

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики»

**Моделирование**  
**Домашнее задание №1**  
Вариант 22/5

Выполнили:           Калугина Марина  
                                  Саржевский Иван  
                                  Группа: Р3302

г. Санкт-Петербург

2019 г.

**Цель:**

Изучение метода марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей - систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

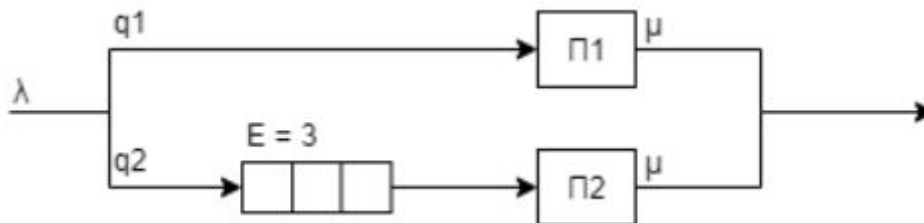
**Задание:**

1. Разработка Марковских моделей исследуемых систем.
2. Освоение программы по расчету Марковских моделей.
3. Проведение расчетов по разработанным моделям и обработка результатов.
4. Анализ полученных результатов.
5. Выбор наилучшего варианта организации системы из двух вариантов в соответствии с заданным критерием эффективности.

**Модель 1:**

Система 1, вариант 22/5:

Схема системы представлена на рисунке:

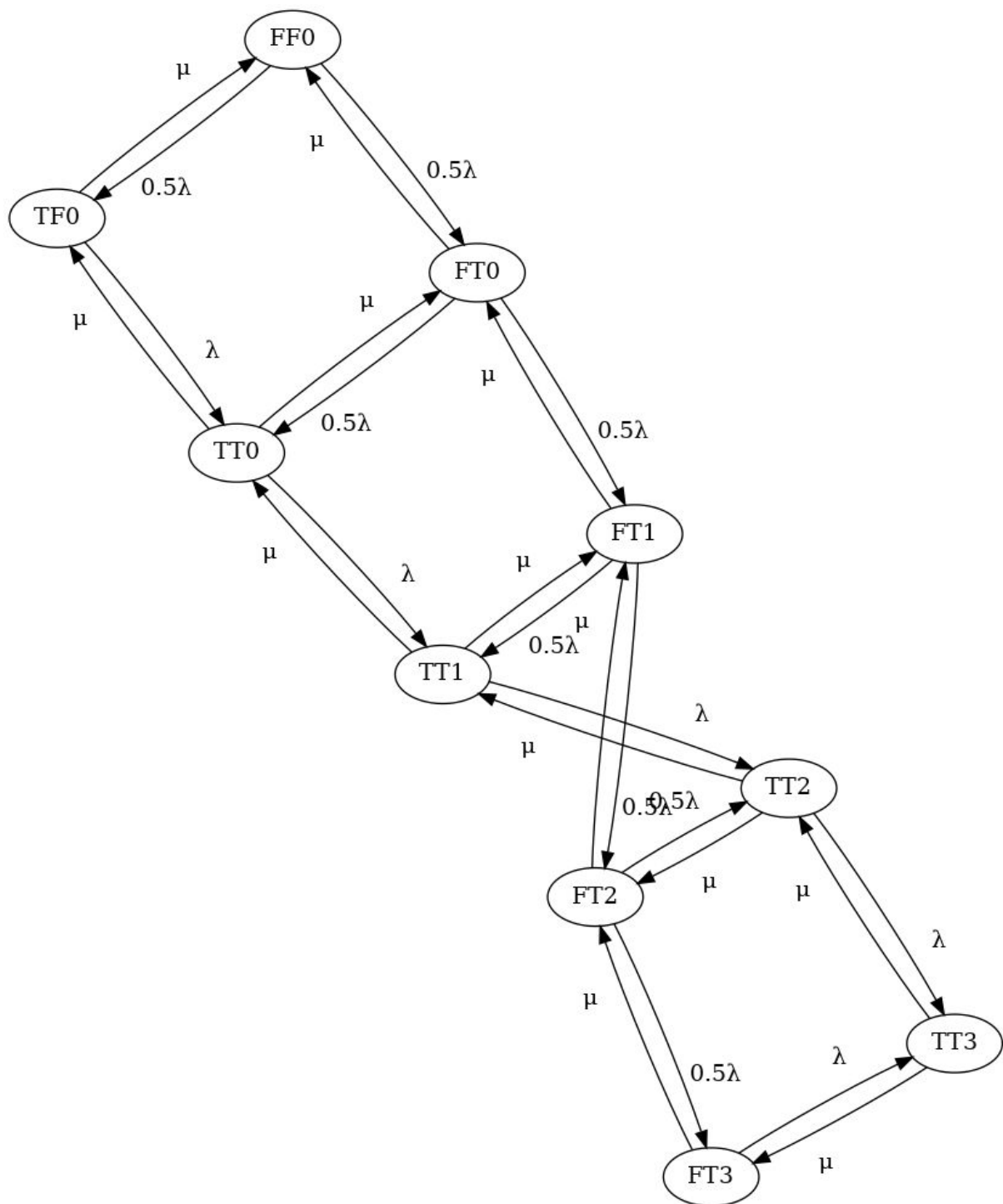


Описание: двухканальная СМО с двумя обслуживающими приборами.

Накопитель перед первым прибором отсутствует, перед вторым прибором емкость накопителя равна 3.

Вероятность занятия П1 такая же, как вероятность занятия П2 и равна 0.5.

Граф переходов для систем:



В данном графе состояния кодируется по шаблону: П1/П2/О2, где значение Т обозначает “прибор занят”, а F - “прибор свободен”.  
 Вероятность занятости прибора  $q_1 = q_2 = 0.5$ , интенсивность  $\lambda = 0.5$ , интенсивность обработки  $\mu = 1/B = 1/10 = 0.1$ . В случае занятости любого прибора вероятности пересчитываются с учетом вероятностей оставшихся приборов, тем самым производя нормировку.

Матрица интенсивностей:

	FF0	FT0	FT1	FT2	FT3	TF0	TT0	TT1	TT2	TT3
FF0	$-1.0 \cdot p_0 \cdot \lambda$	$0.5 \cdot p_0 \cdot \lambda$	0	0	0	$0.5 \cdot p_0 \cdot \lambda$	0	0	0	0
FT0	$p_1 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_1 \cdot \lambda - p_1 \cdot \mu$	$0.5 \cdot p_1 \cdot \lambda$	0	0	0	$0.5 \cdot p_1 \cdot \lambda$	0	0	0
FT1	0	$p_2 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_2 \cdot \lambda - p_2 \cdot \mu$	$0.5 \cdot p_2 \cdot \lambda$	0	0	0	$0.5 \cdot p_2 \cdot \lambda$	0	0
FT2	0	0	$p_3 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_3 \cdot \lambda - p_3 \cdot \mu$	$0.5 \cdot p_3 \cdot \lambda$	0	0	0	$0.5 \cdot p_3 \cdot \lambda$	0
FT3	0	0	0	$p_4 \cdot \mu$	$-p_4 \cdot \lambda - p_4 \cdot \mu$	0	0	0	0	$p_4 \cdot \lambda$
TF0	$p_5 \cdot \mu$	0	0	0	0	$-p_5 \cdot \lambda - p_5 \cdot \mu$	$p_5 \cdot \lambda$	0	0	0
TT0	0	$p_6 \cdot \mu$	0	0	0	$p_6 \cdot \mu$	$-p_6 \cdot \lambda - 2 \cdot p_6 \cdot \mu$	$p_6 \cdot \lambda$	0	0
TT1	0	0	$p_7 \cdot \mu$	0	0	0	$p_7 \cdot \mu$	$-p_7 \cdot \lambda - 2 \cdot p_7 \cdot \mu$	$p_7 \cdot \lambda$	0
TT2	0	0	0	$p_8 \cdot \mu$	0	0	0	$p_8 \cdot \mu$	$-p_8 \cdot \lambda - 2 \cdot p_8 \cdot \mu$	$p_8 \cdot \lambda$
TT3	0	0	0	0	$p_9 \cdot \mu$	0	0	0	$p_9 \cdot \mu$	$-2 \cdot p_9 \cdot \mu$

Стационарные вероятности состояний:

0	FF0	0.0011
1	FT0	0.004
2	FT1	0.0145
3	FT2	0.0487
4	FT3	0.1269
5	TF0	0.0016
6	TT0	0.0066
7	TT1	0.0283
8	TT2	0.1289
9	TT3	0.6396

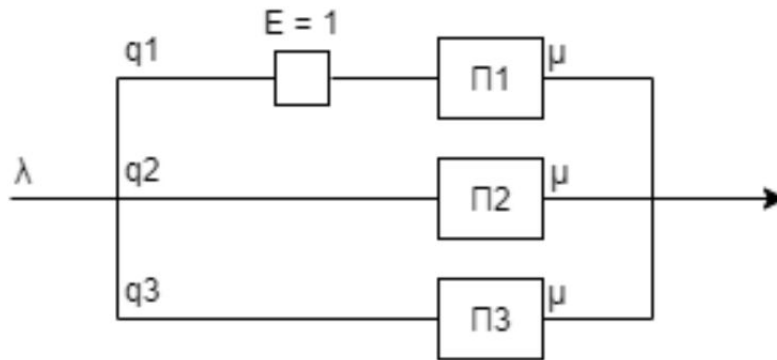
Характеристики системы:

Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda q_1 B$	2.5
	П2	$y_1 = \lambda q_2 B$	2.5
	$\sum$	$y = \lambda B$	5.0
Загрузка	П1	$\rho_1 = \sum_{device_1=T} p_i$	0.805
	П2	$\rho_2 = \sum_{device_2=T} p_i$	0.997
	$\sum$	$0.5 * (\sum_{1deviceT} p_i) + \sum_{2deviceT} p_i$	0.96
Длина очереди	П1	$l_1 = \sum_{i=1}^n p_i O_{1i}$	0.0
	П2	$l_2 = \sum_{i=2}^n p_i O_{2i}$	2.697
	$\sum$	$l = \sum_{i=1}^n p_i (O_{1i} + O_{2i})$	2.697
Число заявок	П1	$m_1 = \sum_{device_1=T} p_i$	0.805
	П2	$m = \sum_{device_2=T} p_i (1 + O_2)$	3.695
	$\sum$	$m = \sum p_i (device_1 + device_2 + O_2)$	4.5
Время ожидания	П1	$w_1 = m_1 / \lambda'$	4.47
	П2	$w_2 = m_2 / \lambda'$	20.52
	$\sum$	$w = m / \lambda'$	25
Время пребывания	П1	$u_1 = w_1 + B$	14.47
	П2	$u_2 = w_2 + B$	30.52
	$\sum$	$u = w + B$	35.0

Вероятность потери	$\sum$	$\pi = \sum_{device_2=T \& O_2=3 \& device_1=T} p_i$	0.64
Производительность	$\sum$	$\lambda' = (1 - \pi)\lambda$	0.18

## Модель 2:

Система 2, вариант 22/5:



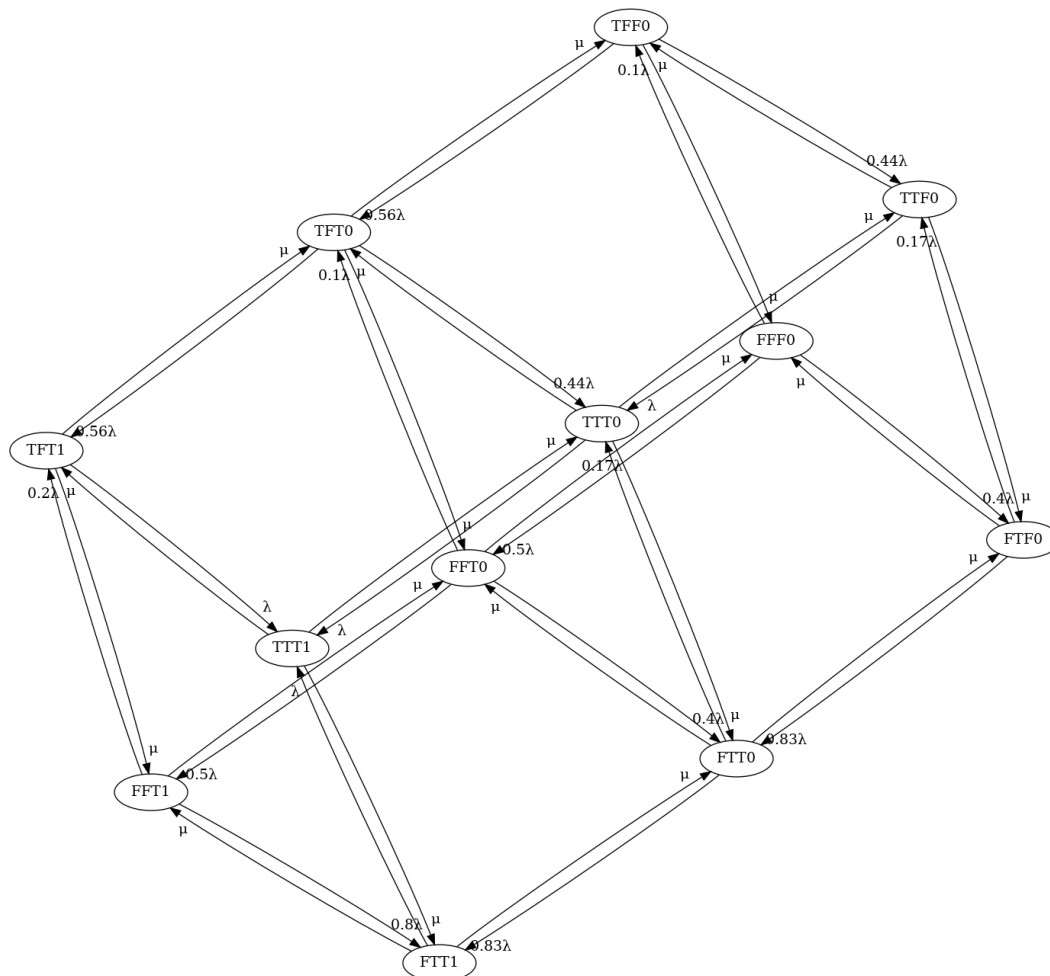
Описание:

Трехканальная СМО с тремя обслуживающими приборами.

Емкость накопителя перед  $\Pi 1$  равен 1, накопители перед  $\Pi 2$ ,  $\Pi 3$  отсутствуют.

Вероятность занять прибор 1 равна 0.5, прибор 2 - 0.4, прибор 3 - 0.1

Граф переходов:



В данном графе состояния кодируется по шаблону: ПЗ/П2/П1/О1, где значение Т обозначает “прибор занят”, а F - “прибор свободен”.

Вероятность занятости прибора  $q_1 = 0.5$ ,  $q_2 = 0.4$ ,  $q_3 = 0.1$ , интенсивность  $\lambda$ , интенсивность обработки  $\mu = 1/B$ . В случае занятости любого прибора вероятности пересчитываются с учетом вероятностей оставшихся приборов, т.е. происходит перераспределение вероятностей.

Матрица интенсивностей:

	FFF0	FFT0	FFT1	FTF0	FTT0	FTT1	TFF0	TFT0	TFT1	TTF0	TTT0	TTT1
FFF0	$-1.0 \cdot p_0 \cdot \lambda$	$0.5 \cdot p_0 \cdot \lambda$	0	$0.4 \cdot p_0 \cdot \lambda$	0	0	$0.1 \cdot p_0 \cdot \lambda$	0	0	0	0	0
FFT0	$p_1 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_1 \cdot \lambda - p_1 \cdot \mu$	$0.5 \cdot p_1 \cdot \lambda$	0	$0.4 \cdot p_1 \cdot \lambda$	0	0	$0.1 \cdot p_1 \cdot \lambda$	0	0	0	0
FFT1	0	$p_2 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_2 \cdot \lambda - p_2 \cdot \mu$	0	0	$0.8 \cdot p_2 \cdot \lambda$	0	0	$0.2 \cdot p_2 \cdot \lambda$	0	0	0
FTF0	$p_3 \cdot \mu$	0	0	$-1.0 \cdot p_3 \cdot \lambda - p_3 \cdot \mu$	$0.83 \cdot p_3 \cdot \lambda$	0	0	0	0	$0.17 \cdot p_3 \cdot \lambda$	0	0
FTT0	0	$p_4 \cdot \mu$	0	$p_4 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_4 \cdot \lambda - 2 \cdot p_4 \cdot \mu$	$0.83 \cdot p_4 \cdot \lambda$	0	0	0	0	$0.17 \cdot p_4 \cdot \lambda$	0
FTT1	0	0	$p_5 \cdot \mu$	0	$p_5 \cdot \mu$	$-0.5 \cdot p_5 \cdot \lambda - 2 \cdot p_5 \cdot \mu$	0	0	0	0	0	$0.5 \cdot p_5 \cdot \lambda$
TFF0	$p_6 \cdot \mu$	0	0	0	0	0	$-1.0 \cdot p_6 \cdot \lambda - p_6 \cdot \mu$	$0.56 \cdot p_6 \cdot \lambda$	0	$0.44 \cdot p_6 \cdot \lambda$	0	0
TFT0	0	$p_7 \cdot \mu$	0	0	0	0	$p_7 \cdot \mu$	$-1.0 \cdot p_7 \cdot \lambda - 2 \cdot p_7 \cdot \mu$	$0.56 \cdot p_7 \cdot \lambda$	0	$0.44 \cdot p_7 \cdot \lambda$	0
TFT1	0	0	$p_8 \cdot \mu$	0	0	0	0	$p_8 \cdot \mu$	$-0.5 \cdot p_8 \cdot \lambda - 2 \cdot p_8 \cdot \mu$	0	0	$0.5 \cdot p_8 \cdot \lambda$
TTF0	0	0	0	$p_9 \cdot \mu$	0	0	$p_9 \cdot \mu$	0	0	$-0.5 \cdot p_9 \cdot \lambda - 2 \cdot p_9 \cdot \mu$	$0.5 \cdot p_9 \cdot \lambda$	0
TTT0	0	0	0	0	$p_{10} \cdot \mu$	0	0	$p_{10} \cdot \mu$	0	$p_{10} \cdot \mu$	$-0.5 \cdot p_{10} \cdot \lambda -$	$0.5 \cdot p_{10} \cdot \lambda$



											$3 \cdot p_{10} \cdot \mu$	
TTT1	0	0	0	0	0	$p_{11} \cdot \mu$	0	0	$p_{11} \cdot \mu$	0	$p_{11} \cdot \mu$	$-3 \cdot p_{11} \cdot \mu$

Стационарные вероятности состояний:

1	FFF0	0.013
2	FFT0	0.0325
3	FFT1	0.0631
4	FTF0	0.02
5	FTT0	0.062
6	FTT1	0.1868
7	TFF0	0.0126
8	TFT0	0.0374
9	TFT1	0.1107
10	TTF0	0.032
11	TTT0	0.0992
12	TTT1	0.3306

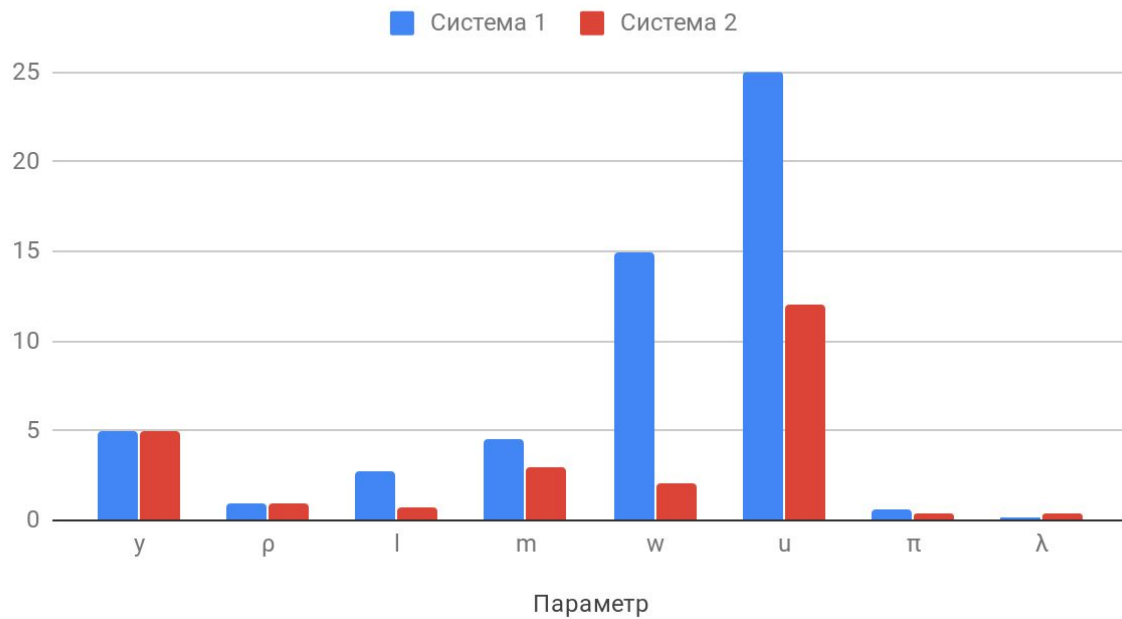
Характеристики системы:

Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda q_1 B$	2.5
	П2	$y_2 = \lambda q_2 B$	2.0
	П3	$y_3 = \lambda q_3 B$	0.5
	$\Sigma$	$y = \lambda B$	5.0
Загрузка	П1	$\rho_1 = \sum_{device_1=T} p_i$	0.623
	П2	$\rho_2 = \sum_{device_2=T} p_i$	0.731
	П3	$\rho_3 = \sum_{device_3=T} p_i$	0.922
	$\Sigma$	$0.33 * (\sum_{1deviceT} p_i) + 0.66 * (\sum_{2deviceT} p_i) + \sum_{3deviceT} p_i$	0.79

Длина очереди	П1	$l_1 = \sum_{i=1}^n p_i O_{1i}$	0.691
	П2	$l_2 = \sum_{i=1}^n p_i O_{2i}$	0.0
	П3	$l_3 = \sum_{i=1}^n p_i O_{3i}$	0.0
	$\Sigma$	$l = \sum_{i=1}^n p_i (\sum O_{ji})$	0.691
Число заявок	П1	$m_1 = \sum_{device_1=T} p_i$	1.614
	П2	$m_2 = \sum_{device_2=T} p_i$	0.731
	П3	$m_3 = \sum_{device_3=T} p_i$	0.623
	$\Sigma$	$m = \sum p_i (\sum device_i + O_i)$	2.967
Время ожидания	П1	$w_3 = m_3 / \lambda'$	4.69
	П2	$w_3 = m_3 / \lambda'$	2.18
	П3	$w_3 = m_3 / \lambda'$	1.85
	$\Sigma$	$w = m / \lambda'$	8.85
Время пребывания	П1	$u_1 = w_1 + B$	14.69
	П2	$u_2 = w_2 + B$	12.18
	П3	$u_2 = w_2 + B$	11.85
	$\Sigma$	$u = w + B$	18.85
Вероятность потери	$\Sigma$	$\pi = \sum_{device_1=T \& O_1=1 \& device_2=T \& device_3=T} p_i$	0.331
Производительность	$\Sigma$	$\lambda' = (1 - \pi) \lambda$	0.335

Сравнительная диаграмма характеристик данных систем:

### Система 1 и Система 2



### Анализ полученных результатов:

Согласно варианту, критерий эффективности для систем -- минимальные потери заявок. Вероятность потери заявок в системе 1 составляет 64%, во второй система 33.1%. Отсюда следует, что из данных систем, система под номером 2 будет эффективнее.