

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

Лабораторная работа №2
по дисциплине Теория надежности

Вариант 3

Студенты: Калугина Марина
Саржевский Иван
Группа: Р3402

г. Санкт-Петербург
2020 г.

Задание

Вариант: 3

Число параллельно соединенных одинаковых элементов: 4

Интенсивность отказов: 0.0003

Интенсивность восстановлений: 2

Число отказов поле которого начинантся восстановление: 3

Построение графа марковской модели

```
In [9]: from graph_solver import GraphSolver

g = GraphSolver()
g.edge('1111', '0111', label='0.0003λ')
g.edge('1111', '1011', label='0.0003λ')
g.edge('1111', '1101', label='0.0003λ')
g.edge('1111', '1110', label='0.0003λ')
#####
g.edge('0111', '0011', label='0.0003λ')
g.edge('0111', '0101', label='0.0003λ')
g.edge('0111', '0110', label='0.0003λ')

g.edge('1011', '0011', label='0.0003λ')
g.edge('1011', '1001', label='0.0003λ')
g.edge('1011', '1010', label='0.0003λ')

g.edge('1101', '0101', label='0.0003λ')
g.edge('1101', '1001', label='0.0003λ')
g.edge('1101', '1100', label='0.0003λ')

g.edge('1110', '0110', label='0.0003λ')
g.edge('1110', '1010', label='0.0003λ')
g.edge('1110', '1100', label='0.0003λ')
#####
g.edge('0011', '0001', label='0.0003λ')
g.edge('0011', '0010', label='0.0003λ')

g.edge('0101', '0001', label='0.0003λ')
g.edge('0101', '0100', label='0.0003λ')

g.edge('0110', '0100', label='0.0003λ')
g.edge('0110', '0010', label='0.0003λ')

g.edge('1001', '1000', label='0.0003λ')
g.edge('1001', '0001', label='0.0003λ')

g.edge('1100', '1000', label='0.0003λ')
g.edge('1100', '0100', label='0.0003λ')

g.edge('1010', '1000', label='0.0003λ')
g.edge('1010', '0010', label='0.0003λ')
#####
g.edge('0100', '0000', label='0.0003λ')

g.edge('0010', '0000', label='0.0003λ')
```

```

g.edge('0001', '0000', label='0.0003λ')

g.edge('1000', '0000', label='0.0003λ')
#####
g.edge('0001', '0011', label='μ')
g.edge('0010', '0011', label='μ')

g.edge('0001', '0101', label='μ')
g.edge('0100', '0101', label='μ')

g.edge('0100', '0110', label='μ')
g.edge('0010', '0110', label='μ')

g.edge('1000', '1001', label='μ')
g.edge('0001', '1001', label='μ')

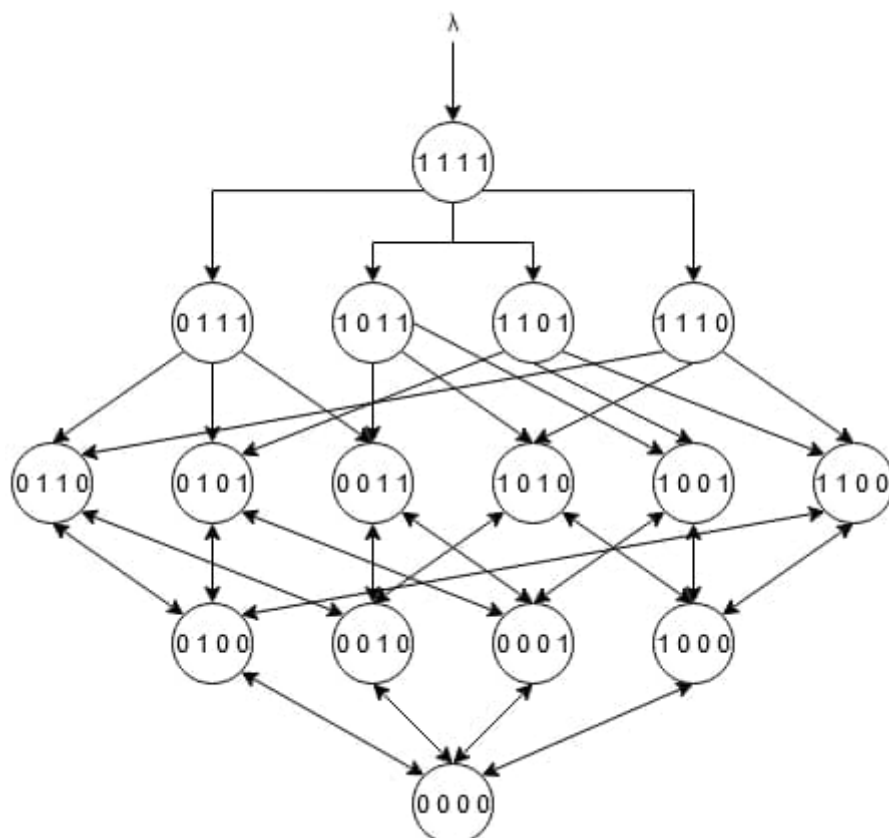
g.edge('1000', '1100', label='μ')
g.edge('0100', '1100', label='μ')

g.edge('1000', '1010', label='μ')
g.edge('0010', '1010', label='μ')
#####
g.edge('0000', '0001', label='μ')
g.edge('0000', '0010', label='μ')
g.edge('0000', '0100', label='μ')
g.edge('0000', '1000', label='μ')

```

Представим систему в виде графа, где каждый узел представляет набор состояний, описывающих 4 элемента системы -- 1 - элемент работает, 0 -- элемент неисправен

Интенсивности переходов "сверху вниз", т.е. при отказе элемента равна 0.0003λ . "Снизу вверх" -- при восстановлении элемента, равна 2λ



Создание и решение линейного уравнения

```
In [14]: l = 0.0003
mu = 2.0

edge_equations = {
    '0.0003λ': lambda p: p * g.symbols['l'],
    'μ': lambda p: p * g.symbols['l']
}

eqs = g.make_equations(edge_equations)
ps = g.solve(eqs, l=l, mu=mu)

{'0000': 1/11, '0001': 1/11, '0010': 1/11, '0011': 1/11, '0100': 1/11, '0101': 1/11,
'0110': 1/11, '0111': 0, '1000': 1/11, '1001': 1/11, '1010': 1/11, '1011': 0, '110
0': 1/11, '1101': 0, '1110': 0, '1111': 0}
[Eq(-4*p0*λ + p1*λ + p2*λ + p4*λ + p8*λ, 0), Eq(p0*λ - 4*p1*λ + p3*λ + p5*λ + p9*λ,
0), Eq(p0*λ + p10*λ - 4*p2*λ + p3*λ + p6*λ, 0), Eq(p1*λ + p11*λ + p2*λ - 2*p3*λ + p7
*λ, 0), Eq(p0*λ + p12*λ - 4*p4*λ + p5*λ + p6*λ, 0), Eq(p1*λ + p13*λ + p4*λ - 2*p5*λ
+ p7*λ, 0), Eq(p14*λ + p2*λ + p4*λ - 2*p6*λ + p7*λ, 0), Eq(p15*λ - 3*p7*λ, 0), Eq(p0
*λ + p10*λ + p12*λ - 4*p8*λ + p9*λ, 0), Eq(p1*λ + p11*λ + p13*λ + p8*λ - 2*p9*λ, 0),
Eq(-2*p10*λ + p11*λ + p14*λ + p2*λ + p8*λ, 0), Eq(-3*p11*λ + p15*λ, 0), Eq(-2*p12*λ
+ p13*λ + p14*λ + p4*λ + p8*λ, 0), Eq(-3*p13*λ + p15*λ, 0), Eq(-3*p14*λ + p15*λ, 0),
Eq(-4*p15*λ, 0), Eq(p0 + p1 + p10 + p11 + p12 + p13 + p14 + p15 + p2 + p3 + p4 + p5
+ p6 + p7 + p8 + p9, 1)]
```

Полученные линейные уравнения

$$0000: -4 * p_0 * \lambda + p_1 * \lambda + p_2 * \lambda + p_4 * \lambda + p_8 * \lambda = 0$$

$$0001: p_0 * \lambda - 4 * p_1 * \lambda + p_3 * \lambda + p_5 * \lambda + p_9 * \lambda = 0$$

$$0010: p_0 * \lambda + p_{10} * \lambda - 4 * p_2 * \lambda + p_3 * \lambda + p_6 * \lambda = 0$$

$$0011: p_1 * \lambda + p_{11} * \lambda + p_2 * \lambda - 2 * p_3 * \lambda + p_7 * \lambda = 0$$

$$0100: p_0 * \lambda + p_{12} * \lambda - 4 * p_4 * \lambda + p_5 * \lambda + p_6 * \lambda = 0$$

$$0101: p_1 * \lambda + p_{13} * \lambda + p_4 * \lambda - 2 * p_5 * \lambda + p_7 * \lambda = 0$$

$$0110: p_{14} * \lambda + p_2 * \lambda + p_4 * \lambda - 2 * p_6 * \lambda + p_7 * \lambda = 0$$

$$0111: p_{15} * \lambda - 3 * p_7 * \lambda = 0$$

$$1000: p_0 * \lambda + p_{10} * \lambda + p_{12} * \lambda - 4 * p_8 * \lambda + p_9 * \lambda = 0$$

$$1001: p_1 * \lambda + p_{11} * \lambda + p_{13} * \lambda + p_8 * \lambda - 2 * p_9 * \lambda = 0$$

$$1010: -2 * p_{10} * \lambda + p_{11} * \lambda + p_{14} * \lambda + p_2 * \lambda + p_8 * \lambda = 0$$

$$1011: -3 * p_{11} * \lambda + p_{15} * \lambda = 0$$

$$1100: -2 * p_{12} * \lambda + p_{13} * \lambda + p_{14} * \lambda + p_4 * \lambda + p_8 * \lambda = 0$$

$$1101: -3 * p_{13} * \lambda + p_{15} * \lambda = 0$$

$$1110: -3 * p_{14} * \lambda + p_{15} * \lambda = 0$$

$$1111: -4 * p_{15} * \lambda = 0$$

```
In [15]: from system_equations import shared_queue_eqs, separate_queues_eqs

print(f'Матрица интенсивностей переходов:\n{" ".join(g.nodes)}\n')
print(g.adjacency_table_csv())
print('\nСтационарные вероятности состояний:\n')
print(g.probability_table_csv(ps))
```

Матрица интенсивностей переходов:

0000,0001,0010,0011,0100,0101,0110,0111,1000,1001,1010,1011,1100,1101,1110,1111

-4*p0*λ, p0*λ, p0*λ, 0, p0*λ, 0, 0, 0, p0*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0
p1*λ, -4*p1*λ, 0, p1*λ, 0, p1*λ, 0, 0, 0, p1*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0
p2*λ, 0, -4*p2*λ, p2*λ, 0, 0, p2*λ, 0, 0, 0, p2*λ, 0, 0, 0, 0, 0
0, p3*λ, p3*λ, -2*p3*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
p4*λ, 0, 0, 0, -4*p4*λ, p4*λ, p4*λ, 0, 0, 0, 0, 0, p4*λ, 0, 0, 0
0, p5*λ, 0, 0, p5*λ, -2*p5*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, p6*λ, 0, p6*λ, 0, -2*p6*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, p7*λ, 0, p7*λ, p7*λ, -3*p7*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
p8*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4*p8*λ, p8*λ, p8*λ, 0, p8*λ, 0, 0, 0, 0
0, p9*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, p9*λ, -2*p9*λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, p10*λ, 0, 0, 0, 0, 0, p10*λ, 0, -2*p10*λ, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, p11*λ, 0, 0, 0, 0, 0, p11*λ, p11*λ, -3*p11*λ, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, p12*λ, 0, 0, 0, p12*λ, 0, 0, 0, -2*p12*λ, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, p13*λ, 0, 0, 0, p13*λ, 0, 0, p13*λ, -3*p13*λ, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, 0, p14*λ, 0, 0, 0, p14*λ, 0, p14*λ, 0, -3*p14*λ, 0
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, p15*λ, 0, 0, 0, p15*λ, 0, p15*λ, p15*λ, -4*p15*λ

Стационарные вероятности состояний:

1,0000,0.0909
2,0001,0.0909
3,0010,0.0909
4,0011,0.0909
5,0100,0.0909
6,0101,0.0909
7,0110,0.0909
8,0111,0
9,1000,0.0909
10,1001,0.0909
11,1010,0.0909
12,1011,0
13,1100,0.0909
14,1101,0
15,1110,0
16,1111,0

Стационарный коэффициент готовности

$$K_r = P_{0001} + P_{0010} + P_{0011} + P_{0100} + P_{0101} + P_{0110} + P_{0111} + P_{1000} + P_{1001} + P_{1010} + P_{1011} + P_{1100} + P_{1101} + P_{1110} + P_{1111} = 0.9091$$

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы исходная система была представлена в виде графа марковского процесса, были построены алгебраические уравнения на основе которых были получены необходимые вероятности и рассчитан стационарный коэффициент готовности