

review

1 Preliminary

1. Sets and Indices:

-
-

2. Variables:

3. Parameters:

2 Benders Decomposition

2.1 Unified Primal Subproblems for Benders Decomposition

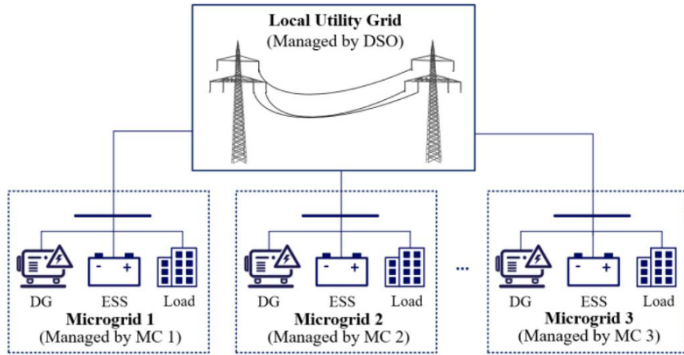


图 1: 系统结构示意图

为了表示方便, 将原始模型以矩阵形式重新表示为如下模型:

$$\min_{x,y,z} \quad \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \sum_i \mathbf{b}_i^T \mathbf{y}_i + \sum_i \mathbf{c}_i^T \mathbf{z}_i \quad (1a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{d} \quad (1b)$$

$$\mathbf{B}_i \mathbf{x} + \mathbf{C}_i \mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i \mathbf{z}_i \geq \mathbf{e}_i, \forall i \quad (1c)$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0, 1\}^{K_i}, \forall i \quad (1d)$$

根据标准的 Benders 分解方法, 原问题 (1a)-(1d) 被划分为一个上层主问题 (对应于 DSO 的决策) 和一组下层子问题 (对应于个体 MCs 的决策). 主问题表示为:

$$\min_{\mathbf{x}, \theta} \quad \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \sum_i \theta_i \quad (2a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{d} \quad (2b)$$

$$\theta_i \geq 0, \forall i \quad (2c)$$

$$\text{Generated Cutting Planes (if any)} \quad (2d)$$

其中 θ_i 为非负连续变量, 用 DSO 近似表示微电网 i 的运行成本. 在每次迭代中, DSO 求解主问题, 并将一个试探解 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\theta}_i)$ 传递给每个 MC ($\forall i$). 反过来, 每个 MC 依次求解两个 Benders 子问题, 以检验试探解的可行性和最优性, 然后通过 Benders 割反馈给 DSO. 可行性子问题为 ($\forall i$):

$$\min_{y_i, z_i, s_i} \quad \mathbf{1}^T \mathbf{s}_i \quad (3a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{C}_i \mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i \mathbf{z}_i + \mathbf{s}_i \geq \mathbf{e}_i - \mathbf{B}_i \hat{\mathbf{x}} \quad (3b)$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0, 1\}^{K_i}, \mathbf{s}_i \geq \mathbf{0} \quad (3c)$$

其中 $\mathbf{1}$ 是一个元素为 1 的向量; $\mathbf{0}$ 是一个元素为 0 的向量; s_i 是非负松弛变量的向量. 当且仅当 (3a)-(3c) 的最优值为 0 时, 试探解 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\theta}_i)$ 是可行的,

再继续求解最优性子问题 (4a)-(4c); 否则, 将一个可行割返回到主问题, .

$$\min_{\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i} \quad \mathbf{b}_i^T \mathbf{y}_i + \mathbf{c}_i^T \mathbf{z}_i \quad (4a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{C}_i \mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i \mathbf{z}_i \geq \mathbf{e}_i - \mathbf{B}_i \hat{\mathbf{x}} \quad (4b)$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0, 1\}^{K_i} \quad (4c)$$

在求解 (4a)-(4c) 后, MC i 检查得到的解 $(\hat{\mathbf{y}}_i, \hat{\mathbf{z}}_i)$, 检查 DSO 近似的微电网运行成本 $\hat{\theta}_i$ 是否达到 $\mathbf{b}_i^T \hat{\mathbf{y}}_i + \mathbf{c}_i^T \hat{\mathbf{z}}_i$. 如果没有, 则将一个最优割返回到主问题 (2a)-(2d), 以重新估计微电网运行成本; 否则, MC i 接受试探解 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\theta}_i)$, 并且, 如果后续迭代中电力交换计划不变, 则与 DSO 达成协议. 当且仅当所有的 MC 都与 DSO 达成协议时, 迭代终止.

可以将两个子问题合并统一表示为如下形式:

$$\min_{\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{s}_i} \quad \mathbf{1}^T \mathbf{s}_i + \xi_i + \zeta_i \quad (5a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{b}_i^T \mathbf{y}_i + \mathbf{c}_i^T \mathbf{z}_i + \xi_i \geq \hat{\theta}_i \quad (5b)$$

$$-\mathbf{b}_i^T \mathbf{y}_i - \mathbf{c}_i^T \mathbf{z}_i + \zeta_i \geq -\hat{\theta}_i \quad (5c)$$

$$\mathbf{C}_i \mathbf{y}_i + \mathbf{D}_i \mathbf{z}_i + \mathbf{s}_i \geq \mathbf{e}_i - \mathbf{B}_i \hat{\mathbf{x}} \quad (5d)$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0, 1\}^{K_i}, \mathbf{s}_i \geq \mathbf{0}, \xi_i, \zeta_i \geq 0 \quad (5e)$$

其中, ξ_i, ζ_i 为额外的非负松弛变量. 当且仅当所有松弛变量 $\mathbf{s}_i, \xi_i, \zeta_i$ 在最优解处都为 0, MC i 接受试探解 $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\theta}_i)$.

主问题 (2a)-(2d) 和统一子问题 (5a)-(5e) 可以分别表示成如下紧凑的形式:

$$\min_{\mathbf{x}'} \quad \mathbf{a}'^T \mathbf{x}' \quad (6a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{H}(\mathbf{x}') \geq \mathbf{d}' \quad (6b)$$

$$\text{Generated Cutting Planes (if any)} \quad (6c)$$

其中 \mathbf{x}' 为 \mathbf{x} 中元素与 θ_i ($\forall i$) 的聚合, \mathbf{H} 为定义在 \mathbf{x}' 上的约束.

$$\min_{\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{s}'_i} \mathbf{1}^T \mathbf{s}'_i \quad (7a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{C}'_i \mathbf{y}_i + \mathbf{D}'_i \mathbf{z}_i + \mathbf{s}'_i \geq \mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}' \quad (7b)$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0, 1\}^{K_i}, \mathbf{s}'_i \geq \mathbf{0} \quad (7c)$$

其中 \mathbf{s}'_i 为 ξ_i, ζ_i 与 \mathbf{s}_i 中所有元素的聚合.

2.2 Benders Cuts for Mixed-Integer Linear Subproblems

通过上述过程可知, 统一子问题 (7a)-(7c) 是一个混合整数规划问题, 常用的基于对偶化的 Benders 割生成方法无法实现原优化问题 (1a)-(1d) 可行域的外线性化 (outer linearization).

引入辅助 01 变量向量 $\tilde{\mathbf{z}}_i$, 限制 \mathbf{z}_i 等于 $\tilde{\mathbf{z}}_i$, 通过这样的变化, 可以将 \mathbf{z}_i 中的所有元素转化为连续变量. 即, 将 (7a)-(7c) 等价转化为如下形式:

$$\min_{\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i, \tilde{\mathbf{z}}_i, \mathbf{s}'_i} \mathbf{1}^T \mathbf{s}'_i \quad (8a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{C}'_i \mathbf{y}_i + \mathbf{D}'_i \mathbf{z}_i + \mathbf{s}'_i \geq \mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}' \quad (\boldsymbol{\mu}_i) \quad (8b)$$

$$\mathbf{z}_i = \tilde{\mathbf{z}}_i \quad (\boldsymbol{\nu}_i) \quad (8c)$$

$$\mathbf{s}'_i \geq \mathbf{0} \quad (8d)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0, 1\}^{K_i} \quad (8e)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_i$ 和 $\boldsymbol{\nu}_i$ 分别为 (8b) 和 (8c) 的对偶变量的向量. 然后, 将 (8a)-(8e) 重写成以下形式:

$$\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0, 1\}^{K_i}} \left\{ \min_{(\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{s}'_i) \in P_i} \mathbf{1}^T \mathbf{s}'_i \right\} \quad (9a)$$

其中, $P_i = \{\text{Constraints (8b) - (8d)}\}$, 由于转换掉了 \mathbf{z}_i 的整数约束, 所以 (9a) 是一个线性规划问题. 因此, 对内层问题进行对偶化并变换为如下形式:

$$\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0, 1\}^{K_i}} \left\{ \max_{(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\nu}_i) \in \mathcal{Q}_i} \left\{ (\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \boldsymbol{\mu}_i + \tilde{\mathbf{z}}_i^T \boldsymbol{\nu}_i \right\} \right\} \quad (9b)$$

其中, $\mathcal{Q}_i = \{\mathbf{C}_i \boldsymbol{\mu}_i = 0, \mathbf{D}_i^T \boldsymbol{\mu}_i + \boldsymbol{\nu}_i = 0, 0 \leq \boldsymbol{\mu}_i \leq 1\}$, 根据极小极大不等式, 可以得到以下关系:

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0,1\}^{K_i}} \left\{ \max_{(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\nu}_i) \in \mathcal{Q}_i} \left\{ (\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \boldsymbol{\mu}_i + \tilde{\mathbf{z}}_i^T \boldsymbol{\nu}_i \right\} \right\} \\ \geq \max_{(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\nu}_i) \in \mathcal{Q}_i} \left\{ \min_{\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0,1\}^{K_i}} \left\{ (\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \boldsymbol{\mu}_i + \tilde{\mathbf{z}}_i^T \boldsymbol{\nu}_i \right\} \right\} \end{aligned} \quad (9c)$$

由于 $\tilde{\mathbf{z}}_i$ 是 01 变量, 所以可以通过枚举 $\tilde{\mathbf{z}}_i$ 的 0 和 1 可能的组合, 来确定 $\tilde{\mathbf{z}}_i^T \boldsymbol{\nu}_i$ 的最优值. 即:

$$\min_{\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0,1\}^{K_i}} \tilde{\mathbf{z}}_i^T \boldsymbol{\nu}_i = \max_{\boldsymbol{\omega}_i \in \mathcal{O}_i} \mathbf{1}^T \boldsymbol{\omega}_i \quad (9d)$$

其中, $\mathcal{O}_i = \{\boldsymbol{\omega}_i \leq 0, \boldsymbol{\omega}_i \leq \boldsymbol{\nu}_i\}$. 于是可以得到 (9c) 右侧的等价表示:

$$\begin{aligned} \max_{(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\nu}_i) \in \mathcal{Q}_i} \left\{ (\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \boldsymbol{\mu}_i + \min_{\tilde{\mathbf{z}}_i \in \{0,1\}^{K_i}} \tilde{\mathbf{z}}_i^T \boldsymbol{\nu}_i \right\} \\ = \max_{(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\nu}_i) \in \mathcal{Q}_i} \left\{ (\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \boldsymbol{\mu}_i + \max_{\boldsymbol{\omega}_i \in \mathcal{O}_i} \mathbf{1}^T \boldsymbol{\omega}_i \right\} \end{aligned} \quad (9e)$$

其中, 右侧就变成了一个线性规划问题. 可以该问题将重写为如下形式 (记为统一的对偶子问题):

$$F_{D,i}^* = \max_{(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\nu}_i, \boldsymbol{\omega}_i) \in \mathcal{Q}_i \cap \mathcal{O}_i} \left\{ (\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{1}^T \boldsymbol{\omega}_i \right\} \quad (10a)$$

其中, $F_{D,i}^*$ 为与 $\hat{\mathbf{x}}'$ 有关的最优值, 并且 $\boldsymbol{\mu}_i$ 和 $\boldsymbol{\omega}_i$ 有最优解 $(\hat{\boldsymbol{\mu}}_i, \hat{\boldsymbol{\omega}}_i)$.

因此, MC i 求解 (10a) 以检查 DSO 在每次迭代中传递过来的试探解 $\hat{\mathbf{x}}$, 如果 $F_{D,i}^* > 0$, 则 MC i 返回如下的割 (记为统一 Benders 割):

$$(\mathbf{e}'_i - \mathbf{B}'_i \hat{\mathbf{x}}')^T \hat{\boldsymbol{\mu}}_i + \mathbf{1}^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \leq 0 \quad (10b)$$

2.3 Feasibility Restoration Cuts for Mitigating Duality Gap

由于 01 变量 $\tilde{\mathbf{z}}_i$ 的存在, 可能会使得 $F_{D,i}^*$ 与统一原始子问题 (7a)-(7c) 之间产生对偶间隙. (7a)-(7c) 的目标函数值为正对应 DSO 传递的试探解 $\hat{\mathbf{x}}'$ 是不可行的, 这种情况下应当将该试探解割掉. 考虑以下两种情况:

1. $F_{D,i}^*$ 为正, 说明 $\hat{\mathbf{x}}'$ 违反了 (10b), 当后续迭代 (10b) 加入到主问题后, 该试探解将被割掉.
2. $F_{D,i}^*$ 非正, 说明 $\hat{\mathbf{x}}'$ 没有违反 (10b), 此时 (10b) 就无法割掉该试探解, 且后续迭代中主问题的最优解就会被卡在 $\hat{\mathbf{x}}'$ 处. 也就是说, 统一 Benders 割还不够紧.

为了解决第二种情况, 必要时 MC i 在求解统一对偶子问题后, 还需要求解如下可行性恢复子问题:

$$F_{F,i}^* = \min_{\mathbf{x}', \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i} \Delta_i(\mathbf{x}', \hat{\mathbf{x}}') \quad (11a)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{B}_i' \mathbf{x}' + \mathbf{C}_i \mathbf{y}_i' + \mathbf{D}_i' \mathbf{z}_i \geq \mathbf{e}_i' \quad (11b)$$

$$\mathbf{z}_i \in \{0, 1\}^{K_i} \quad (11c)$$

其中 $\Delta_i(\mathbf{x}', \hat{\mathbf{x}}')$ 表示试探解 $\hat{\mathbf{x}}'$ 与满足 (11b)-(11c) 的任意解之间可行性违反程度的度量, 如下所示:

$$\Delta_i(\mathbf{x}', \hat{\mathbf{x}}') = \sum_h \frac{|x_h' - \hat{x}_h'|}{\vartheta_h} \quad (11d)$$

其中 x_h' 和 \hat{x}_h' 分别为 \mathbf{x}' 和 $\hat{\mathbf{x}}'$ 中的元素, h 为元素的索引, ϑ_h 为与 \hat{x}_h' 相关的归一化因子, 如下所示:

$$\vartheta_h = \begin{cases} |\hat{x}_h'|, & \text{if } |\hat{x}_h'| > 0 \\ \tau, & \text{if } |\hat{x}_h'| = 0 \end{cases}, \forall h \quad (11e)$$

其中 τ 是一个足够小的正数. 引入一个辅助连续变量 σ_h 来表示 $|x_h' - \hat{x}_h'|$, 并将 (11d) 重写为如下形式:

$$\Delta_i(\mathbf{x}', \hat{\mathbf{x}}') = \sum_h \frac{\sigma_h}{\vartheta_h} \quad (11f)$$

并受到如下约束的限制:

$$\sigma_h \geq x_h' - \hat{x}_h', \sigma_h \geq \hat{x}_h' - x_h', \forall h \quad (11g)$$

$$\sigma_h \leq \hat{x}_h' - x_h' + M\delta_h, \sigma_h \leq x_h' - \hat{x}_h' + M(1 - \delta_h), \forall h \quad (11h)$$

为了使 (11d) 中的绝对值表达式更容易处理, 引入 δ_h 和 M , 其中 δ_h 是辅助 01 变量, M 是一个足够大的正数.

在求解可行性恢复子问题 (11a)-(11c) 后, 在后续迭代中, 将如下割平面 (记为可行性恢复割) 和统一 Benders 割一并加入的主问题中:

$$\Delta_i(\mathbf{x}', \hat{\mathbf{x}}') \geq F_{F,i}^* \quad (11i)$$

2.4 Iteration Process

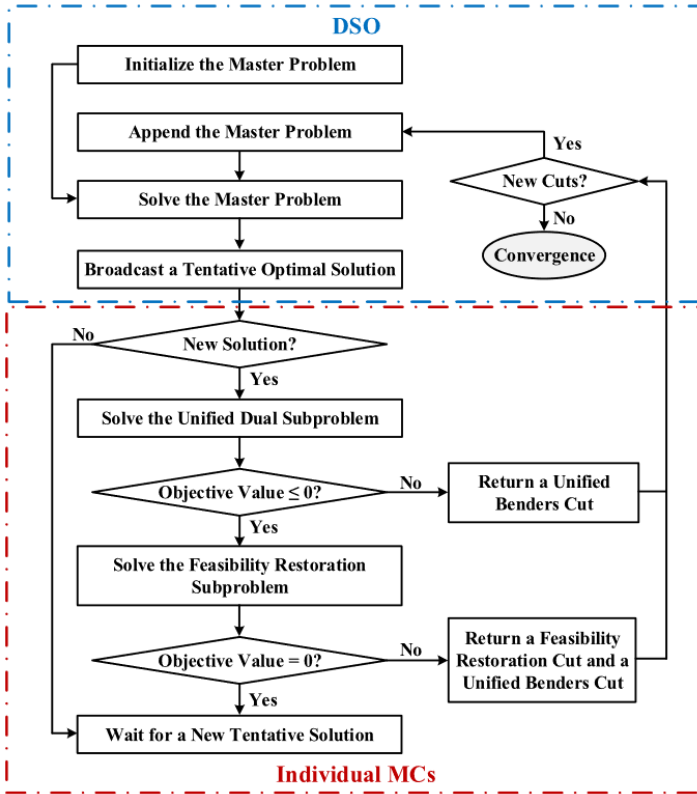


图 2: 迭代过程示意图

3 双层问题: 小规模模型提取

仅提取上下层模型中相耦合的变量所涉及到的约束条件, 其余约束省略.

3.1 上层模型

3.1.1 上层目标函数

以多能互补系统等年值下的系统总投资最小为优化目标:

$$\min (C_{cap} + C_{o\&m} + C_{dep}) \quad (1)$$

式中, C_{cap} 为系统等年值下的总投资成本, $C_{o\&m}$ 为系统年运维成本, C_{dep} 为系统折旧成本.

系统等年值下的总投资成本计算方式如下:

$$C_{cap} = \sum_{k=1}^4 C_{cap,k} \cdot \frac{r(1+r)^m}{(1+r)^m - 1} \quad (2)$$

式中, r 为折现率, m 为设备的使用年限, $C_{cap,k}$ 分别为风电、光伏、储能电池逆变器、储能电池装置、光热、储热装置投资成本.

$$\begin{cases} C_{cap,1} = C_W \cdot \lambda_W \\ C_{cap,2} = C_V \cdot \lambda_V \\ C_{cap,3} = C_B \cdot \lambda_{B_1} + E_B \cdot \lambda_{B_2} \\ C_{cap,4} = C_S \cdot \lambda_{S_1} + E_S \cdot \lambda_{S_2} \end{cases} \quad (3)$$

式中, 所有的 C, E 均为优化变量.

系统运维成本和折旧成本计算方式如下:

$$\begin{cases} C_{o\&m} = C_{cap} \cdot \gamma_o \\ C_{dep} = \frac{C_{cap}(1 - \gamma_r)}{m} \end{cases} \quad (4)$$

3.1.2 上层约束条件

1. 界约束

$$\begin{cases} 0 \leq C_W \leq C_W^{\max} \\ 0 \leq C_V \leq C_V^{\max} \\ 0 \leq C_B \leq C_B^{\max} \\ 0 \leq E_B \leq E_B^{\max} \\ 0 \leq C_S \leq C_S^{\max} \\ 0 \leq E_S \leq E_S^{\max} \end{cases} \quad (5)$$

2. 储能时长约束

$$\begin{cases} E_B = N_B \cdot C_B \\ N_B \geq \underline{N}_B \end{cases} \quad (6)$$

3.2 下层模型

3.2.1 下层目标函数

以等年值下的系统收益最大为优化目标:

$$\max I \quad (7)$$

3.2.2 下层约束条件