

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

**Лабораторная работа №2**

**по дисциплине Метрология, стандартизация и сертификация**

*Оценка погрешности на основании проведения косвенных измерений*

Студенты:  
Калугина Марина  
Саржевский Иван  
Группа: Р3402

г. Санкт-Петербург

2021 г.

## Задание

Расчет плотности объекта с погрешностью

## Исходные данные

	L1, мм	L2, мм	L3, мм	m, г
1	60.02	34.98	8.84	144.8
2	59.98	35	8.84	144.8
3	60	35.1	8.82	144.8
4	60	35	8.84	144.82
5	60	34.84	8.82	144.82

$\Delta$  штангенциркуля 0.02мм.

$\Delta$  весов 0.02г.

## Ход работы

Формула расчета плотности:

$$\rho = \frac{m}{L_1 L_2 L_3}$$

## Метод линеаризации для косвенных измерений при нелинейной зависимости

Зависимость измеряемой величины от аргументов нелинейна, поэтому для нахождения результата измерения и оценки его погрешностей следует воспользоваться методом линеаризации. Предварительно следует проверить, выполняется ли неравенство:

$$R < 0.8 \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i}\right)^2 * S^2(\tilde{a}_i)}$$

При линеаризации функции  $\rho = \frac{m}{L_1 L_2 L_3}$  остаточный член имеет вид:  $\rho = \frac{m}{l_1 l_2 l_3}$ .

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 f}{(\partial L_1)^2} (\Delta L_1)^2 + 2 * \frac{\partial^2 f}{\partial L_1 \partial L_2} (\Delta L_1 \Delta L_2) + 2 * \frac{\partial^2 f}{\partial L_1 \partial L_3} (\Delta L_1 \Delta L_3) + 2 * \frac{\partial^2 f}{\partial L_1 \partial m} (\Delta L_1 \Delta m) + \frac{\partial^2 f}{(\partial L_2)^2} (\Delta L_2)^2 + 2 * \frac{\partial^2 f}{\partial L_2 \partial L_3} (\Delta L_2 \Delta L_3) + 2 * \frac{\partial^2 f}{\partial L_2 \partial m} (\Delta L_2 \Delta m) + \frac{\partial^2 f}{(\partial L_3)^2} (\Delta L_3)^2 + 2 * \frac{\partial^2 f}{\partial L_3 \partial m} (\Delta L_3 \Delta m) + \frac{\partial^2 f}{(\partial m)^2} (\Delta m)^2 \right)$$

Производные I порядка:

$$\frac{\partial f}{\partial L_1} dL_1 = - \frac{m}{(L_2 * L_3 * L_1^2)}$$
$$\frac{\partial f}{\partial L_2} dL_2 = - \frac{m}{(L_1 * L_3 * L_2^2)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial L_3} dL_3 = -\frac{m}{(L_1 * L_2 * L_3^2)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial m} dm = \frac{1}{(L_1 * L_2 * L_3)}$$

Производные II порядка:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 L_1} dL_1^2 = \frac{2m}{L_1^3 L_2 L_3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 L_2} dL_2^2 = \frac{2m}{L_1 L_2^3 L_3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 L_3} dL_3^2 = \frac{2m}{L_1 L_2 L_3^3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 m} dm^2 = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 L_2} dL_1 dL_2 = \frac{2m}{L_1^2 L_2^2 L_3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 L_3} dL_1 dL_3 = \frac{2m}{L_1^2 L_2 L_3^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_2 L_3} dL_2 dL_3 = \frac{2m}{L_1 L_2^2 L_3^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 m} dL_1 dm = -\frac{1}{L_1^2 L_2 L_3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_2 m} dL_2 dm = -\frac{1}{L_1 L_2^2 L_3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial L_3 m} dL_3 dm = -\frac{1}{L_1 L_2 L_3^2}$$

Значение R для плотности вычисляется по следующей формуле:

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{2m}{L_1^3 L_2 L_3} (\Delta L_1)^2 + \frac{2m}{L_1 L_2^3 L_3} (\Delta L_2)^2 + \frac{2m}{L_1 L_2 L_3^3} (\Delta L_3)^2 + 2 * \left( \frac{2m}{L_1^2 L_2^2 L_3} (\Delta L_1 \Delta L_2) + \frac{2m}{L_1^2 L_2 L_3^2} (\Delta L_1 \Delta L_3) + \frac{2m}{L_1 L_2^2 L_3^2} (\Delta L_2 \Delta L_3) - \frac{1}{L_1^2 L_2 L_3} (\Delta L_1 \Delta m) - \frac{1}{L_1 L_2^2 L_3} (\Delta L_2 \Delta m) - \frac{1}{L_1 L_2 L_3^2} (\Delta L_3 \Delta m) \right) \right)$$

## Длина

- Среднее арифметическое: 60 мм
- СКО (группы): 0,01414 мм
- СКО (сред.): 0,006325 мм
- $G_1$ : 1,414
- $G_2$ : 1,414
- Абсолютная погрешность ( $\Delta$ ): 0,02021 мм

## Ширина

- Среднее арифметическое: 8.832 мм
- СКО (группы): 0,01095 мм
- СКО (сред.): 0,004899 мм
- $G_1$ : 0.7302
- $G_2$ : 0.095
- Абсолютная погрешность ( $\Delta$ ): 0,01688 мм

## Высота

- Среднее арифметическое: 34,984 мм.
- СКО (группы): 0,09317 мм.
- СКО (сред.): 0,04167 мм.
- $G_1$ : 1,245
- $G_2$ : 1,546
- Абсолютная погрешность ( $\Delta$ ): 0,1161 мм.

## Масса

- Среднее арифметическое: 144,808 г.
- СКО (группы): 0,01095 г.
- СКО (сред.): 0,004899 г.
- $G_1$ : 1,095
- $G_2$ : 0,7303
- Абсолютная погрешность ( $\Delta$ ): 0,01688 г.

Числовые значения производных	
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1^2}$	0,000004332
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_2^2}$	0,00001275
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_3^2}$	0,0001999
$\frac{\partial^2 f}{\partial m^2}$	0
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 L_2}$	0,000007433
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 L_3}$	0,00002943
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_2 L_3}$	0,00005049
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_1 m}$	-0,0000008979
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_2 m}$	-0,000001541
$\frac{\partial^2 f}{\partial L_3 m}$	-0,000006099

Расчитанное значение  $R = 0,00000005823$

Числовое значение  $R$  необходимо сравнить с числовым значением  $S(\tilde{A})$ .

$S(\tilde{A})$  расчитывается по формуле:

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i}\right)^2 * S^2(\tilde{a}_i)}$$

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial L_1}\right)^2 + S^2(L_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial L_2}\right)^2 + S^2(L_2) + \left(\frac{\partial f}{\partial L_3}\right)^2 + S^2(L_3) + \left(\frac{\partial f}{\partial m}\right)^2 + S^2(m) =}$$

$$\sqrt{\left(-\frac{m}{L_1^2 L_2 L_3}\right)^2 \Delta L_1 + \left(-\frac{m}{L_1 L_2^2 L_3}\right)^2 \Delta L_2 + \left(-\frac{m}{L_1 L_2 L_3^2}\right)^2 \Delta L_3}$$

Расчитанное значение  $0.8 * S = 0,000008239$

Так как  $0,00000005823 < 0,000008239$  то условие неравенства выполняется. В соответствии с формулой результат измерения равен:

$$\tilde{A} = f(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_m)$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\tilde{m}}{\widetilde{L_1 L_2 L_3}}$$

$$\tilde{\rho} = 7,81 * 10^{-3} \text{ г/мм}^3$$

## Поиск доверительных границ случайной погрешности результата косвенного измерения

$$\epsilon(p) = t_q * S(\tilde{A})$$

$$\epsilon(p) = 0,00002859 \text{ г/мм}^3$$

## Поиск границ неисключенной систематической погрешности

$$\Theta(p) = k * \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2 * \Theta_i^2}$$

$$\Theta(p) = 0,00001015 \text{ г/мм}^3$$

## Оценка погрешности результата косвенного измерения

$$\Theta(P)/S(\tilde{A}) = 0,9858$$

$$\Delta(P) = K(\epsilon(P) + \Theta(P)), \text{ где } K = 0.71$$

$$\Delta(P) = 0,00002751$$

## Запись результата

$$\rho = (7.81 \pm 0.02) * 10^{-3} \text{ г/мм}^3.$$

## Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы была произведена оценка погрешности при проведении косвенных измерений.