

第 1 课：整数数列 - 你应该相信规律吗？

课堂练习

开堂练习

罗森布拉特夫人给她的学生布置了一项她认为非常简单的任务：

数列 2、4、6、8..... 的下一项是多少？

科迪：我认为这是一个“加2 规律”，因此将继续 10、12、14、16.....

阿里：我认为这是一个重复规律，所以将继续 2、4、6、8、2、4、6、8.....

苏芮：我认为这是二倍的个位数，因此将继续 2、4、6、8、0、2、4、6、8.....

1. 这些都是有效的答案吗？
2. 按照科迪的模式，此数列的第一个数字是多少？阿里的呢？苏芮的呢？
3. 按照科迪的模式，用 n 表达的第 n 项的表达式是什么？

例 1

杰瑞想出了一个显示二的指数的规律。以下是杰瑞数列的前 6 个数字：

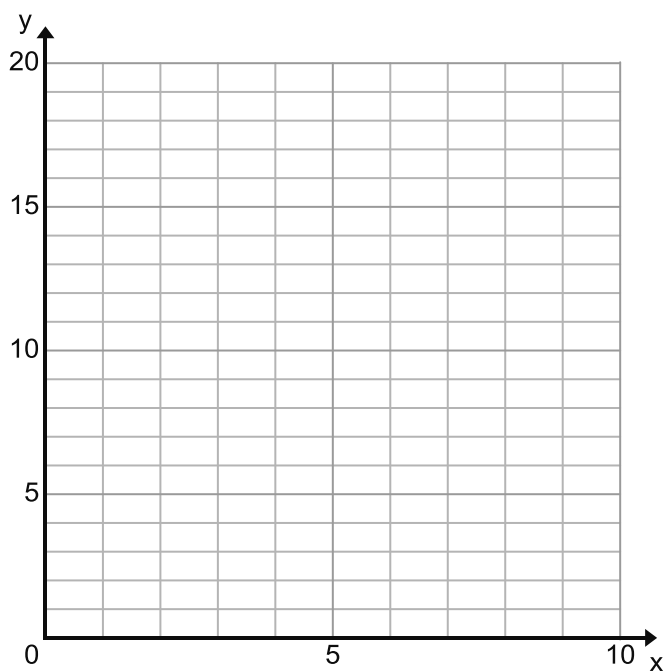
1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

写出杰瑞数列第 n 个数字的表达式。

例 2

思考遵循“加3”规律的数列：4, 7, 10, 13, 16,

- 使用 a_n 符号和 $f(n)$ 符号写出数列的公式。
- 公式 $f(n) = 3(n - 1) + 4$ 是否能生成相同的数列？为什么有人喜欢这一公式？
- 在坐标系中以有序实数对 $(n, f(n))$ 画出数列的各项。对于这一图像你注意到了什么？



练习

1. 重新思考一下开堂练习中的数列。当罗森布拉特女士被问到数列 2, 4, 6, 8, 的下一个数字是多少时，她说是 17。班级同学回答说：“17？”

是的，使用这一公式 $f(n) = \frac{7}{24}(n-1)^4 - \frac{7}{4}(n-1)^3 + \frac{77}{24}(n-1)^2 + \frac{1}{4}(n-1) + 2$ 。

a. 她的公式是否真能产生数字 2、4、6 和 8？

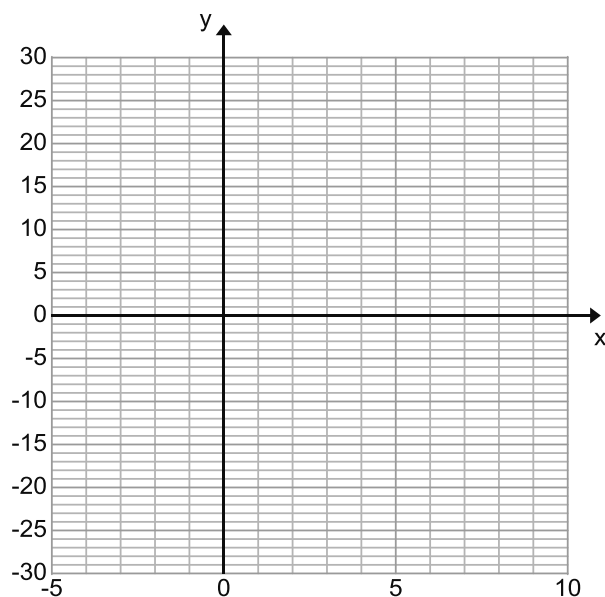
b. 罗森布拉特女士数列的第 100 项是多少？

2. 考虑一个遵循“减 5”规律的数列：30、25、20、15.....

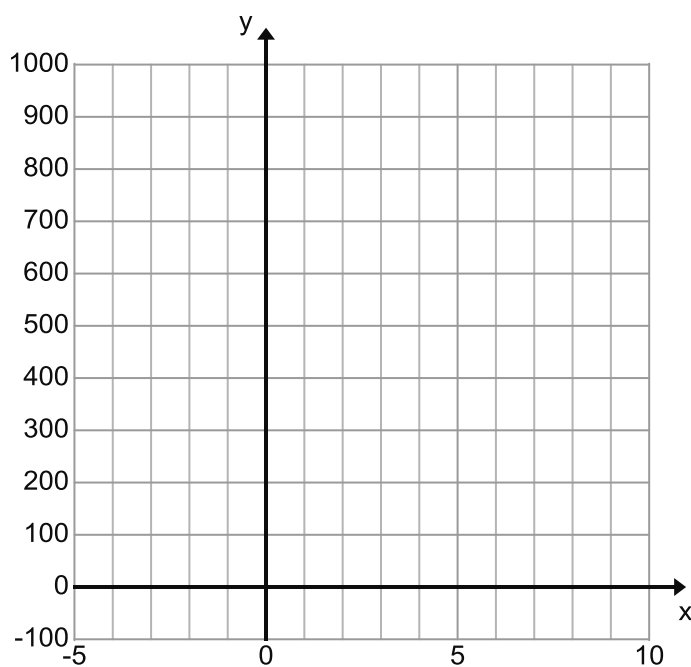
a. 写出此数列第 n 项的公式。请一定要指出你的公式从 n 值为多少时开始。

b. 使用公式，找出数列的第 20 项

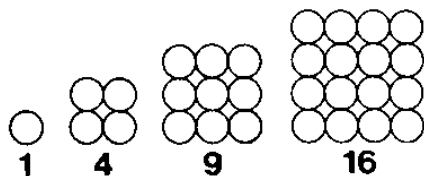
c. 在坐标系中以有序实数对 $(n, f(n))$ 画出数列的各项。



3. 考虑一个遵循“乘5”规律的数列：1、5、25、125.....
- 写出此数列第 n 项的公式。请一定要指出你的公式从 n 值为多少时开始。
 - 使用公式，找出数列的第10项
 - 在坐标系中以有序实数对 $(n, f(n))$ 画出数列的各项。



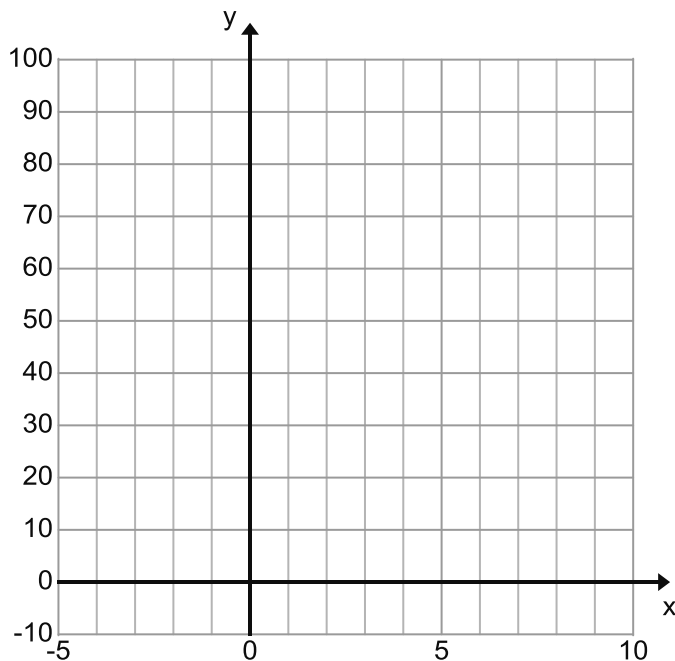
4. 思考由平方数组成的数列：



a. 写出此数列第 n 项的公式。请一定要指出你的公式从 n 值为多少时开始。

b. 使用公式，找出数列的第 50 项

c. 在坐标系中以有序实数对 $(n, f(n))$ 画出数列的各项。



5. 一标准信函尺寸的张纸长度和宽度为8.5英寸乘以11英寸。

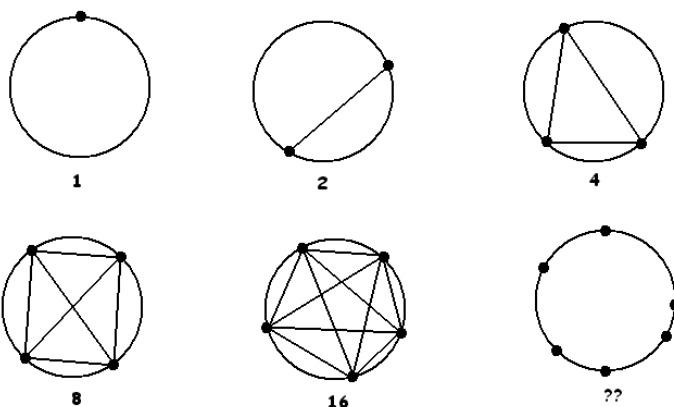
- a. 计算一张纸的面积。
- b. 如果这张纸完全对折，对折后的矩形面积是多少？
- c. 写出对折 n 次所得矩形面积形成的数列公式。
- d. 7此对折后的面积是多少？

课程总结

数列可以看作是一个有序的元素列表。如果想界定数列的规律，通常需要给出显式公式，除非另有规定，首项为将1代入公式得出的值。

习题集

- 思考使用公式 $f(n) = 6n - 4$ 从 $n = 1$ 开始生成的数列。生成以下各项 $f(1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(3)$ 、 $f(4)$ 和 $f(5)$ 。
- 思考使用公式 $f(n) = \frac{1}{3^{n-1}}$ 从 $n = 1$ 开始生成的数列。生成此数列的前5项。
- 思考使用公式 $f(n) = (-1)^n \times 3$ 从 $n = 1$ 开始生成的数列。生成此数列的前5项。
- 这是一个显示规律不一定正确的经典难题。数一下数字是多少？



- 根据数字数列，预测下一个数字。
- 根据猜测的规律写出公式。
- 找出实际数数得出的数列下一项。
- 根据(c)部分的答案，你在(b)部分的规律对这道题目来说是否有效？

在习题 5-8 中，请思考以下各个数列：

- 写出数列第 n 项的公式。请一定要指出你的公式从 n 值为多少时开始。
- 使用公式，找出数列的第15项。
- 在坐标系中以有序实数对 $(n, f(n))$ 画出数列的各项。

- 数列遵循“加2”规律：3, 5, 7, 9,
- 数列遵循“乘4”规律：1, 4, 16, 64,
- 数列遵循“乘-1”规律：6, -6, 6, -6,
- 数列遵循“减3”规律：12, 9, 6, 3,