review

1 Benders Decomposition

1.1 Unified Primal Subproblems for Benders Decomposition

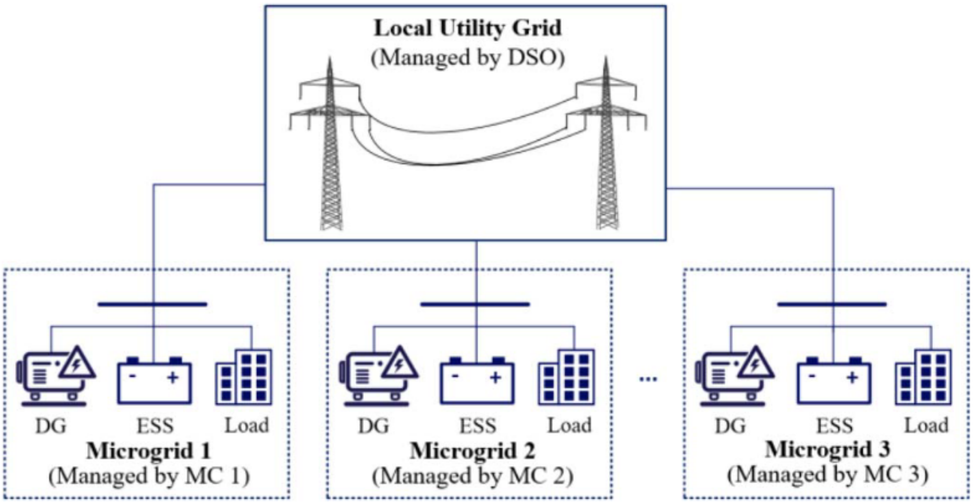

图 1: 系统结构示意图

为了表示方便, 将原始模型以矩阵形式重新表示为如下模型:

$$\min_{x,y,z} \quad \mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + \sum_i \mathbf{b}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{y}_i + \sum_i \mathbf{c}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{z}_i \tag{1a}$$

$$\textbf{s.t.} \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{d} \tag{1b}$$

$$\mathbf{B}_i\mathbf{x} + \mathbf{C}_i\mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i\mathbf{z}_i \geq \mathbf{e}_i, \forall i \tag{1c}$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0,1\}^{K_i}, \forall i \tag{1d}$$

根据标准的 Benders 分解方法, 原问题 (1a)-(1d) 被划分为一个上层主问题 (对应于 DSO 的决策) 和一组下层子问题 (对应于个体 MCs 的决策). 主问题表示为:

$$\min_{\mathbf{x},\theta} \quad \mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + \sum_i \theta_i \tag{2a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{d} \tag{2b}$$

$$\theta_i \geq 0, \forall i \tag{2c}$$

$$\text{Generated Cutting Planes (if any)} \tag{2d}$$

其中 θ_i 为非负连续变量, 用 DSO 近似表示微电网 i 的运行成本. 在每次迭代中, DSO 求解主问题, 并将一个试探解 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\theta}_i)$ 传递给每个 MC($\forall i$). 反过来, 每个 MC 依次求解两个 Benders 子问题, 以检验试探解

的可行性和最优性, 然后通过 Benders 割反馈给 DSO. 可行性子问题为 $(\forall i)$:

$$\min_{y_i,z_i,s_i} \quad \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{s}_i \tag{3a}$$

$$\textbf{s.t.} \quad \mathbf{C}_i\mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i\mathbf{z}_i + \mathbf{s}_i \geq \mathbf{e}_i - \mathbf{B}_i\hat{\mathbf{x}} \tag{3b}$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0,1\}^{K_i}, \mathbf{s}_i \geq \mathbf{0} \tag{3c}$$

其中 $\mathbf{1}$ 是一个元素为 1 的向量;$\mathbf{0}$ 是一个元素为 0 的向量;s_i 是非负松弛变量的向量. 当且仅当 (3a)-(3c) 的最优值为 0 时, 试探解 $(\hat{\mathbf{x}},\hat{\theta}_i)$ 是可行的, 再继续求解最优性子问题 (4a)-(4c); 否则, 将一个可行割返回到主问题, .

$$\min_{\mathbf{y}_i,\mathbf{z}_i} \quad \mathbf{b}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{y}_i + \mathbf{c}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{z}_i \tag{4a}$$

$$\textbf{s.t.} \quad \mathbf{C}_i\mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i\mathbf{z}_i \geq \mathbf{e}_i - \mathbf{B}_i\hat{\mathbf{x}} \tag{4b}$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0,1\}^{K_i} \tag{4c}$$

在求解 (4a)-(4c) 后, MC i 检查得到的解 $(\hat{\mathbf{y}}_i,\hat{\mathbf{z}}_i)$, 检查 DSO 近似的微电网运行成本 $\hat{\theta}_i$ 是否达到 $\mathbf{b}_i^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{y}}_i + \mathbf{c}_i^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{z}}_i$. 如果没有, 则将一个最优割返回到主问题 (2a)-(2d), 以重新估计微电网运行成本; 否则, MC i 接受试探解 $(\hat{\mathbf{x}},\hat{\theta}_i)$, 并且, 如果后续迭代中电力交换计划不变, 则与 DSO 达成协议. 当且仅当所有的 MC 都与 DSO 达成协议时, 迭代终止.

可以将两个子问题合并统一表示为如下形式:

$$\min_{\mathbf{y}_i,\mathbf{z}_i,\mathbf{s}_i} \quad \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{s}_i + \xi_i + \zeta_i \tag{5a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{b}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{y}_i + \mathbf{c}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{z}_i + \xi_i \geq \hat{\theta}_i \tag{5b}$$

$$-\mathbf{b}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{y}_i - \mathbf{c}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{z}_i + \zeta_i \geq -\hat{\theta}_i \tag{5c}$$

$$\mathbf{C}_i\mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i\mathbf{z}_i + \mathbf{s}_i \geq \mathbf{e}_i - \mathbf{B}_i\hat{\mathbf{x}} \tag{5d}$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0,1\}^{K_i}, \mathbf{s}_i \geq \mathbf{0}, \xi_i, \xi_i \geq 0 \tag{5e}$$

其中, ξ_i,ζ_i 为额外的非负松弛变量. 当且仅当所有松弛变量 $\mathbf{s}_i,\xi_i,\zeta_i$ 在最优解处都为 0, MC i 接受试探解 $(\hat{\mathbf{x}},\hat{\theta}_i)$.

主问题 (2a)-(2d) 和统一子问题 (5a)-(5e) 可以分别表示成如下紧凑的形式:

$$\min_{\mathbf{x}'} \quad \mathbf{a}'^{\mathrm{T}}\mathbf{x}' \tag{6a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{H}(\mathbf{x}') \geq \mathbf{d}' \tag{6b}$$

$$\text{Generated Cutting Planes (if any)} \tag{6c}$$

其中 x' 为 x 中元素与 θ_i $(\forall i)$ 的聚合, $\mathbf{H}$ 为定义在 $\mathbf{x}'$ 上的约束.

$$\min_{\mathbf{y}_i,\mathbf{z}_i,\mathbf{s}'_i} \quad \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{s}'_i \tag{7a}$$

$$\textbf{s.t.} \quad \mathbf{C}'_i\mathbf{y}_i + \mathbf{D}'_i\mathbf{z}_i + \mathbf{s}'_i \geq \mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\widehat{\mathbf{x}}' \tag{7b}$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0,1\}^{K_i}, \mathbf{s}'_i \geq \mathbf{0} \tag{7c}$$

其中 $\mathbf{s}'_i$ 为 ξ_i,ζ_i 与 $\mathbf{s}_i$ 中所有元素的聚合.

1.2 Benders Cuts for Mixed-Integer Linear Subproblems

通过上述过程可知, 统一子问题 (7a)-(7c) 是一个混合整数规划问题, 常用的基于对偶化的 Benders 割生成方法无法实现原优化问题 (1a)-(1d) 可行域的外线性化 (outer linearization).

引入辅助 01 变量向量 $\tilde{\mathbf{z}}_i$, 限制 $\mathbf{z}_i$ 等于 $\tilde{\mathbf{z}}_i$, 通过这样的变化, 可以将 $\mathbf{z}_i$ 中的所有元素转化为连续变量. 即, 将 (7a)-(7c) 等价转化为如下形式:

$$\min_{\mathbf{y}_i,\mathbf{z}_i,\tilde{\mathbf{z}}_i,s'i} \quad \mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{s}'_i \tag{8a}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{C}'_i\mathbf{y}_i + \mathbf{D}'_i\mathbf{z}_i + s'_i \geq \mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}' \quad (\boldsymbol{\mu}_i) \tag{8b}$$

$$\mathbf{z}_i = \tilde{\mathbf{z}}_i \quad (\boldsymbol{\nu}_i) \tag{8c}$$

$$\mathbf{s}'_i \geq \mathbf{0} \tag{8d}$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0,1\}^{K_i} \tag{8e}$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_i$ 和 $\boldsymbol{\nu}_i$ 分别为 (8b) 和 (8c) 的对偶变量的向量. 然后, 将 (8a)-(8e) 重写成以下形式:

$$\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i\in\{0,1\}^{K_i}} \left\{ \min_{(y_i,z_i,s'_i)\in P_i} \mathbf{1}^{\mathrm{T}}s' \right\} \tag{9a}$$

其中, $P_i = \{\text{Constraints } (8b) - (8d)\}$, 由于转换掉了 $\mathbf{z}_i$ 的整数约束, 所以 (9a) 是一个线性规划问题. 因此, 对内层问题进行对偶化并变换为如下形式:

$$\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i\in\{0,1\}^{K_i}} \left\{ \max_{(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\nu}_i)\in\mathcal{Q}_i} \left\{ \left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu}_i + \tilde{\mathbf{z}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu}_i \right\} \right\} \tag{9b}$$

其中, $\mathcal{Q}_i = \{\mathbf{C}_i\boldsymbol{\mu}_i = 0, \mathbf{D}_i'^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}_i + \boldsymbol{\nu}_i = 0, 0 \leq \boldsymbol{\mu}_i \leq 1\}$, 根据极小极大不等式, 可以得到以下关系:

$$\begin{aligned} &\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i\in\{0,1\}^{K_i}} \left\{ \max_{(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\nu}_i)\in\mathcal{Q}_i} \left\{ \left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu}_i + \tilde{\mathbf{z}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu}_i \right\} \right\} \\ &\geq \max_{(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\nu}_i)\in\mathcal{Q}_i} \left\{ \min_{\tilde{\mathbf{z}}_i\in\{0,1\}^{K_i}} \left\{ \left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu}_i + \tilde{\mathbf{z}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu}_i \right\} \right\} \end{aligned} \tag{9c}$$

由于 $\tilde{\mathbf{z}}_i$ 是 01 变量, 所以可以通过枚举 $\tilde{\mathbf{z}}_i$ 的 0 和 1 可能的组合, 来确定 $\tilde{\mathbf{z}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu}_i$ 的最优值. 即:

$$\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i\in\{0,1\}^{K_i}} \tilde{\mathbf{z}}_i^{\mathrm{T}}v_i = \max_{\boldsymbol{\omega}_i\in\mathcal{O}_i} \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_i \tag{9d}$$

其中, $\mathcal{O}_i = \{\boldsymbol{\omega}_i \leq 0, \boldsymbol{\omega}_i \leq \boldsymbol{\nu}_i\}$. 于是可以得到 (9c) 右侧的等价表示:

$$\begin{aligned} &\max_{(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\nu}_i)\in\mathcal{Q}_i} \left\{ \left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu}_i + \min_{\tilde{\mathbf{z}}_i\in\{0,1\}^{K_i}} \tilde{\mathbf{z}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu}_i \right\} \\ &= \max_{(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\nu}_i)\in\mathcal{Q}_i} \left\{ \left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu}_i + \max_{\boldsymbol{\omega}_i\in\mathcal{O}_i} \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_i \right\} \end{aligned} \tag{9e}$$

其中, 右侧就变成了一个线性规划问题. 可以该问题将重写为如下形式 (记为统一的对偶子问题):

$$F^*_{D,i} = \max_{(\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\nu}_i,\boldsymbol{\omega}_i)\in\mathcal{Q}_i\cap\mathcal{O}_i} \left\{ \left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i\hat{\mathbf{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_i \right\} \tag{10a}$$

其中, $F^*_{D,i}$ 为与 $\hat{\mathbf{x}}'$ 有关的最优值, 并且 $\boldsymbol{\mu}_i$ 和 $\boldsymbol{\omega}_i$ 有最优解 $(\hat{\boldsymbol{\mu}}_i, \hat{\boldsymbol{\omega}}_i)$.

因此, MC i 求解 (10a) 以检查 DSO 在每次迭代中传递过来的试探解 $\hat{\mathbf{x}}$, 如果 $F^*_{D,i} > 0$, 则 MC i 返回如下的割 (记为统一 Benders 割):

$$\left(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i x'\right)^{\mathrm{T}} \hat{\boldsymbol{\mu}}_i + \mathbf{1}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_i \leq 0 \tag{10b}$$

1.3 Feasibility Restoration Cuts for Mitigating Duality Gap

由于 01 变量 $\tilde{\mathbf{z}}_i$ 的存在, 可能会使得 $F^*_{D,i}$ 与统一原始子问题 (7a)-(7c) 之间产生对偶间隙. (7a)-(7c) 的目标函数值为正对应 DSO 传递的试探解 $\hat{\mathbf{x}}'$ 是不可行的, 这种情况下应当将该试探解割掉. 考虑以下两种情况:

1. $F^*_{D,i}$ 为正, 说明 $\hat{\mathbf{x}}'$ 违反了 (10b), 当后续迭代 (10b) 加入到主问题后, 该试探解将被割掉.
2. $F^*_{D,i}$ 非正, 说明 $\hat{\mathbf{x}}'$ 没有违反 (10b), 此时 (10b) 就无法割掉该试探解, 且后续迭代中主问题的最优解就会被卡在 $\hat{\mathbf{x}}'$ 处. 也就是说, 统一 Benders 割还不够紧.

为了解决第二种情况, 必要时 MC i 在求解统一对偶子问题后, 还需要求解如下可行性恢复子问题:

$$F^*_{F,i} = \min_{\mathbf{x}',\mathbf{y_i},\mathbf{z_i}} \quad \Delta_i(\mathbf{x}',\hat{\mathbf{x}}') \tag{11a}$$

$$\textbf{s.t.} \quad \mathbf{B}'_i\mathbf{x}' + \mathbf{C}_i\mathbf{y}'_i + \mathbf{D}'_i\mathbf{z}_i \geq \mathbf{e}'_i \tag{11b}$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0,1\}^{K_i} \tag{11c}$$

其中 $\Delta_i(\mathbf{x}',\hat{\mathbf{x}}')$ 表示试探解 $\hat{\mathbf{x}}'$ 与满足 (11b)-(11c) 的任意解之间可行性违反程度的度量, 如下所示:

$$\Delta_i(\mathbf{x}',\hat{\mathbf{x}}') = \sum_h \frac{|x'_h - \hat{x}'_h|}{\vartheta_h} \tag{11d}$$

其中 x'_h 和 $\hat{x}'_h$ 分别为 $\mathbf{x}'$ 和 $\hat{\mathbf{x}}'$ 中的元素, h 为元素的索引, ϑ_h 为与 $\hat{x}'_h$ 相关的归一化因子, 如下所示:

$$\vartheta_h = \begin{cases} |\hat{x}'_h|, & if\ |\hat{x}'_h| > 0 \\ \tau, & if\ |\hat{x}'_h| = 0 \end{cases}, \forall h \tag{11e}$$

其中 τ 是一个足够小的正数. 引入一个辅助连续变量 σ_h 来表示 $|x'_h - \hat{x}'_h|$, 并将 (11d) 重写为如下形式:

$$\Delta_i(\mathbf{x}',\hat{\mathbf{x}}') = \sum_h \frac{\sigma_h}{\vartheta_h} \tag{11f}$$

并受到如下约束的限制:

$$\sigma_h \geq x'_h - \hat{x}'_h, \sigma_h \geq \hat{x}'_h - x'_h, \forall h \tag{11g}$$

$$\sigma_h \leq \hat{x}'_h - x'_h + M\delta_h, \sigma_h \leq x'_h - \hat{x}'_h + M(1-\delta_h), \forall h \tag{11h}$$

为了使 (11d) 中的绝对值表达式更容易处理, 引入 δ_h 和 M, 其中 δ_h 是辅助 01 变量, M 是一个足够大的正数.

在求解可行性恢复子问题 (11a)-(11c) 后, 在后续迭代中, 将如下割平面 (记为可行性恢复割) 和统一 Benders 割一并加入的主问题中:

$$\Delta_i(\mathbf{x}',\widehat{\mathbf{x}}') \geq F^*_{F,i} \tag{11i}$$

1.4 Iteration Process

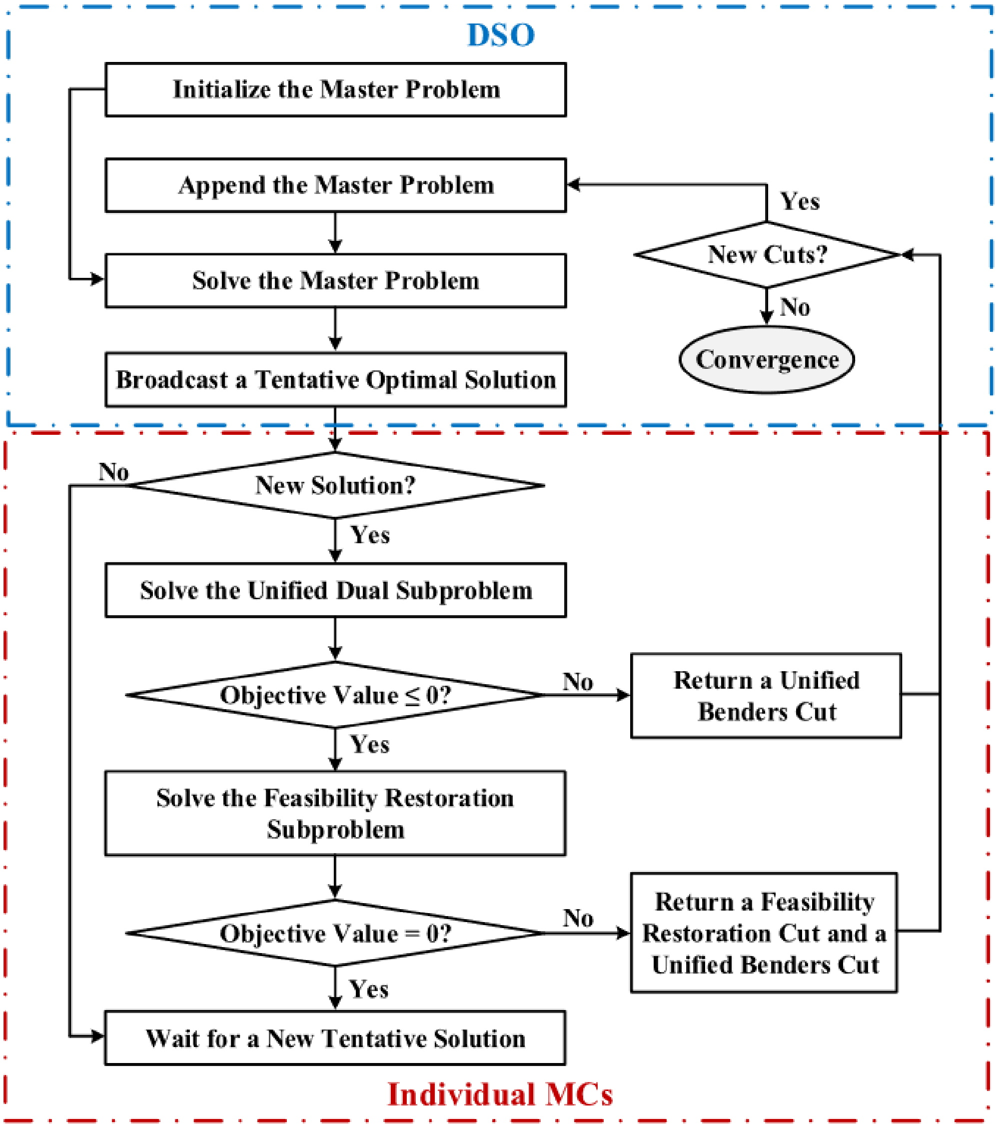
DSO
Initialize the Master Problem
Append the Master Problem
Solve the Master Problem
Broadcast a Tentative Optimal Solution
New Cuts?
Yes
No
Convergence
No
New Solution?
Yes
Solve the Unified Dual Subproblem
Objective Value ≤ 0?
No
Return a Unified Benders Cut
Yes
Solve the Feasibility Restoration Subproblem
Objective Value = 0?
No
Return a Feasibility Restoration Cut and a Unified Benders Cut
Yes
Wait for a New Tentative Solution
Individual MCs

图 2: 迭代过程示意图

1 双层问题

仅提取上下层模型中的部分约束条件, 其余约束省略.

1.1 上层模型

1.1.1 上层目标函数

以多能互补系统等年值下的系统总投资最小为优化目标:

$$\min\left(C_{cap}+C_{o\&m}+C_{dep}\right) \tag{1}$$

式中, C_{cap} 为系统等年值下的总投资成本, $C_{o\&m}$ 为系统年运维成本, C_{dep} 为系统折旧成本.

系统等年值下的总投资成本计算方式如下:

$$C_{cap}=\sum_{k=1}^{4}C_{cap,k}\cdot\frac{r(1+r)^m}{(1+r)^m-1} \tag{2}$$

式中, r 为折现率, m 为设备的使用年限, $C_{cap,k}$ 分别为风电、光伏、储能电池逆变器、储能电池装置、光热、储热装置投资成本.

$$\begin{cases}C_{cap,1}=C_W\cdot\lambda_W\\ C_{cap,2}=C_V\cdot\lambda_V\\ C_{cap,3}=C_B\cdot\lambda_{B_1}+E_B\cdot\lambda_{B_2}\\ C_{cap,4}=C_S\cdot\lambda_{S_1}+E_S\cdot\lambda_{S_2}\end{cases} \tag{3}$$

式中, 所有的 C,E 均为优化变量.

系统运维成本和折旧成本计算方式如下:

$$\begin{cases}C_{o\&m}=C_{cap}\cdot\gamma_o\\ C_{dep}=\dfrac{C_{cap}(1-\gamma_r)}{m}\end{cases} \tag{4}$$

1.1.2 上层约束条件

1. 界约束

$$\begin{cases}0\le C_W\le C_W^{\max}\\ 0\le C_V\le C_V^{\max}\\ 0\le C_B\le C_B^{\max}\\ 0\le E_B\le E_B^{\max}\\ 0\le C_S\le C_S^{\max}\\ 0\le E_S\le E_S^{\max}\end{cases} \tag{5}$$

2. 储能时长约束

$$\begin{cases}E_B=N_B\cdot C_B\\ N_B\ge \underline{N}_B\end{cases} \tag{6}$$

式中, N_B 表示储能电站的储能时长, 为整数优化变量.

1.2 下层模型

1.2.1 下层目标函数

以等年值下的系统收益最大为优化目标:

$$\max I \tag{7}$$

系统年综合收益为售电收益, 计算方式如下:

$$\begin{cases} I = I_E \\ I_E = \lambda_E \cdot \sum_{t=1}^{T} p_L(t) \cdot \Delta t \end{cases} \tag{8}$$

1.2.2 下层约束条件

下层模型考虑的约束条件包括系统安全性约束和清洁性约束，以及各类装置的运行约束, 现选取部分约束条件进行分析.

1. 外送通道容量约束:

$$p_L(t) = p_W(t) + p_V(t) + p_B(t) + p_S(t), \forall t \tag{9}$$

$$p_L^{\min} \le p_L(t) \le p_L^{\max}, \forall t \tag{10}$$

2. 风电/光伏运行约束:

   (a) 发电功率范围约束:

$$\begin{cases} 0 \le p_W(t) \le \delta_W(t) \cdot C_W \\ 0 \le p_V(t) \le \delta_V(t) \cdot C_V \end{cases}, \forall t \tag{11}$$

   (b) 利用率约束:

$$\sum_{t\in\Theta} (p_W(t) + p_V(t)) \ge (1 - \varepsilon) \cdot \sum_{t\in\Theta} (\delta_W(t) C_W + \delta_V(t) C_V) \tag{12}$$

3. 储能电站运行约束:

   (a) 充电功率范围约束 (可线性化):

$$p_B(t) = p_B^{dc}(t) - p_B^{ch}(t) \tag{13}$$

$$\begin{cases} 0 \le p_B^{dc}(t) \le u_B^{dc}(t) \cdot C_B \\ 0 \le p_B^{ch}(t) \le u_B^{ch}(t) \cdot C_B \end{cases}, \forall t \tag{14}$$

   式 (14) 线性化后的约束条件为:

$$\begin{cases} 0 \le p_B^{dc}(t) \le u_B^{dc}(t) \cdot C_B^{max} \\ 0 \le p_B^{ch}(t) \le u_B^{ch}(t) \cdot C_B^{max} \\ 0 \le p_B^{dc}(t) \le C_B \\ 0 \le p_B^{ch}(t) \le C_B \end{cases}, \forall t \tag{15}$$

(b) 充放电状态约束:

$$u_B^{dc}(t)+u_B^{ch}(t)\leq 1,\forall t \tag{16}$$

(c) 荷电状态约束:

$$e_B(t+1)=e_B(t)+\gamma_B^{ch}p_B^{ch}(t)-p_B^{dc}(t)/\gamma_B^{dc},\forall t \tag{17}$$

(d) 储能容量范围约束:

$$0\leq e_B(t)\leq E_B,\forall t \tag{18}$$

4. 光热电站及储热系统运行约束:

(a) 集热器热量平衡约束:

$$h_s^{in}(t)=h_s^{cr}(t)+h_s^{ch}(t),\forall t \tag{19}$$

(b) 储热/放热功率范围约束:

$$\begin{cases}0\leq h_S^{ch}(t)\leq \bar{h}_S^{ch}\\ 0\leq h_S^{dc}(t)\leq \bar{h}_S^{dc}\end{cases},\forall t \tag{20}$$

(c) 热-电功率转化约束:

$$p_s(t)=\eta_s\cdot h_s(t),\forall t \tag{21}$$

(d) 发电功率范围约束 (可线性化):

$$u_S(t)\cdot\delta_S^{\min}\cdot C_S\leq p_S(t)\leq u_S(t)\cdot\delta_S^{\max}\cdot C_S,\forall t \tag{22}$$

式 (22) 线性化后的约束条件为:

$$\begin{cases}u_S(t)\cdot\delta_S^{\min}\cdot C_S^{min}\leq p_S(t)\leq u_S(t)\cdot\delta_S^{\max}\cdot C_S^{max}\\ \delta_S^{\min}\cdot C_S-M\cdot(1-u_S(t))\leq p_S(t)\leq\delta_S^{\max}\cdot C_S\end{cases},\forall t \tag{23}$$

(e) 发电热量平衡约束:

$$h_S^{dc}(t)=h_S(t)+v_S(t)\cdot h_S^{g},\forall t \tag{24}$$

(f) 运行状态逻辑约束:

$$\begin{cases}u_S(t)-u_S(t-1)-\nu_S(t)\leq 0\\ u_S(t)-\nu_S(t)\geq 0\end{cases},\forall t \tag{25}$$

(g) 储热装置容量范围约束:

$$0\leq e_S(t)\leq E_S,\forall t \tag{26}$$

(h) 储热装置热量平衡约束:

$$e_S(t+1) = e_S(t) + \gamma_S^{ch} h_S^{ch}(t) - h_S^{dc}(t)/\gamma_S^{dc} - h_S^l(t), \forall t \tag{27}$$

(i) 储热装置外送能力范围约束:

$$0 \le h_S^l(t) \le \bar{h}_S^l, \forall t \tag{28}$$

5. 储能装置与风电/光伏弃电状态的耦合运行策略和约束:

(a) 风电/光伏弃电状态约束:

$$(1 - x(t)) \cdot (\overline{p}_W(t) + \overline{p}_V(t)) \le p_W(t) + p_V(t) \le (2 - x(t)) \cdot (\overline{p}_W(t) + \overline{p}_V(t)) - m, \forall t \in \Theta \tag{29}$$

(b) 储能电站的运行策略约束 (可线性化):

$$\begin{cases} 0 \le p_B^{dc}(t) \le (1 - x(t)) \cdot C_B \\ 0 \le p_B^{ch}(t) \le x(t) \cdot C_B \end{cases}, \forall t \in \Theta \tag{30}$$

式 (14) 线性化后的约束条件为:

$$\begin{cases} 0 \le p_B^{dc}(t) \le (1 - x(t)) \cdot C_B^{max} \\ 0 \le p_B^{ch}(t) \le x(t) \cdot C_B^{max} \\ 0 \le p_B^{dc}(t) \le C_B \\ 0 \le p_B^{ch}(t) \le C_B \end{cases}, \forall t \in \Theta \tag{31}$$

1.3 双层规划的一般形式

双层规划问题的一般形式如下:

$$\min \quad f(x, y^*) \tag{32}$$

$$\text{s.t.} \quad g_1(x, y^*) \le 0 \tag{33}$$

$$h_1(x, y^*) = 0 \tag{34}$$

$$y^* \in \arg\min\{f_2(x, y) \tag{35}$$

$$\text{s.t.} \quad g_2(x, y) \le 0 \tag{36}$$

$$h_2(x, y) = 0\} \tag{37}$$

2 证明此问题与单层问题有相同的最优值

3 文章中的 Benders 分解存在的问题

4 对模型中非线性约束的处理