07e-04	2.05
7682	0.000625	128	1.95e-04	2.05
30722	0.00015625	512	4.64e-05	2.07

Tabuľky v záverečnej práci by ale mali mať popis, tu je príklad s popisom:

Ešte jeden príklad s použitím farby a definovaním šírky stĺpcov je v Tabuľke 4.2. Viac o tabuľkách nájdete aj s peknými príkladmi a zdrojovými kódmi [napríklad tu na wikibooks](#).

Tabuľka 4.2: Prehľad veličín.

Veličina	Jednotka	Názov	Popis
$u(x, t)$	K	Teplota v mieste $x$ a čase $t$	
$c(x)$	J/kg K	Merná tepelná kapacita	Množstvo tepla (J) potrebné na zohriatie 1 kg látky o 1 K
$\rho(x)$	kg/m <sup>3</sup>	Hustota	
$f(x, t)$	J/m <sup>3</sup> s	Intenzita ( hustota) zdrojov tepla	Množstvo tepla (J) vyprodukované v 1 m <sup>3</sup> za 1 s
$q(x, t)$	J/m <sup>2</sup> s	Hustota tepelného toku	Množstvo tepla, ktoré prejde prierezom 1 m <sup>2</sup> za 1 s
$\lambda(x)$	W/m K	Koeficient (súčiniteľ) tepelnej vodivosti	Množstvo tepla, ktoré prejde za 1 s medzi protiľahlými stenami jednotkovej kocky, keď sa ich teploty líšia o 1 K a ostatné steny sú izolované.

**Dôležitý tip.** Vytvárať tabuľku priamo v zdrojovom kóde v LaTeX editore môže byť pri väčších tabuľkách dosť neprehľadné a neefektívne, odporúčam [tento výborný online nástroj](#). Môžete tam ľahko vytvoriť novú tabuľku, vložiť (copy-paste) existujúcu tabuľku (napríklad z Excelu), či importovať z .csv, následne efektívne upravovať (perpisovať, meniť orámovanie, merge-ovať bunky, meniť farby,...), a nakoniec jedným klikom vygenerovať zodpovedajúci kód pre TeX-ovskú tabuľku, ktorý si vložíte do práce.

## 4.7 Vkládanie pseudokódu a kódu

V záverečných prácach na MPM je niekedy vhodné vysvetliť váš algoritmus alebo kód. Na písanie pseudokódov existuje veľa balíkov, prehľad nájdete [na stránke Overleaf-u](#) alebo [na wikibooks](#). Algoritmus 1 je príkladom použitia balíka `algorithm2e`.

Ak potrebujete do práce vložiť nejakú časť kódu, vodný je napríklad balík `listings`. Jednoduché použitie je tu:

```
#include <stdio.h>
```



---

**Algoritmus 1:** An algorithm with caption

---

**Data:**  $n \geq 0$

**Result:**  $y = x^n$

$y \leftarrow 1;$

$X \leftarrow x;$

$N \leftarrow n;$

**while**  $N \neq 0$  **do**

**if**  $N$  *is even* **then**

$X \leftarrow X \times X;$

$N \leftarrow \frac{N}{2}$

**else**

**if**  $N$  *is odd* **then**

$y \leftarrow y \times X;$

$N \leftarrow N - 1;$

**end**

**end**

**end**

---

```
int main() {  
    // printf() displays the string inside quotation  
    printf(" Hello , World!");  
    return 0;  
}
```

Dá sa pohrať s formátovaním, nastaviť si farby, font a podobne. Nastavenie som vložil sem do kódu. Ak budete nejaké používať, dajte si ho do preambuly. Viac o vkladaní kódu sa dočítate v dokumentácii balíka `listings`.

---

```
#include <stdio.h>  
int main() {  
    // printf() displays the string inside quotation  
    printf("Hello, World!");  
    return 0;  
}
```

---

# Kapitola 5

## Záver

V závere zhrniete, čomu sa venovala vaša práca, ako sa vám podarilo naplniť stanovené ciele a k akým výsledkom ste prišli. Môžete zhodnotiť váš postup riešenia problému, jeho výhody/nevýhody. V závere je vhodné aj naznačiť, akými smermi by sa dalo v práci pokračovať, aké zostali nevyriešené otázky, kde vidíte možnosti vylepšenia a podobne.

# Bibliografia

1. EYMARD, R.; GALLOUËT, T.; HERBIN, R. Finite volume methods. In: *Solution of Equation in  $R^n$  (Part 3), Techniques of Scientific Computing (Part 3)*. Elsevier, 2000, zv. 7, s. 713–1018. Handbook of Numerical Analysis. ISSN 1570-8659. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S1570-8659\(00\)07005-8](https://doi.org/10.1016/S1570-8659(00)07005-8).
2. HANDLOVIČOVÁ, A.; TIBENSKÝ, M. *Základy funkcionálnej analýzy a variačného počtu*. Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2016.
3. MIKULA, K.; REMEŠÍKOVÁ, M.; SARKOCI, P.; ŠEVČOVIČ, D. Manifold Evolution with Tangential Redistribution of Points. *SIAM Journal on Scientific Computing*. 2014, roč. 36, č. 4, A1384–A1414. Dostupné z DOI: [10.1137/130927668](https://doi.org/10.1137/130927668).