3.3) a) Determinate modulo, coniugato, reciproco dei seguenti numeri complessi:

$1-2i\,;\quad -3+i\,;\quad \sqrt{3}+i\,;\quad -2-\frac{1}{2}i\,;\quad 8i\,;\quad \frac{1}{1-i}-\frac{2i}{-i+1}\,.$

b) Scrivete in forma algebrica i seguenti numeri complessi:

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2;\qquad \frac{(8-i)+(6+i)}{2+2i}\,;\qquad \frac{3i}{|2-i|^2}\,;\qquad \frac{4+2i}{i}\,.$

c) Scrivete in forma trigonometrica ed esponenziale i seguenti numeri complessi:

$-i\,;\quad 2-2i\,;\quad 3+\sqrt{3}i\,;\quad -\sqrt{3}+3i\,;\quad 2i\,;\quad -4\,.$

3.4) a) Sia $z=2i$. Determinate $\mathrm{Re}((z+1)(\overline{z}+3))$ e $\mathrm{Im}(|z|i+\overline{(z+1)})$.

b) Risolvete in $\mathbf{C}$ le seguenti equazioni:

i) $2z-3\overline{z}=3i+1\,;$ ii) $z^2=2\overline{z}\,;$ iii) $z^2=2\overline{z}i\,.$

c) Risolvete in $\mathbf{C}$ le seguenti equazioni di secondo grado:

i) $4z^2-4z+2-\sqrt{3}i=0\,;$ ii) $z^2+2iz-1-i=0\,.$

3.5) Rappresentate nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

i) $A=\{z\in\mathbf{C}:|z|<2\,,\ \mathrm{Im}z\geq 1\}\,;$ ii) $B=\{z\in\mathbf{C}:2\mathrm{Re}z-\mathrm{Im}z+1\geq 0,\ (\mathrm{Im}z)^2\leq 1\}\,;$

iii) $C=\{z\in\mathbf{C}:|z+1|=\mathrm{Im}z\}\,;$ iv) $D=\{z\in\mathbf{C}:|z+1|^2=(\mathrm{Im}z)^2\}\,.$

3.6) a) Scrivete in forma algebrica la quarta e la decima potenza di $z=-2\sqrt{3}+2i$.

b) Determinate e rappresentate nel piano di Gauss

i) le radici cubiche di $w=2(i-1)\,;$ ii) le radici quarte di z, quando $\overline{z}=1+i$.

3.7) Trovate le soluzioni complesse (z,w) dei seguenti sistemi di equazioni:

i) $\begin{cases} w^2+i\overline{w}+z-\overline{z}=2\mathrm{Im}(-1+i)\\ |z|^2-z^2=0\,;\end{cases}$ ii) $\begin{cases} z+iw\overline{z}=-i\\ w-iz\overline{w}=i\,;\end{cases}$ iii) $\begin{cases} \overline{z}w=i\\ |w|^2z+1=0\,.\end{cases}$