

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

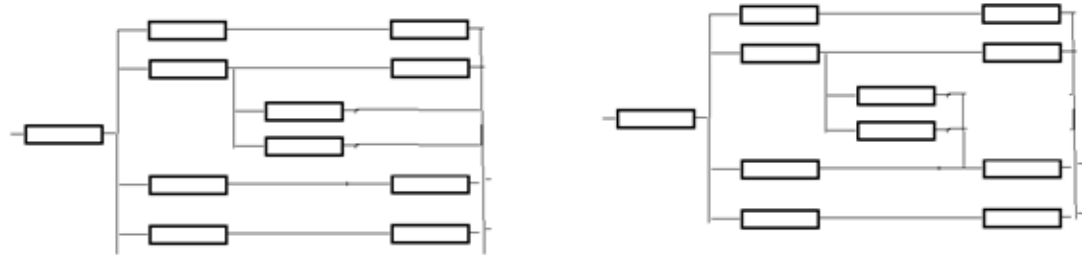
**Лабораторная работа №1**  
**по дисциплине Теория надежности**

*Вариант 3*

Студенты: Калугина Марина  
Саржевский Иван  
Группа: Р3402

г. Санкт-Петербург  
2020 г.

## Задание



## Ход работы

$$\lambda = 10^{-4}$$

$$t = 0.1..50000$$

$$p(t) = e^{-\lambda * t}$$

$$q(t) = 1 - p(t)$$

```
In [8]: import math
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib
import numpy as np
```

```
In [12]: lmbd = 10**(-4)
t1 = 0.1
t2 = 50000

def p(t):
    return math.e ** (-lmbd * t)

def q(t):
    return 1 - p(t)
```

## Первая схема

## Формулы

### Параллельные переменные

Рассчитаем функцию отказа одной переменной

1. Функция работоспособности одного элемента =  $p(t)$
2. Функция отказа одного элемента =  $1 - p(t)$

Рассчитаем функцию отказа 2-х переменных

1. Функция отказа обоих элементов =  $(1 - p(t))^2$
2. Функция работоспособности двух параллельных элементов =  $1 - (1 - p(t))^2$

Рассчитаем функцию отказа для 3-х переменных

1. Функция работоспособности трех параллельных элементов =  $1 - (1 - p(t))^3$
2. Функция отказа трех элементов =  $(1 - p(t))^3$

## Последовательные переменные

Рассчитаем функцию отказа одинаковых переменных

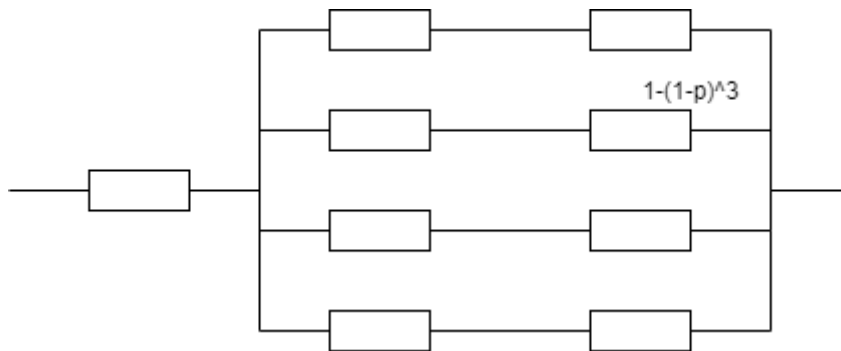
1. Функция работоспособности одного элемента =  $p(t)$
2. Функция работоспособности двух элементов =  $p(t)^2$

Рассчитаем функцию отказа разных переменных

1. Функция работоспособности двух элементов =  $p(t)^2 * (2 - p(t))$

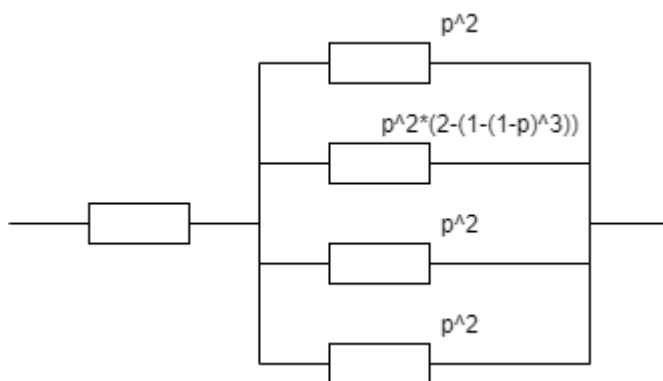
## Шаг 1

Заменяем **параллельные** элементы на один элемент с сохранением функции отказа:



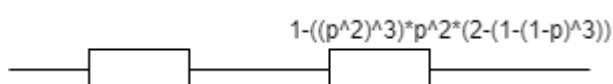
## Шаг 2

Заменяем **последовательные** элементы на один элемент с сохранением функции отказа:



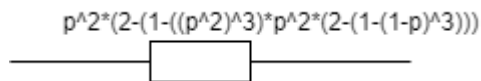
## Шаг 3

Снова заменим **параллельные** элементы на один элемент с сохранением функции отказа:

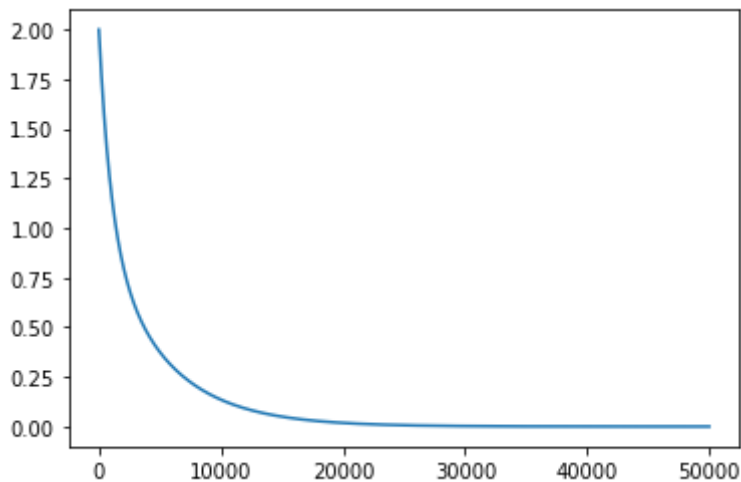


## Шаг 4

Снова заменим **последовательные** элементы на один с сохранением функции отказа:



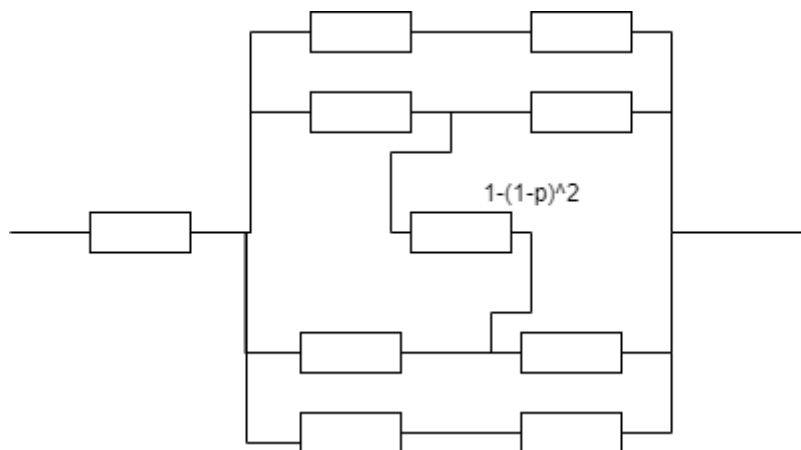
```
In [15]: x = np.arange(t1, t2, 0.1)
y = p(x)**2 * ( 2 - ( 1 - ( p(x)**2 )**3 ) * p(x)**2 * ( 2 - ( 1 - ( 1 - p(x) )**3 )
plt.plot(x, y)
plt.show()
```



## Вторая схема

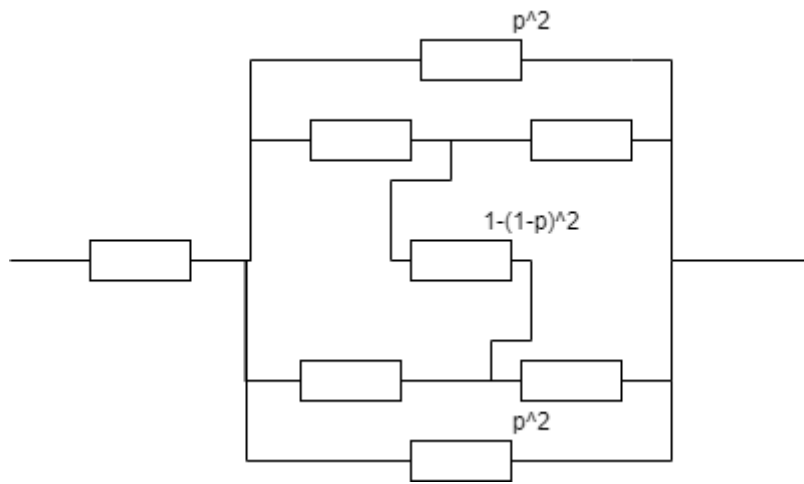
### Шаг 1

Заменяем параллельные элементы на один элемент с сохранением функции отказа:



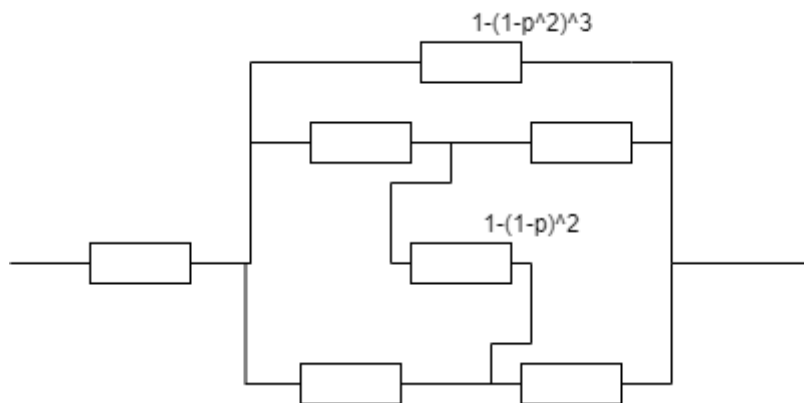
### Шаг 2

Заменяем последовательные элементы на один элемент с сохранением функции отказа:



## Шаг 3

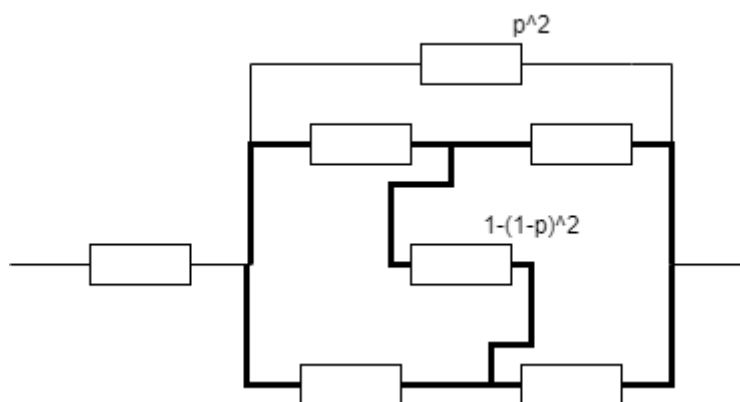
Заменяем параллельные элементы на один элемент с сохранением функции отказа:



Для этой схемы больше нельзя сделать преобразований

## Метод декомпозиции

Воспользуемся методом декомпозиции для выделенной подсхемы:

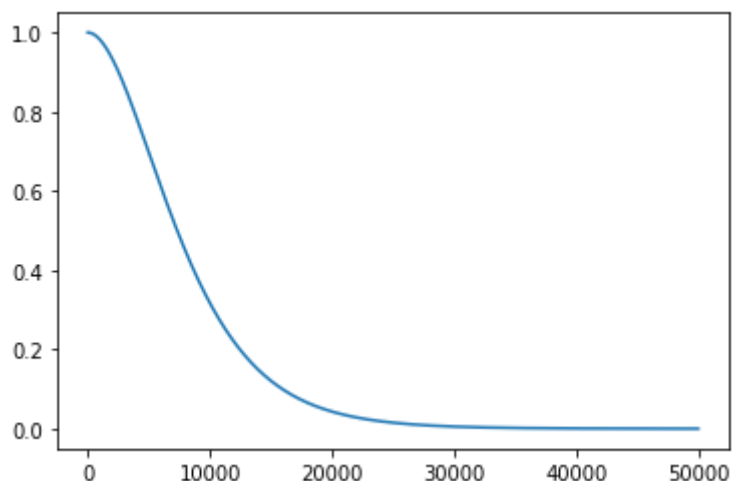


Разложение мостиковой схемы относительно особого элемента:

$$P_c = (1 - (1 - p)^2) * (1 - (1 - p)^2)^2 + (1 - (1 - (1 - p)^2)) * (1 - (1 - p^2)^2) = (1 - (1 - p)^2)^3 + (1 - p)^2 (1 - (1 - p^2)^2)$$

```
In [20]: y1 = (1 - (1 - p(x))**2)**3 + (1 - p(x))**2 * (1 - (1 - p(x)**2)**2)
```

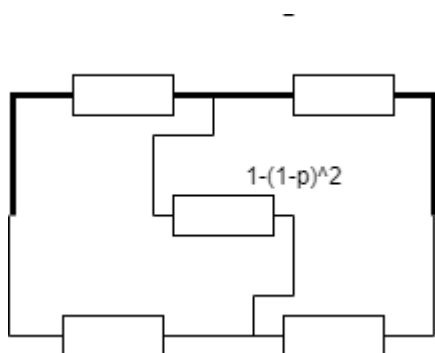
```
plt.plot(x, y1)
plt.show()
```



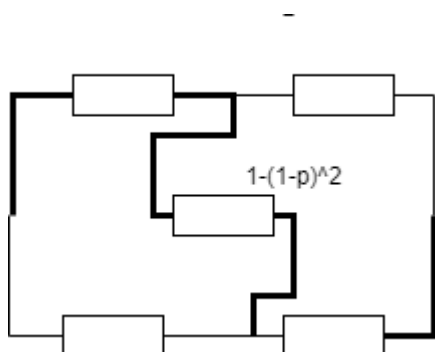
## Метод минимальных путей

Минимальные пути:

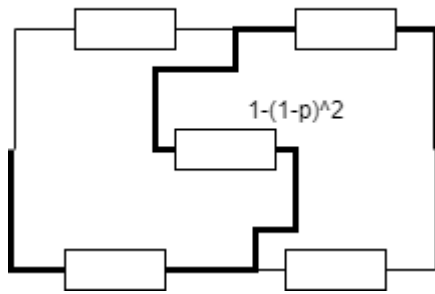
### Путь 1



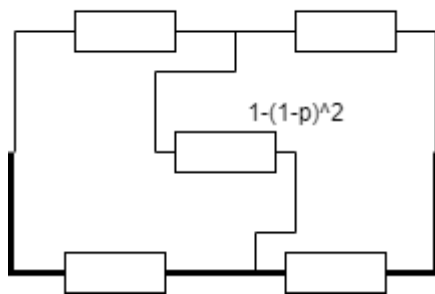
### Путь 2



### Путь 3



## Путь 4



## Оценка снизу:

$$P_c \leq 1 - (1 - p^2)^2 * (1 - p^2 * (1 - (1 - p)^2))^2$$

## Оценка сверху

$$q_{cp} = 1 - p_{cp} = 1 - (1 - (1 - p)^2)$$

$$P_c \geq (1 - q^2)^2 * (1 - q^2 * q_{cp}))^2$$

```
In [70]: pc1_1 = 1 - (1 - p(x)**2)**2 * (1 - p(x)**2 * (1 - (1 - p(x))**2))**2
pc1_2 = (1 - q(x)**2)**2 * (1 - q(x)**2 * (1 - (1 - (1 - p(x))**2)))**2

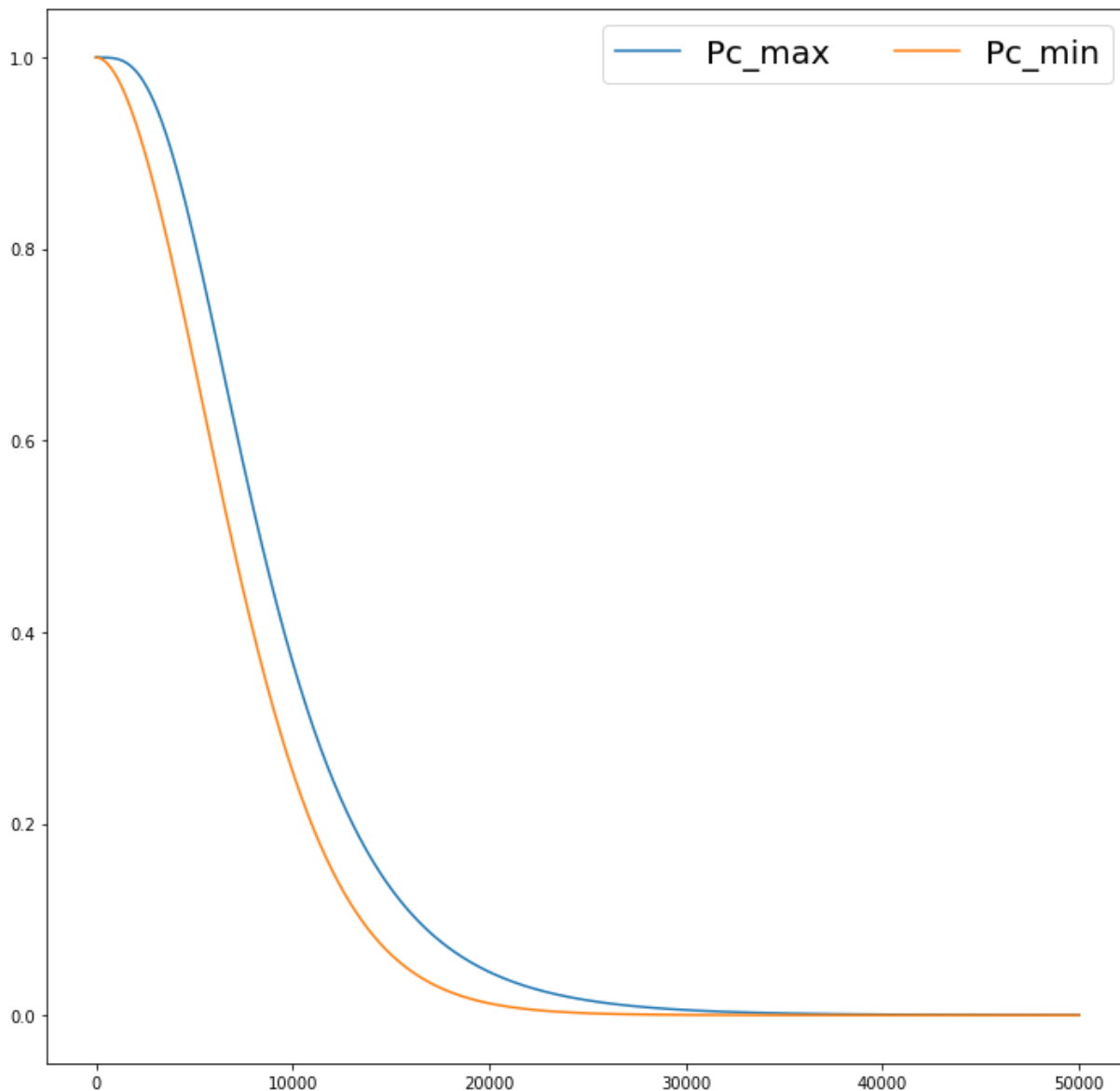
fig, ax = plt.subplots()

ax.plot(x, pc1_1, label="Pc_max")
ax.plot(x, pc1_2, label="Pc_min")

ax.legend(fontsize = 20,
          ncol = 2,
          title_fontsize = '14'
        )

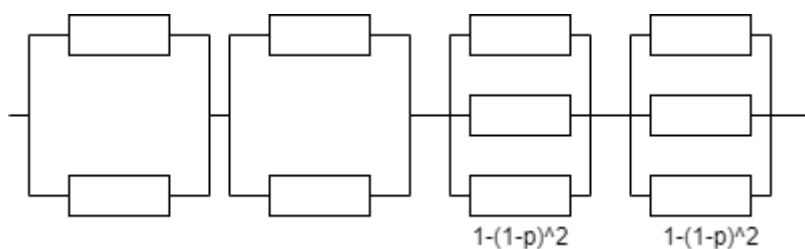
fig.set_figwidth(12)
fig.set_figheight(12)

plt.show()
```



## Метод минимальных сечений

Последовательное соединение минимальных сечений



Оценка снизу:

$$P_c \leq 1 - (1 - p^2)^2 * (1 - p^2 * (1 - (1 - p)^2))^2$$

Оценка сверху

$$P_c \geq (1 - q^2)^2 * (1 - q^2 * q_{cp}))^2, \text{ где } q_{cp} = 1 - p_{cp} = 1 - (1 - (1 - p)^2)$$



```

In [71]: pc2_1 = 1 - (1 - p(x)**2)**2 * (1 - p(x)**2 * (1 - (1 - p(x))**2))**2
pc2_2 = (1 - q(x)**2)**2 * (1 - q(x)**2 * (1 - (1 - (1 - p(x))**2))**2)

fig, ax = plt.subplots()

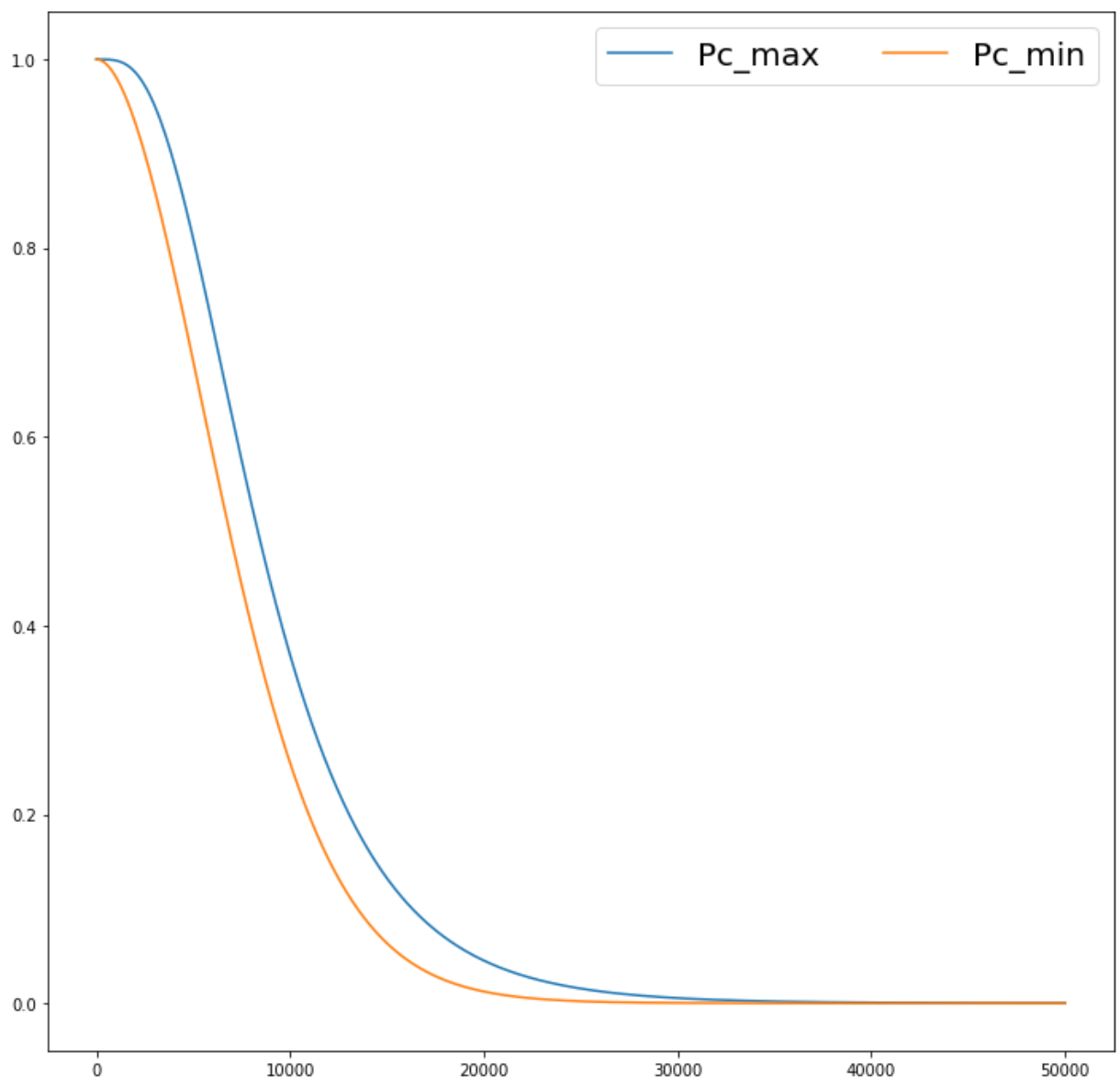
ax.plot(x, pc2_1, label="Pc_max")
ax.plot(x, pc2_2, label="Pc_min")

ax.legend(fontsize = 20,
          ncol = 2,
          title_fontsize = '14'
          )

fig.set_figwidth(12)
fig.set_figheight(12)

plt.show()

```

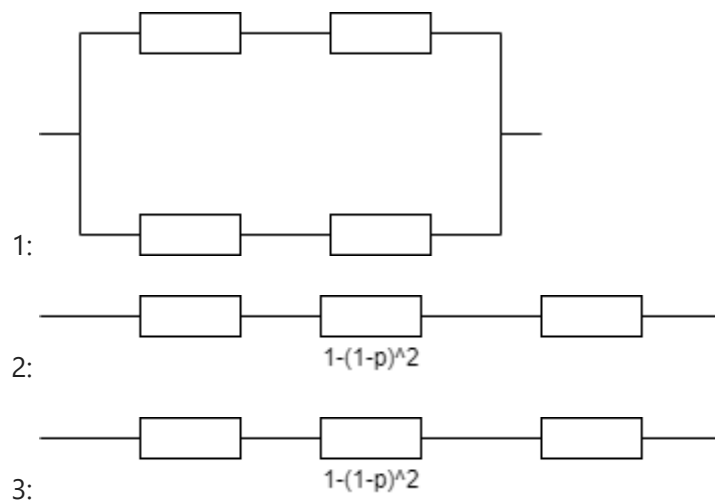


## Метод Литвака-Ушакова

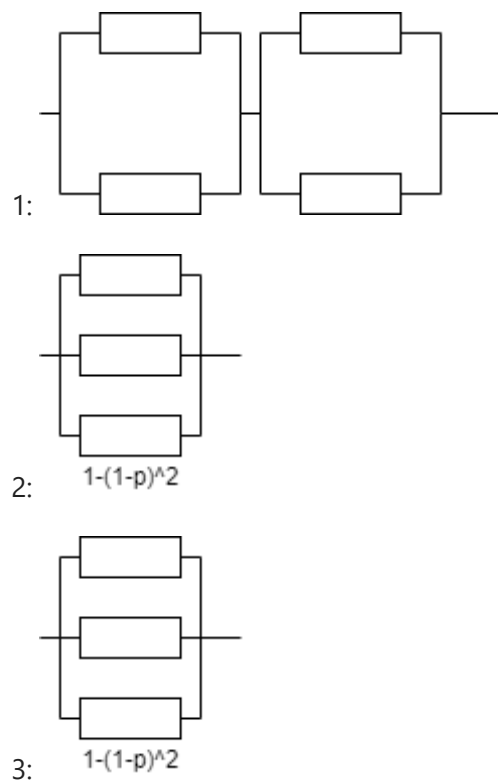
- 1) Находим множество минимальных путей
- 2) Находим множество минимальных сечений

- 3) формирование вариантов множеств непересекающихся минимальных путей
- 4) Формирования вариантов множеств непересекающихся минимальных сечений
- 5) Все варианты непересекающихся минимальных путей представим в виде параллельного соединения минимальных путей.
- 6) Все варианты непересекающихся минимальных путей представим в виде последовательного соединения минимальных путей.
- 7) Определить погрешность расчета
- 8) Оценить

Максимальное из:

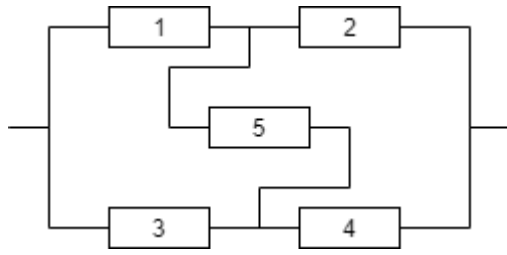


Минимальное из:



## Минимальные непересекающиеся пути

Нумерация системы:



$\{\{1,3\}, \{2,4\}\}; \{1,5,4\}; \{2,5,3\}$

## Минимальные непересекающиеся сечения

$\{\{1,2\}, \{3, 4\}\}; \{1,5,4\}; \{2,5,3\}$

## Оценка снизу

$$P_c \geq \text{Max}(1 - (1 - p^2)^2; p^2 * (1 - (1 - p)^2); p^2 * (1 - (1 - p)^2))$$

## Оценка сверху

$$P_c \leq \text{Min}((1 - q^2)^2; (1 - q^2 * (1 - (1 - (1 - p)^2))); (1 - q^2 * (1 - (1 - (1 - p)^2))))$$

```
In [76]: if 1 - (1-p((t2-t1)/2)**2)**2 > p((t2-t1)/2)**2 * (1-(1-p((t2-t1)/2))**2):
          pc3_1 = 1 - (1-p(x)**2)**2
        else:
          pc3_1 = p(x)**2 * (1-(1-p(x))**2)

        if (1 - q((t2-t1)/2)**2)**2 > (1 - q((t2-t1)/2)**2 * (1 - (1-(1-p((t2-t1)/2))**2))):
          pc3_2 = (1 - q(x)**2 * (1 - (1-(1-p(x))**2)))
        else:
          pc3_2 = (1 - q(x)**2)**2

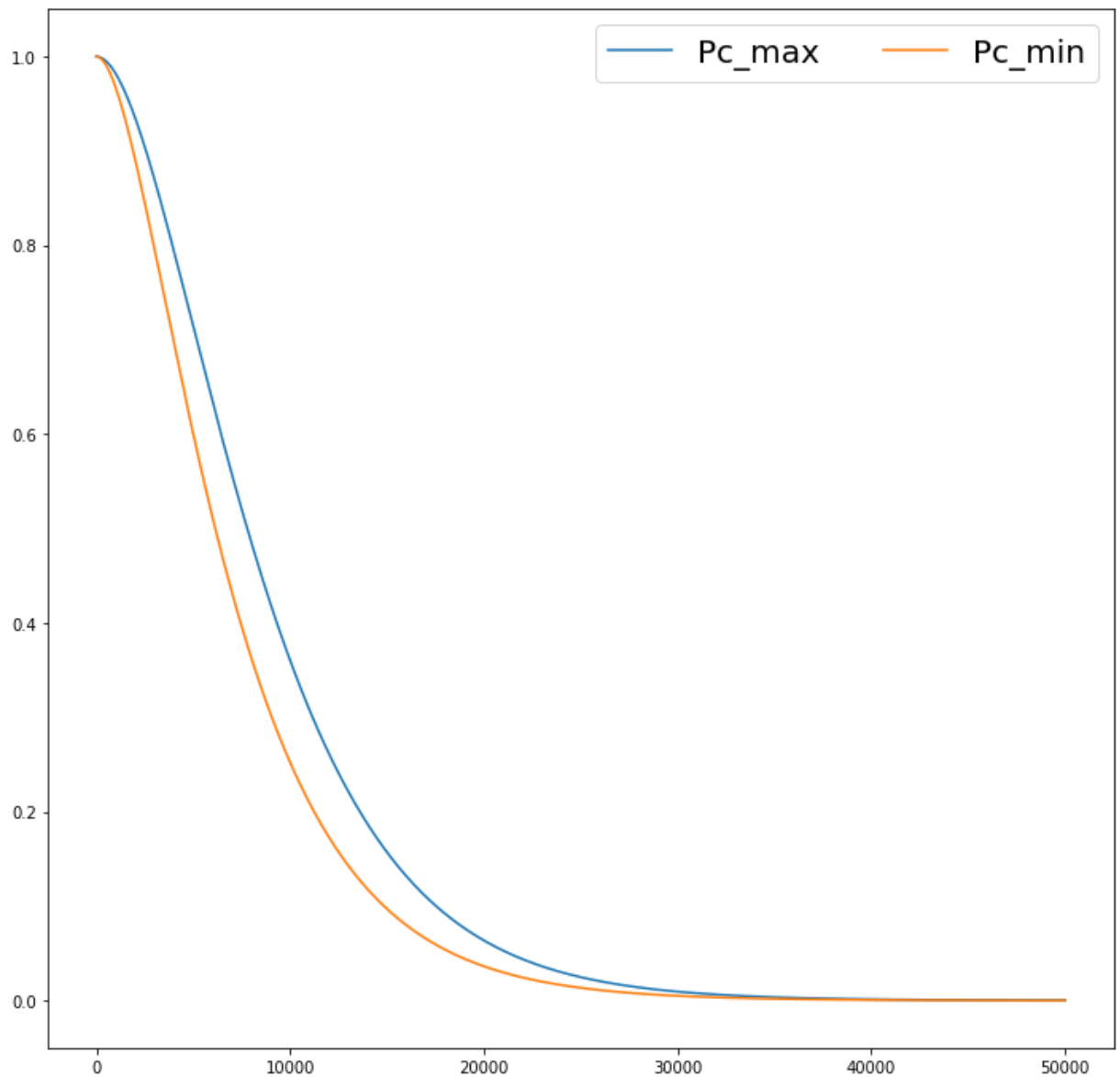
        fig, ax = plt.subplots()

        ax.plot(x, pc3_2, label="Pc_max")
        ax.plot(x, pc3_1, label="Pc_min")

        ax.legend(fontsize = 20,
                  ncol = 2,
                  title_fontsize = '14'
                  )

        fig.set_figwidth(12)
        fig.set_figheight(12)

        plt.show()
```



## Сравнение различных методов

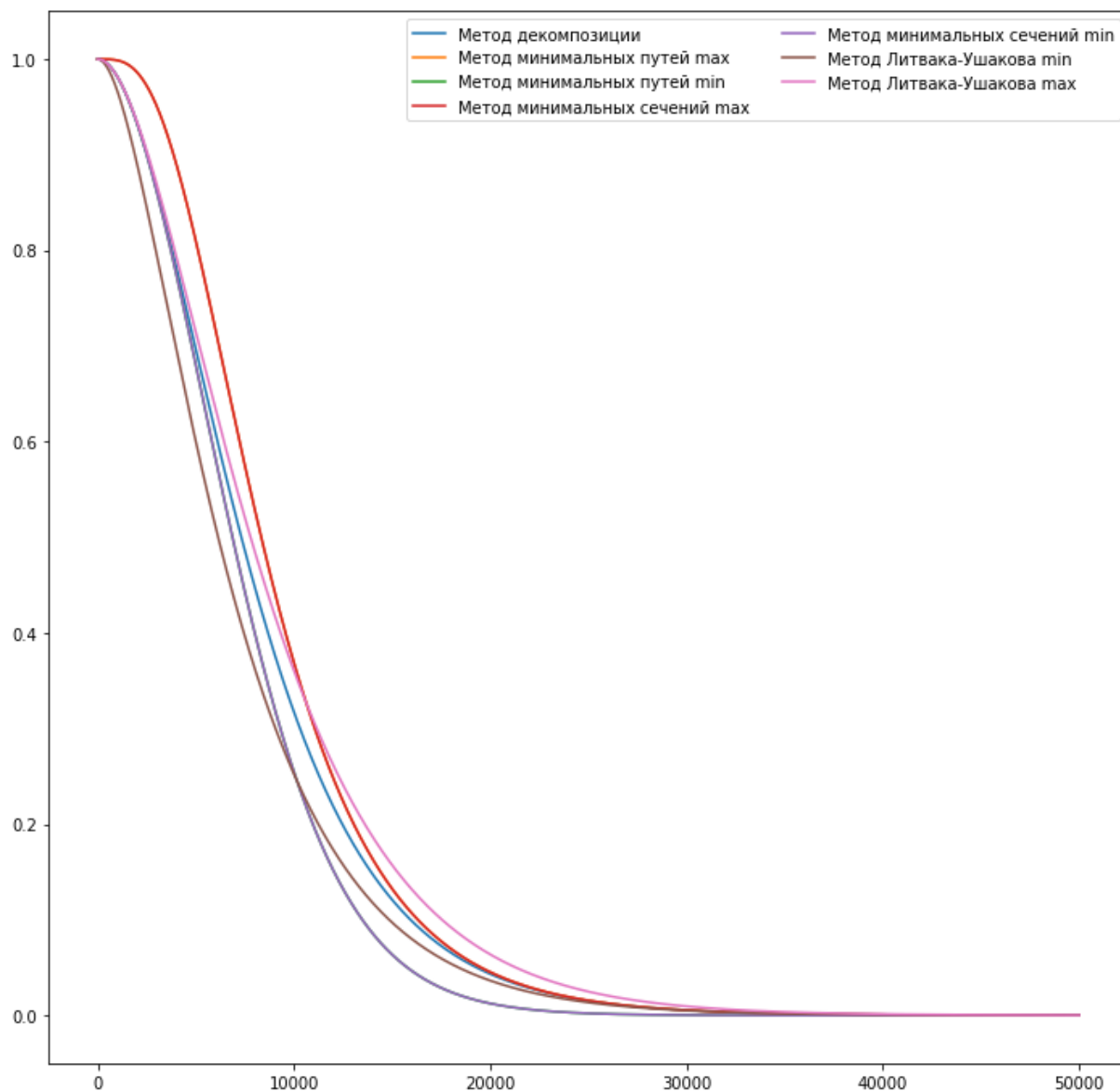
```
In [79]: fig, ax = plt.subplots()

ax.plot(x, y1, label="Метод декомпозиции")
ax.plot(x, pc1_1, label="Метод минимальных путей max")
ax.plot(x, pc1_2, label="Метод минимальных путей min")
ax.plot(x, pc2_1, label="Метод минимальных сечений max")
ax.plot(x, pc2_2, label="Метод минимальных сечений min")
ax.plot(x, pc3_1, label="Метод Литвака-Ушакова min")
ax.plot(x, pc3_2, label="Метод Литвака-Ушакова max")

ax.legend(fontsize = 10,
          ncol = 2,
          )

fig.set_figwidth(12)
fig.set_figheight(12)

plt.show()
```



## Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы был произведен подсчет надежности методами декомпозиции, минимальных путей и минимальных сечений и методом Литвака-Ушакова.

В результате можно сказать, что метод декомпозиции дает точные результаты, но может быть сложным для больших систем.

Методы минимальных путей и минимальных сечений тоже дают точный результат.

Метод Литвака-Ушакова дает менее точный результат, но его достоинство в том, что его проще использовать для больших систем.