

4.

Karolína
Valloua'

$$P^2 = P = P^* \quad \text{ak } \vec{x} \in \ker(P) \text{ a } \vec{y} \in \text{Im}(P), \text{ tak } \vec{x} \perp \vec{y}$$

$$P\vec{x} = \lambda\vec{x}, \quad \vec{x} \neq \vec{0}$$

$$\vec{x} \in \ker(P)$$

$$P\vec{x} - \lambda\vec{x} = \vec{0}$$

$$|\ker(P)| = \det(P - \lambda I)$$

$$P\vec{x} - \lambda I\vec{x} = \vec{0}$$

$$(P - \lambda I)\vec{x} = \vec{0}$$

$$\vec{x} \in \ker(P - \lambda I)$$

$$\text{ak } \vec{x} \in \ker(P)$$

$$\lambda = 0$$

$$\text{tak } P(\vec{x}) = \vec{0}$$

$$\vec{x} \in \ker(P)$$

$$\text{ak } \vec{y} \in \text{Im}(P)$$

$$\vec{y} = P(\vec{x})$$

$$P: V \rightarrow V$$

$$\text{ak } \vec{x} \in \ker(P), \quad P\vec{x} = \vec{0}, \quad \vec{0} \in \ker(P)$$

$$P^*: V \rightarrow V$$

$$\vec{y} = P(\vec{x})$$

$$P^2: V \rightarrow V$$

$$\text{ak } \vec{y} \in \ker(P), \quad \vec{y} = P(\vec{x}) = P\vec{x}$$

$$\vec{y} = P\vec{x}$$

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = \langle \vec{x}, P\vec{x} \rangle = \langle \vec{x}, \vec{0} \rangle = 0$$