Контролно по Дискретни структури, 04.12.2022г.

Име: ________________________________, ФН:__________, Група:___

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	6	6	6	6	6	30

Задача 1. Дадена е крайна редица от естествени числа $a_1, a_2, \cdots, a_n$. Да се докаже, че съществува непразна подредица от последователни елементи $a_l, a_{l+1}, \cdots, a_r$, за която $\sum_{i=l}^{r} a_i$ се дели на n.

Упътване: Разгледайте префиксните суми на редицата: $s_0, s_1, \cdots, s_n$, *където* $s_0 = 0$ *и* $s_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_i$.

Задача 2. В група от 7 студенти всеки избира точно 4 измежду 9 различни избираеми курса. Да се докаже, че някой от курсовете е избран от поне четирима студенти.

Задача 3. По колко начина върху шахматна дъска могат се разположат максимален брой топове, без да се бият взаимно? Обосновете отговора си.

Задача 4. На витрината на магазин са наредени в редица 2 черни, 2 бели, 2 сини и 2 червени молива, различаващи се само по цвета си. По колко начина може да стане това нареждане, ако:

(a) няма ограничения за реда им;

(b) няма едноцветни моливи един до друг.

Задача 5. Нека $a : \mathbb{N} \to A$ е безкрайна редица от елементи на A.

Нека сме определили стандартните наредби $<$ и $\leq$ в $\mathbb{N}$.

Дайте удобна формална дефиниция за отношението „b е безкрайна подредица на a“.

Примерни решения:

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5. „b е безкрайна подредица на a“, когато са изпълнени условията:

(1) Съществува редица $i : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

(2) i е растяща, тоест $\forall k \in \mathbb{N}, i(k) < i(k+1)$.

(3) Редицата $b : \mathbb{N} \to A$ е такава, че $\forall k \in \mathbb{N}, b(k) = a(i(k))$.