Chapitre 2 : Jeux, stratégies, information

Situations d'interaction $\leftrightarrow$ Jeux

$\longrightarrow$ Représentation sous forme de jeu

$\longrightarrow$ Analyse des interactions et de leurs conséquences

Situations d'interaction $\leftrightarrow$ Jeux

$\longrightarrow$ Représentation sous forme de jeu

$\longrightarrow$ Analyse des interactions et de leurs conséquences

Situations d'interaction $\leftrightarrow$ Jeux
$\longrightarrow$ Représentation sous forme de jeu
$\longrightarrow$ Analyse des interactions et de leurs conséquences

Situations d'interaction $\leftrightarrow$ Jeux
$\longrightarrow$ Représentation sous forme de jeu
$\longrightarrow$ Analyse des interactions et de leurs conséquences

Sections :

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées $\longrightarrow$ matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles $\longrightarrow$ arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées $\longrightarrow$ matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles $\longrightarrow$ arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées $\longrightarrow$ matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles $\longrightarrow$ arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées → matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles → arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées → matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles → arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées $\longrightarrow$ matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles $\longrightarrow$ arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées → matrice de jeu (*jeux en forme normale*)

Décisions séquentielles → arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Jeux non-coopératifs

Les éléments qui caractérisent les jeux non–coopératifs sont les suivants :

- un *petit* nombre d'agents (*les joueurs*) qui interagissent ;
- les décisions de chaque agent influencent les gains des autres ;
- la prise en compte de l'information dont chaque agent dispose au moment de prendre sa décision ;
- la prise en compte du déroulement des décisions dans le temps (décisions simultanées ou séquentielles).

Décisions simultanées $\longrightarrow$ matrice de jeu (*jeux en forme normale*)
Décisions séquentielles $\longrightarrow$ arbre de jeu (*jeux en forme extensive*).

Définition d'un jeu en forme normale $\longrightarrow$ trois questions :

1. Qui joue ? $\longrightarrow$ Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? $\longrightarrow$ Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? $\longrightarrow$ Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale $\longrightarrow$ trois questions :

1. Qui joue ? $\longrightarrow$ Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? $\longrightarrow$ Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? $\longrightarrow$ Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale → trois questions :

1. Qui joue ? → Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? → Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? → Fonctions de gains

Définition d'un jeu en forme normale $\longrightarrow$ trois questions :

1. Qui joue ? $\longrightarrow$ Ensemble des joueurs
2. Quelles sont les actions disponibles pour chaque joueur ? $\longrightarrow$ Ensembles de stratégies
3. Quelle est la valeur pour chaque joueur des différents résultats possibles du jeu ? $\longrightarrow$ Fonctions de gains

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *: $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.*
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** *$S_i \rightarrow$ toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ une stratégie particulière du joueur i.

  $\rightarrow$ Par conséquent, $S_i = \left\{ s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i} \right\}$ si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.
- *Chaque joueur i choisit une stratégie $s_i \rightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) : $s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.*
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain**, *$u_i \rightarrow$ les préférences (VNM) du joueur i :*

$$u_i : \quad S = \mathop{\times}_{i \in I} S_i \rightarrow \mathbb{R}$$

$$s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s).$$

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *:* $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** $S_i \longrightarrow$ *toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \longrightarrow$ *une stratégie particulière du joueur i.*

  $\longrightarrow$ *Par conséquent,* $S_i = \left\{ s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i} \right\}$ *si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.*
- *Chaque joueur i choisit une stratégie $s_i \longrightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) :* $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain**, $u_i \longrightarrow$ *les préférences (VNM) du joueur i :*

$$\begin{aligned} u_i : \quad & S = \mathop{\times}_{i \in I} S_i \rightarrow \mathbb{R} \\ & s = (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s). \end{aligned}$$

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *: $I = \{1, 2, \dots, n\}$.*
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** *$S_i \rightarrow$ toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ une stratégie particulière du joueur i.

  $\rightarrow$ Par conséquent, $S_i = \left\{s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^{k^i}\right\}$ si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.
- *Chaque joueur i choisit une stratégie $s_i \rightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) : $s \equiv (s_1, s_2, \dots, s_n)$.*
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain***, $u_i \rightarrow$ les préférences (VNM) du joueur i :*

$$\begin{aligned} u_i : \quad & S = \times_{i \in I} S_i \rightarrow \mathbb{R} \\ & s \equiv (s_1, s_2, \dots, s_n) \mapsto u_i(s). \end{aligned}$$

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *:* $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** S_i $\rightarrow$ *toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ *une stratégie particulière du joueur i.*

  $\rightarrow$ *Par conséquent,* $S_i = \left\{s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i}\right\}$ *si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.*
- *Chaque joueur i choisit une stratégie s_i $\rightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) :* $s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain**, u_i $\rightarrow$ *les préférences (VNM) du joueur i :*

$$\begin{aligned} u_i : \quad & S = \underset{i \in I}{\times} S_i \rightarrow \mathbb{R} \\ & s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s). \end{aligned}$$

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *: $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.*
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** *$S_i \rightarrow$ toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ une stratégie particulière du joueur i.

  $\rightarrow$ Par conséquent, $S_i = \left\{s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i}\right\}$ si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.
- *Chaque joueur i choisit une stratégie $s_i \rightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) : $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.*
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain**, *$u_i \rightarrow$ les préférences (VNM) du joueur i :*

$$u_i : \quad S = \underset{i \in I}{\times} S_i \rightarrow \mathbb{R}$$
$$s = (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s).$$

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *: $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.*
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** *$S_i \rightarrow$ toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ une stratégie particulière du joueur i.

  $\rightarrow$ Par conséquent, $S_i = \left\{s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i}\right\}$ si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.
- *Chaque joueur i choisit une stratégie $s_i \rightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) : $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.*
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain**, *$u_i \rightarrow$ les préférences (VNM) du joueur i :*

$$u_i : \quad S = \underset{i \in I}{\times} S_i \rightarrow \mathbb{R}$$
$$s = (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s).$$

Jeu en forme normale

Définition

Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de* n **joueurs** *:* $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.
- *Pour chaque joueur* i, $i \in I$, *un* **ensemble de stratégies** $S_i \rightarrow$ *toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ *une stratégie particulière du joueur* i.

  $\rightarrow$ *Par conséquent,* $S_i = \left\{s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i}\right\}$ *si* k^i *stratégies sont disponibles pour le joueur* i.
- *Chaque joueur* i *choisit une stratégie* $s_i \rightarrow$ *le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) :* $s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.
- *Pour chaque joueur* i, *une* **fonction de gain**, $u_i \rightarrow$ *les préférences (VNM) du joueur* i *:*

$$u_i : \quad S = \underset{i \in I}{\times} S_i \rightarrow \mathbb{R}$$
$$s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s).$$

Jeu en forme normale

Définition

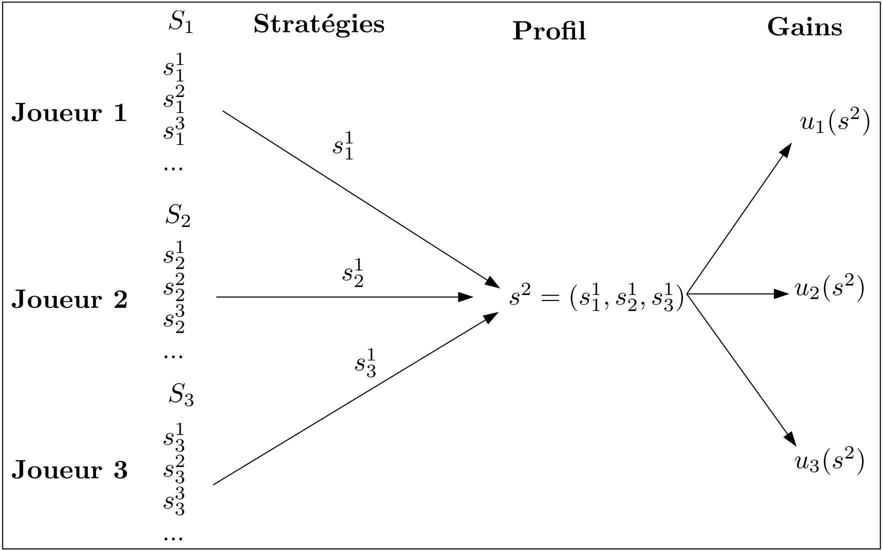
Un **jeu en forme normale** *est décrit par les éléments suivants :*

- *Un* **ensemble** *de n* **joueurs** *: $I = \{1, 2, \ldots, n\}$.*
- *Pour chaque joueur i, $i \in I$, un* **ensemble de stratégies** *$S_i \rightarrow$ toutes les stratégies possibles de ce joueur.*

  $s_i \in S_i \rightarrow$ une stratégie particulière du joueur i.

  $\rightarrow$ Par conséquent, $S_i = \left\{ s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{k^i} \right\}$ si k^i stratégies sont disponibles pour le joueur i.
- *Chaque joueur i choisit une stratégie $s_i \rightarrow$ le* **résultat** *(ou* **profil de stratégies***) : $s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n)$.*
- *Pour chaque joueur i, une* **fonction de gain***, $u_i \rightarrow$ les préférences (VNM) du joueur i :*

$$\begin{aligned} u_i : \quad & S = \underset{i \in I}{X} S_i \rightarrow \mathbb{R} \\ & s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_n) \mapsto u_i(s). \end{aligned}$$


S_1
Stratégies
Profil
Gains
Joueur 1
s_1^1
s_1^2
s_1^3
...
S_2
Joueur 2
s_2^1
s_2^2
s_2^3
...
S_3
Joueur 3
s_3^1
s_3^2
s_3^3
...
s_1^1
s_2^1
s_3^1
$s^2 = (s_1^1, s_2^1, s_3^1)$
$u_1(s^2)$
$u_2(s^2)$
$u_3(s^2)$

La définition d'un jeu est souvent relative...

La définition d'un jeu est souvent relative...

EXEMPLE : Le dilemme du prisonnier I

- Deux individus : (Bonnie et Clyde)
- Deux stratégies :
  - nier d'avoir commis le vol (stratégie N)
  - dénoncer son complice comme seul responsable (stratégie D).

EXEMPLE : Le dilemme du prisonnier I

- Deux individus : (Bonnie et Clyde)
- Deux stratégies :
  - nier d'avoir commis le vol (stratégie N)
  - dénoncer son complice comme seul responsable (stratégie D).

EXEMPLE : Le dilemme du prisonnier I

- Deux individus : (Bonnie et Clyde)
- Deux stratégies :
  - nier d'avoir commis le vol (stratégie N)
  - dénoncer son complice comme seul responsable (stratégie D).

EXEMPLE : Le dilemme du prisonnier I

- Deux individus : (Bonnie et Clyde)
- Deux stratégies :
  - nier d'avoir commis le vol (stratégie N)
  - dénoncer son complice comme seul responsable (stratégie D).

Le dilemme du prisonnier II

Gains des individus (connus par eux) $\leftrightarrow$ années de prisons (relation négative) :

- Si Bonnie et Clyde dénoncent tous les deux, ils sont condamnés à 8 ans de prison.
- S'ils nient tous les deux, ils auront 1 année de prison du fait d'absence de preuves accablantes.
- Si un seul dénonce, il est relâché en récompense de sa coopération et l'autre est condamné à 10 ans de prison.

Le dilemme du prisonnier II

Gains des individus (connus par eux) $\leftrightarrow$ années de prisons (relation négative) :

- Si Bonnie et Clyde dénoncent tous les deux, ils sont condamnés à 8 ans de prison.
- S'ils nient tous les deux, ils auront 1 année de prison du fait d'absence de preuves accablantes.
- Si un seul dénonce, il est relâché en récompense de sa coopération et l'autre est condamné à 10 ans de prison.

Le dilemme du prisonnier II

Gains des individus (connus par eux) $\leftrightarrow$ années de prisons (relation négative) :

- Si Bonnie et Clyde dénoncent tous les deux, ils sont condamnés à 8 ans de prison.
- S'ils nient tous les deux, ils auront 1 année de prison du fait d'absence de preuves accablantes.
- Si un seul dénonce, il est relâché en récompense de sa coopération et l'autre est condamné à 10 ans de prison.

Le dilemme du prisonnier II

Gains des individus (connus par eux) $\leftrightarrow$ années de prisons (relation négative) :

- Si Bonnie et Clyde dénoncent tous les deux, ils sont condamnés à 8 ans de prison.
- S'ils nient tous les deux, ils auront 1 année de prison du fait d'absence de preuves accablantes.
- Si un seul dénonce, il est relâché en récompense de sa coopération et l'autre est condamné à 10 ans de prison.

DP - Formulation comme un jeu

- Un jeu non–coopératif avec $n = 2$ joueurs, $I = \{1, 2\} = \{Bonnie, Clyde\}$
- L'ensemble de stratégies de chaque joueur : $S_1 = S_2 = \{N, D\}$
- 4 résultats possibles du jeu :

$$S = \left\{ \begin{array}{c} (s_1 = N, s_2 = N), (N, D), \\ (D, D), (D, N) \end{array} \right\}.$$

DP - Formulation comme un jeu

- Un jeu non–coopératif avec $n = 2$ joueurs, $I = \{1, 2\} = \{Bonnie, Clyde\}$
- L'ensemble de stratégies de chaque joueur : $S_1 = S_2 = \{N, D\}$
- 4 résultats possibles du jeu :

$$S = \left\{ \begin{array}{c} (s_1 = N, s_2 = N), (N, D), \\ (D, D), (D, N) \end{array} \right\}.$$

DP - Formulation comme un jeu

- Un jeu non–coopératif avec $n = 2$ joueurs,
  $I = \{1, 2\} = \{Bonnie, Clyde\}$
- L'ensemble de stratégies de chaque joueur : $S_1 = S_2 = \{N, D\}$
- 4 résultats possibles du jeu :

$$S = \left\{ \begin{array}{c} (s_1 = N, s_2 = N), (N, D), \\ (D, D), (D, N) \end{array} \right\}.$$

DP - Formulation comme un jeu

- Un jeu non–coopératif avec $n = 2$ joueurs, $I = \{1, 2\} = \{Bonnie, Clyde\}$
- L'ensemble de stratégies de chaque joueur : $S_1 = S_2 = \{N, D\}$
- 4 résultats possibles du jeu :

$$S = \left\{ \begin{array}{c} (s_1 = N, s_2 = N), (N, D), \\ (D, D), (D, N) \end{array} \right\}.$$

DP - Formulation comme un jeu

- Un jeu non–coopératif avec $n = 2$ joueurs, $I = \{1, 2\} = \{Bonnie, Clyde\}$
- L'ensemble de stratégies de chaque joueur : $S_1 = S_2 = \{N, D\}$
- 4 résultats possibles du jeu :

$$S = \left\{ \begin{array}{c} (s_1 = N, s_2 = N)\,,\,(N, D)\,, \\ (D, D)\,,\,(D, N) \end{array} \right\}.$$

DP - Fonctions de gain

Gains symétriques :

- Les deux nient : $u_1(N,N) = u_2(N,N) = -1$,
- Seule Bonnie (1) nie : $u_1(N,D) = -10$, $u_2(N,D) = 0$,
- Seul Clyde (2) nie : $u_1(D,N) = 0$, $u_2(D,N) = -10$,
- Les deux dénoncent : $u_1(D,D) = u_2(D,D) = -8$.

DP - Fonctions de gain

Gains symétriques :

- Les deux nient : $u_1(N, N) = u_2(N, N) = -1$,
- Seule Bonnie (1) nie : $u_1(N, D) = -10$, $u_2(N, D) = 0$,
- Seul Clyde (2) nie : $u_1(D, N) = 0$, $u_2(D, N) = -10$,
- Les deux dénoncent : $u_1(D, D) = u_2(D, D) = -8$.

DP - Fonctions de gain

Gains symétriques :

- Les deux nient : $u_1(N, N) = u_2(N, N) = -1$,
- Seule Bonnie (1) nie : $u_1(N, D) = -10$, $u_2(N, D) = 0$,
- Seul Clyde (2) nie : $u_1(D, N) = 0$, $u_2(D, N) = -10$,
- Les deux dénoncent : $u_1(D, D) = u_2(D, D) = -8$.

DP - Fonctions de gain

Gains symétriques :

- Les deux nient : $u_1(N,N) = u_2(N,N) = -1$,
- Seule Bonnie (1) nie : $u_1(N,D) = -10$, $u_2(N,D) = 0$,
- Seul Clyde (2) nie : $u_1(D,N) = 0$, $u_2(D,N) = -10$,
- Les deux dénoncent : $u_1(D,D) = u_2(D,D) = -8$.

DP - Matrice du jeu

Matrice où :

- Stratégies de Bonnie $\longrightarrow$ lignes
- Stratégies de Clyde $\longrightarrow$ colonnes

		Clyde	
		N $\downarrow$	D $\downarrow$
Bonnie	$N \longrightarrow$	$s = (N, N)$	$s' = (N, D)$
	D		

TAB.: Matrice - Dilemme du prisonnier

DP - Matrice du jeu

Matrice où :

- Stratégies de Bonnie $\longrightarrow$ lignes
- Stratégies de Clyde $\longrightarrow$ colonnes

		Clyde	
		N $\downarrow$	D $\downarrow$
Bonnie	$N \longrightarrow$	$s = (N, N)$	$s' = (N, D)$
	D		

TAB.: Matrice - Dilemme du prisonnier

DP - Matrice du jeu

Matrice où :

- Stratégies de Bonnie $\longrightarrow$ lignes
- Stratégies de Clyde $\longrightarrow$ colonnes

		Clyde	
		N $\downarrow$	D $\downarrow$
Bonnie	$N \longrightarrow$	$s = (N, N)$	$s' = (N, D)$
	D		

Tab.: Matrice - Dilemme du prisonnier

DP - Matrice du jeu

Matrice où :

- Stratégies de Bonnie $\longrightarrow$ lignes
- Stratégies de Clyde $\longrightarrow$ colonnes

		Clyde	
		N $\downarrow$	D $\downarrow$
Bonnie	$N \longrightarrow$	$s = (N, N)$	$s' = (N, D)$
	D		

TAB.: Matrice - Dilemme du prisonnier

DP - Matrice du jeu

Matrice où :

- Stratégies de Bonnie $\longrightarrow$ lignes
- Stratégies de Clyde $\longrightarrow$ colonnes

	Clyde	
	N $\downarrow$	D $\downarrow$
Bonnie $N \longrightarrow$	$s = (N, N)$	$s' = (N, D)$
D		

TAB.: Matrice - Dilemme du prisonnier

DP - Matrice du jeu II

Donner pour chaque résultat les gains correspondants : vecteur (u_1, u_2) où le gain du joueur qui est en ligne (ici Bonnie) apparaît en première place.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
	D	$(0, -10)$	$(-8, -8)$

TAB.: Dilemme du prisonnier

Le vecteur de gains $(-1, -1)$ correspond alors $(u_1(N, N), u_2(N, N))$

DP - Matrice du jeu II

Donner pour chaque résultat les gains correspondants : vecteur (u_1, u_2) où le gain du joueur qui est en ligne (ici Bonnie) apparaît en première place.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
	D	$(0, -10)$	$(-8, -8)$

TAB.: Dilemme du prisonnier

Le vecteur de gains $(-1, -1)$ correspond alors $(u_1\,(N, N)\,, u_2\,(N, N))$

DP - Matrice du jeu II

Donner pour chaque résultat les gains correspondants : vecteur (u_1, u_2) où le gain du joueur qui est en ligne (ici Bonnie) apparaît en première place.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1,-1)$	$(-10,0)$
	D	$(0,-10)$	$(-8,-8)$

TAB.: Dilemme du prisonnier

Le vecteur de gains $(-1,-1)$ correspond alors $(u_1(N,N), u_2(N,N))$

DP - Matrice du jeu II

Donner pour chaque résultat les gains correspondants : vecteur (u_1, u_2) où le gain du joueur qui est en ligne (ici Bonnie) apparaît en première place.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
	D	$(0, -10)$	$(-8, -8)$

TAB.: Dilemme du prisonnier

Le vecteur de gains $(-1, -1)$ correspond alors $(u_1\,(N, N)\,, u_2\,(N, N))$

Remarques :

- Ne pas confondre la stratégie d'un joueur individuel s_i et le résultat s qui est une combinaison particulière des stratégies de tous les joueurs.
- En économie les stratégies sont souvent continues (alors les S^i contient une infinité de stratégies)
- Les gains $\rightarrow$ des utilités ordinales et non des sommes monétaires (en organisation industrielle, les gains des firmes $\rightarrow$ leurs profits).

Remarques :

- Ne pas confondre la stratégie d'un joueur individuel s_i et le résultat s qui est une combinaison particulière des stratégies de tous les joueurs.
- En économie les stratégies sont souvent continues (alors les S^i contient une infinité de stratégies)
- Les gains $\longrightarrow$ des utilités ordinales et non des sommes monétaires (en organisation industrielle, les gains des firmes $\longrightarrow$ leurs profits).

Remarques :

- Ne pas confondre la stratégie d'un joueur individuel s_i et le résultat s qui est une combinaison particulière des stratégies de tous les joueurs.
- En économie les stratégies sont souvent continues (alors les S^i contient une infinité de stratégies)
- Les gains $\rightarrow$ des utilités ordinales et non des sommes monétaires (en organisation industrielle, les gains des firmes $\rightarrow$ leurs profits).

La forme extensive d'un jeu

Selten(1975) → la forme extensive (l'arbre) du jeu
→ Représentation des **jeux séquentiels**
où les décisions des joueurs sont prises à des moments différents et où chaque joueur peut être amené à jouer plusieurs fois.

La forme extensive d'un jeu

Selten(1975) $\longrightarrow$ la forme extensive (l'arbre) du jeu
$\longrightarrow$ Représentation des **jeux séquentiels**
où les décisions des joueurs sont prises à des moments différents et où chaque joueur peut être amené à jouer plusieurs fois.

La forme extensive d'un jeu

Selten(1975) $\longrightarrow$ la forme extensive (l'arbre) du jeu
$\longrightarrow$ Représentation des **jeux séquentiels**
où les décisions des joueurs sont prises à des moments différents et
où chaque joueur peut être amené à jouer plusieurs fois.

La forme extensive d'un jeu

Selten(1975) $\longrightarrow$ la forme extensive (l'arbre) du jeu
$\longrightarrow$ Représentation des **jeux séquentiels**
où les décisions des joueurs sont prises à des moments différents et où chaque joueur peut être amené à jouer plusieurs fois.

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \dots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

Jeu en forme extensive

Définition

Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

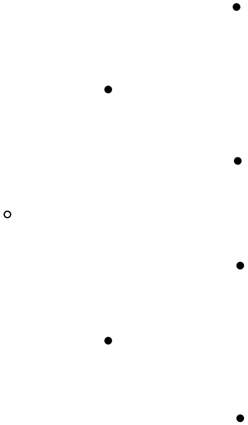
Jeu en forme extensive

Définition

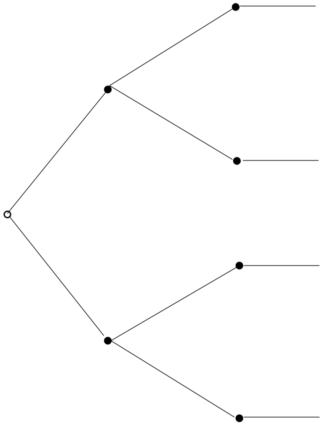
Un **jeu en forme extensive** *est donné par un arbre de jeu contenant un noeud initial, des noeuds de décisions, des noeuds terminaux et des branches reliant chaque noeud à ceux qui lui succèdent.*

- *Un ensemble de $n \geq 1$ joueurs, indexés par $i = 1, 2, \ldots n$.*
- *Pour chaque noeud de décision, le nom du joueur qui a le droit de choisir une stratégie à ce noeud.*
- *Pour chaque joueur i, la spécification de l'ensemble des actions permises à chaque noeud où il est susceptible de prendre une décision.*
- *La spécification des gains de chaque joueur à chaque noeud terminal.*

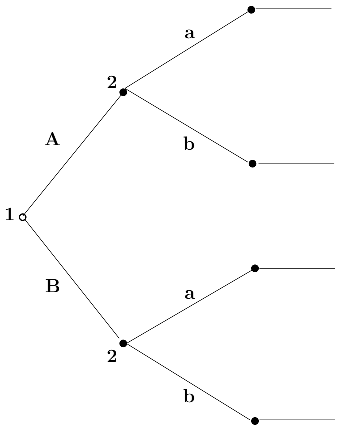
Deux joueurs $I = \{1, 2\}$



Deux joueurs $I = \{1, 2\}$



Deux joueurs $I = \{1, 2\}$



Deux joueurs $I = \{1, 2\}$

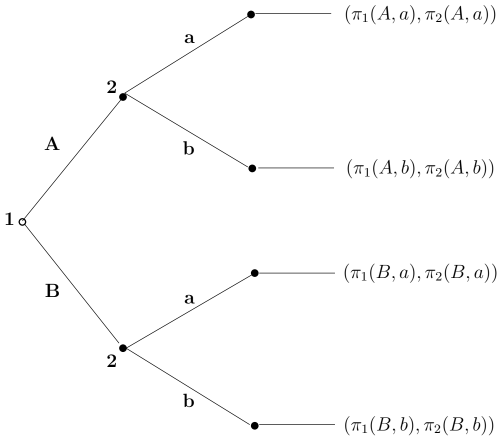


FIG.: Un exemple à deux joueurs

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\rightarrow$
   - *Combattre en cassant les prix* ou
   - *Coopérer avec lui, de manière à créer un monopole à part.*

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) →

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\longrightarrow$
    - *Combattre* en cassant les prix ou
    - *Coopérer* avec lui, de manière à créer un monopole joint.

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\longrightarrow$
    - *Combattre* en cassant les prix ou
    - *Coopérer* avec lui, de manière à créer un monopole joint.

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\longrightarrow$
    - *Combattre* en cassant les prix ou
    - *Coopérer* avec lui, de manière à créer un monopole joint.

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\longrightarrow$
    - *Combattre* en cassant les prix ou
    - *Coopérer* avec lui, de manière à créer un monopole joint.

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\longrightarrow$
    - *Combattre* en cassant les prix ou
    - *Coopérer* avec lui, de manière à créer un monopole joint.

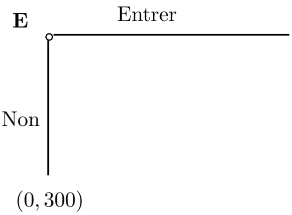
Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.

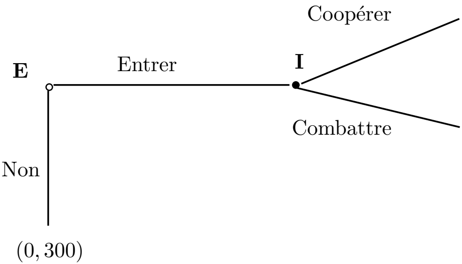
EXEMPLE : le probléme de l'entrant potentiel

Le problème d'entrée d'une firme sur le marché d'un monopole

1. L'entrant (E) doit choisir entre *Entrer* ou *Ne pas entrer*.
2. S'il entre, la firme installée (I) $\longrightarrow$
   - *Combattre* en cassant les prix ou
   - *Coopérer* avec lui, de manière à créer un monopole joint.

Nous pouvons alors représenter ce jeu sous la forme d'un arbre.


E
Entrer
Non
$(0, 300)$


E
Entrer
I
Coopérer
Combattre
Non
$(0, 300)$

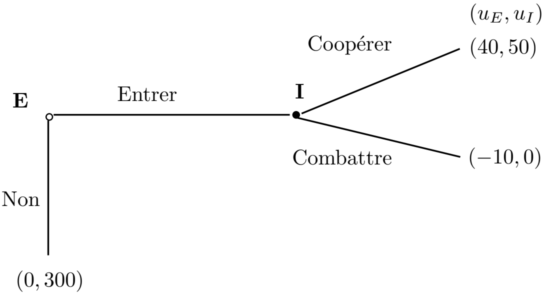


FIG.: Le Jeu de l'Entrée I

Sections :

Information imparfaite

Un joueur → ne connaît pas les choix effectués par les joueurs qui ont joué avant lui.

→Il ne connaît pas parfaitement le noeud auquel il se situe.

Si, à un moment donné, il ne peut distinguer deux noeuds → ces deux noeuds appartiennent au même **ensemble d'information.**

Information imparfaite

Un joueur → ne connaît pas les choix effectués par les joueurs qui ont joué avant lui.
→Il ne connaît pas parfaitement le noeud auquel il se situe.
Si, à un moment donné, il ne peut distinguer deux noeuds → ces deux noeuds appartiennent au même **ensemble d'information.**

Information imparfaite

Un joueur → ne connaît pas les choix effectués par les joueurs qui ont joué avant lui.
→Il ne connaît pas parfaitement le noeud auquel il se situe.
Si, à un moment donné, il ne peut distinguer deux noeuds → ces deux noeuds appartiennent au même **ensemble d'information.**

Information imparfaite

Un joueur $\rightarrow$ ne connaît pas les choix effectués par les joueurs qui ont joué avant lui.
$\rightarrow$Il ne connaît pas parfaitement le noeud auquel il se situe.
Si, à un moment donné, il ne peut distinguer deux noeuds $\rightarrow$ ces deux noeuds appartiennent au même **ensemble d'information.**

Ensemble d'information

Définition

À chaque étape d'un jeu en forme extensive, on appelle un **ensemble d'information** (h_i) *la collection de tous les noeuds que le joueur qui doit jouer à cette étape* (i) *ne peut distinguer, compte tenu de l'information dont il dispose. Chaque noeud contenu dans h_i contient alors exactement le même ensemble d'actions localement disponibles. On note par H_i l'ensemble des ensembles d'information du joueur i.*

Représentation : un ensemble d'information $\longrightarrow$ une courbe en pointillé reliant les noeuds qui appartiennent à cet ensemble.

Ensemble d'information

Définition

À chaque étape d'un jeu en forme extensive, on appelle un **ensemble d'information** (h_i) *la collection de tous les noeuds que le joueur qui doit jouer à cette étape* (i) *ne peut distinguer, compte tenu de l'information dont il dispose. Chaque noeud contenu dans* h_i *contient alors exactement le même ensemble d'actions localement disponibles. On note par* H_i *l'ensemble des ensembles d'information du joueur* i.

Représentation : un ensemble d'information $\longrightarrow$ une courbe en pointillé reliant les noeuds qui appartiennent à cet ensemble.

Ensemble d'information

Définition

À chaque étape d'un jeu en forme extensive, on appelle un **ensemble d'information** (h_i) *la collection de tous les noeuds que le joueur qui doit jouer à cette étape* (i) *ne peut distinguer, compte tenu de l'information dont il dispose. Chaque noeud contenu dans* h_i *contient alors exactement le même ensemble d'actions localement disponibles. On note par* H_i *l'ensemble des ensembles d'information du joueur* i.

Représentation : un ensemble d'information $\longrightarrow$ une courbe en pointillé reliant les noeuds qui appartiennent à cet ensemble.

Ensemble d'information

Définition

À chaque étape d'un jeu en forme extensive, on appelle un **ensemble d'information** (h_i) *la collection de tous les noeuds que le joueur qui doit jouer à cette étape* (i) *ne peut distinguer, compte tenu de l'information dont il dispose. Chaque noeud contenu dans* h_i *contient alors exactement le même ensemble d'actions localement disponibles. On note par* H_i *l'ensemble des ensembles d'information du joueur* i.

Représentation : un ensemble d'information $\longrightarrow$ une courbe en pointillé reliant les noeuds qui appartiennent à cet ensemble.

Ensemble d'information

Définition

À chaque étape d'un jeu en forme extensive, on appelle un **ensemble d'information** (h_i) *la collection de tous les noeuds que le joueur qui doit jouer à cette étape* (i) *ne peut distinguer, compte tenu de l'information dont il dispose. Chaque noeud contenu dans* h_i *contient alors exactement le même ensemble d'actions localement disponibles. On note par* H_i *l'ensemble des ensembles d'information du joueur* i*.*

Représentation : un ensemble d'information $\rightarrow$ une courbe en pointillé reliant les noeuds qui appartiennent à cet ensemble.

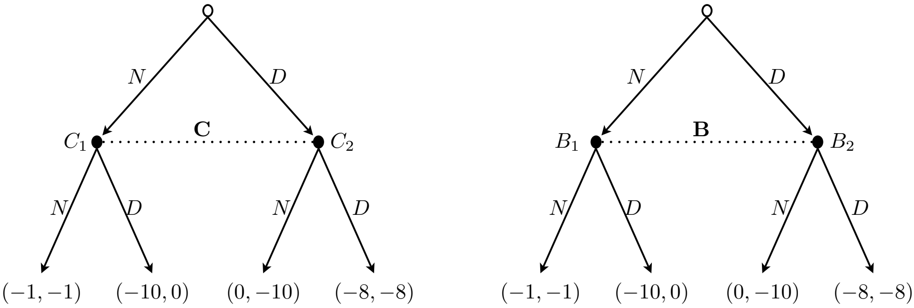
Exemple :

Dilemme du prisonnier $\longrightarrow$ représentation sous forme extensive en utilisant les ensembles d'information.

Exemple :

Dilemme du prisonnier → représentation sous forme extensive en utilisant les ensembles d'information.

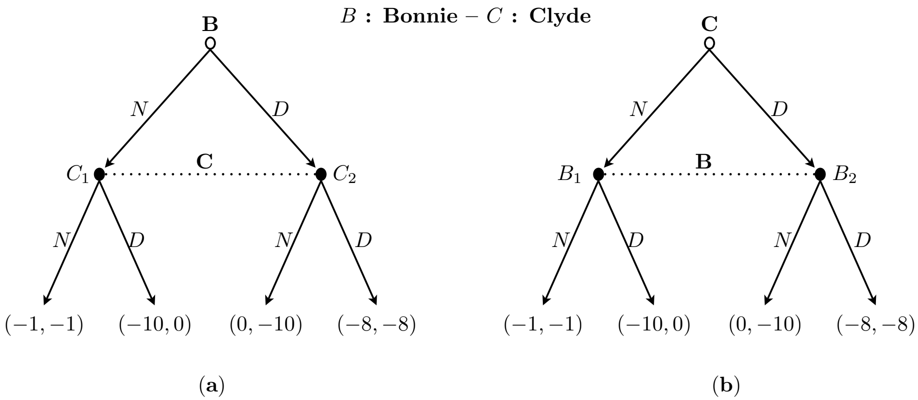
B **: Bonnie** – C **: Clyde**



(a) **(b)**

Exemple :

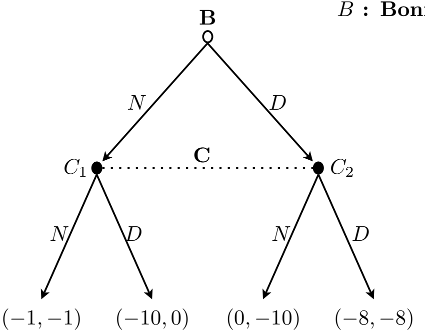
Dilemme du prisonnier → représentation sous forme extensive en utilisant les ensembles d'information.



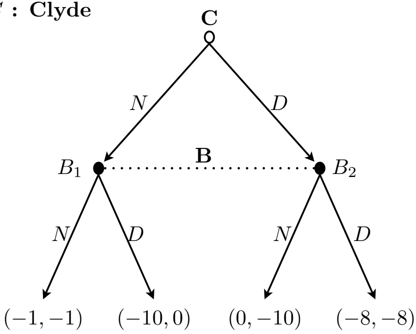
Exemple :

Dilemme du prisonnier → représentation sous forme extensive en utilisant les ensembles d'information.

B : **Bonnie** – C : **Clyde**



(a)



(b)

Définition

Un jeu en forme extensive est

1. *un jeu avec* **information imparfaite** *si au moins un ensemble d'information contient plus d'un noeud ;*
2. *un jeu avec* **information parfaite** *si chaque ensemble d'information est réduit à un seul noeud.*

Définition

Un jeu en forme extensive est

1. *un jeu avec* **information imparfaite** *si au moins un ensemble d'information contient plus d'un noeud ;*
2. *un jeu avec* **information parfaite** *si chaque ensemble d'information est réduit à un seul noeud.*

Définition

Un jeu en forme extensive est

1. *un jeu avec* **information imparfaite** *si au moins un ensemble d'information contient plus d'un noeud ;*
2. *un jeu avec* **information parfaite** *si chaque ensemble d'information est réduit à un seul noeud.*

Définition

Un jeu en forme extensive est

1. *un jeu avec* **information imparfaite** *si au moins un ensemble d'information contient plus d'un noeud ;*
2. *un jeu avec* **information parfaite** *si chaque ensemble d'information est réduit à un seul noeud.*

Jeux avec information imparfaite → adaptation du concept de stratégie :

Définition

Dans un jeu avec information imparfaite, chaque **stratégie** *d'un joueur doit préciser une action à choisir pour chaque ensemble d'information de ce joueur.*

Jeux avec information parfaite → on retrouve définition initiale de la stratégie car :
Chaque ensemble d'information = un noeud de décision du joueur.

Jeux avec information imparfaite $\longrightarrow$ adaptation du concept de stratégie :

Définition

Dans un jeu avec information imparfaite, chaque **stratégie** *d'un joueur doit préciser une action à choisir pour chaque ensemble d'information de ce joueur.*

Jeux avec information parfaite $\longrightarrow$ on retrouve définition initiale de la stratégie car :

Chaque ensemble d'information = un noeud de décision du joueur.

Jeux avec information imparfaite $\longrightarrow$ adaptation du concept de stratégie :

Définition

Dans un jeu avec information imparfaite, chaque **stratégie** *d'un joueur doit préciser une action à choisir pour chaque ensemble d'information de ce joueur.*

Jeux avec information parfaite $\longrightarrow$ on retrouve définition initiale de la stratégie car :

Chaque ensemble d'information = un noeud de décision du joueur.

Jeux avec information imparfaite $\longrightarrow$ adaptation du concept de stratégie :

Définition

Dans un jeu avec information imparfaite, chaque **stratégie** *d'un joueur doit préciser une action à choisir pour chaque ensemble d'information de ce joueur.*

Jeux avec information parfaite $\longrightarrow$ on retrouve définition initiale de la stratégie car :

Chaque ensemble d'information = un noeud de décision du joueur.

Jeux avec information imparfaite $\longrightarrow$ adaptation du concept de stratégie :

Définition

Dans un jeu avec information imparfaite, chaque **stratégie** *d'un joueur doit préciser une action à choisir pour chaque ensemble d'information de ce joueur.*

Jeux avec information parfaite $\longrightarrow$ on retrouve définition initiale de la stratégie car :
Chaque ensemble d'information $=$ un noeud de décision du joueur.

Information incomplète

Définition

Un jeu est à **information incomplète** *si au moins un des joueurs ne connaît pas parfaitement la structure du jeu. Dans le cas contraire, il est à information complète.*

→ Troisième partie du cours

Information incomplète

Définition

Un jeu est à **information incomplète** *si au moins un des joueurs ne connaît pas parfaitement la structure du jeu. Dans le cas contraire, il est à information complète.*

$\longrightarrow$ Troisième partie du cours

Information incomplète

Définition

Un jeu est à **information incomplète** *si au moins un des joueurs ne connaît pas parfaitement la structure du jeu.Dans le cas contraire, il est à information complète.*

→ Troisième partie du cours

Information incomplète

Définition

Un jeu est à **information incomplète** *si au moins un des joueurs ne connaît pas parfaitement la structure du jeu.Dans le cas contraire, il est à information complète.*

$\longrightarrow$ Troisième partie du cours

Sections :

Stratégies

Généralisation.

Une *stratégie* d'un joueur → spécification d'une action pour ce joueur chaque fois qu'il est susceptible de jouer

S'il joue à plusieurs tours du jeu → une action pour chacun des tours

Un *profil de stratégies* (résultat) → spécification d'un déroulement complet du jeu en précisant une stratégie par joueur.

Donc : **les stratégies des joueurs doivent nous permettre de dérouler complètement le jeu quand on les combine** (un profil de stratégies).

Stratégies

Généralisation.

Une *stratégie* d'un joueur → spécification d'une action pour ce joueur chaque fois qu'il est susceptible de jouer

S'il joue à plusieurs tours du jeu → une action pour chacun des tours

Un *profil de stratégies* (résultat) → spécification d'un déroulement complet du jeu en précisant une stratégie par joueur.

Donc : **les stratégies des joueurs doivent nous permettre de dérouler complètement le jeu quand on les combine** (un profil de stratégies).

Stratégies

Généralisation.

Une *stratégie* d'un joueur → spécification d'une action pour ce joueur chaque fois qu'il est susceptible de jouer

S'il joue à plusieurs tours du jeu → une action pour chacun des tours

Un *profil de stratégies* (résultat) → spécification d'un déroulement complet du jeu en précisant une stratégie par joueur.

Donc : **les stratégies des joueurs doivent nous permettre de dérouler complètement le jeu quand on les combine** (un profil de stratégies).

Stratégies

Généralisation.

Une *stratégie* d'un joueur → spécification d'une action pour ce joueur chaque fois qu'il est susceptible de jouer

S'il joue à plusieurs tours du jeu → une action pour chacun des tours

Un *profil de stratégies* (résultat) → spécification d'un déroulement complet du jeu en précisant une stratégie par joueur.

Donc : **les stratégies des joueurs doivent nous permettre de dérouler complètement le jeu quand on les combine** (un profil de stratégies).

Stratégies

Généralisation.
Une *stratégie* d'un joueur → spécification d'une action pour ce joueur chaque fois qu'il est susceptible de jouer
S'il joue à plusieurs tours du jeu → une action pour chacun des tours
Un *profil de stratégies* (résultat) → spécification d'un déroulement complet du jeu en précisant une stratégie par joueur.
Donc : **les stratégies des joueurs doivent nous permettre de dérouler complètement le jeu quand on les combine** (un profil de stratégies).

Stratégies

Généralisation.

Une *stratégie* d'un joueur → spécification d'une action pour ce joueur chaque fois qu'il est susceptible de jouer

S'il joue à plusieurs tours du jeu → une action pour chacun des tours

Un *profil de stratégies* (résultat) → spécification d'un déroulement complet du jeu en précisant une stratégie par joueur.

Donc : **les stratégies des joueurs doivent nous permettre de dérouler complètement le jeu quand on les combine** (un profil de stratégies).

Exemple : Le jeu de l'entrée II

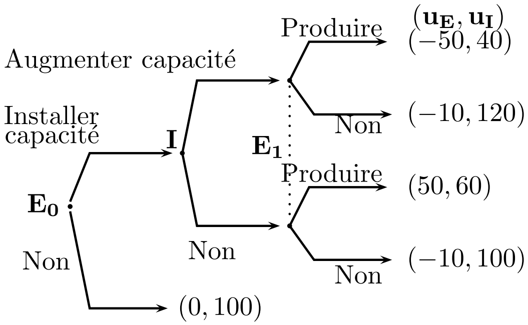


FIG.: Le jeu de l'entrée II

Est-ce $\{Non\}$ peut constituer une stratégie de E ?

Exemple : Le jeu de l'entrée II

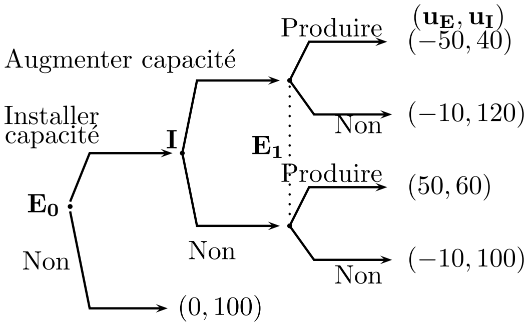
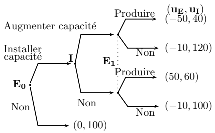


FIG.: Le jeu de l'entrée II

Est-ce $\{Non\}$ peut constituer une stratégie de E ?



Réponse : **Non** car

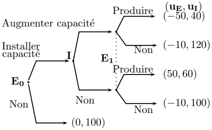
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\longrightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right)$.



Réponse : **Non** car

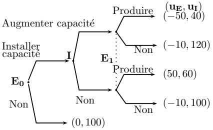
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\longrightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right)$.



Réponse : **Non** car

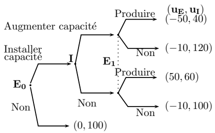
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\longrightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I} \right)$.



Réponse : **Non** car

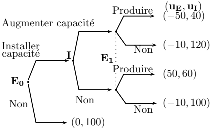
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\rightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right)$.



Réponse : **Non** car

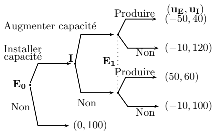
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie → une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right)$.



Réponse : **Non** car

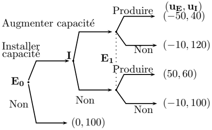
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\rightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right)$.



Réponse : **Non** car

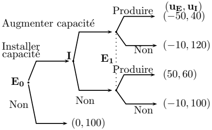
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\rightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ / E_0, Produire\ / E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ / E_0, Produire\ / E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ / I}_{s_I}\right)$.



Réponse : **Non** car

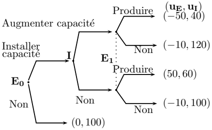
Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie → une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right).$



Réponse : **Non** car

Cette stratégie ne spécifie pas ce que E fait à son ensemble d'information E_1.

Or, chaque stratégie $\rightarrow$ une action **chaque fois que** le joueur est susceptible de jouer.

Pour E : en E_0, mais aussi en E_1

Exemple : $(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)$

Exemple de profil de stratégie : $\left(\underbrace{(Non\ /E_0, Produire\ /E_1)}_{s_E}, \underbrace{Non\ /I}_{s_I}\right).$

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?

Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?

Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.

$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Pourquoi préciser *Produire* $/E_1$ et *Non* $/I$ tandis que le jeu s'arrête après *Non* $/E_0$?
Deux raisons à cela :

- Couvrir les possibilités d'erreur (de la firme E en E_0);
- Permettre le test de l'optimalité des actions : l'optimalité de *Non* $/E_0$ dépendra du résultat qu'on pourrait obtenir avec *Installer* $/E_0$ et ce gain dépendra du choix en E_0 mais aussi en E_1.

Remarque : Ensemble $E_1 \longrightarrow$ une seule action pour E, même s'il joue à deux sommets.
$\longrightarrow$ car il ne peut distinguer ces deux sommets.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1)\,, Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.
Mais,
les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).
Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)
$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.
On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Profil $((Non\ /E_0, Produire\ /E_1), Non\ /I) \rightarrow$ noeud terminal $\rightarrow$ Gains : $(0, 100)$.

Mais,

les stratégies ne sont pas toujours composées d'actions **pures** (*stratégies pures*).

Parfois l'agent peut aussi utiliser une composition aléatoire d'actions (de stratégies pures)

$\rightarrow$ au tennis : 60% de coups droits et 40% de revers.

On parle alors de *stratégies mixtes*.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\rightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\rightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur pour chaque fois qu'il est susceptible de jouer. On note par S_i l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par $s_i \in S_i$ une stratégie pure de ce joueur.*

Définition

Une **stratégie mixte** *du joueur i est une mesure de probabilités p_i définie sur l'ensemble de stratégies pures du joueur i. On note P_i l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i. $p_i \in P_i$ correspond donc à une stratégie mixte du joueur i.*

Jeux en forme extensive $\longrightarrow$ l'information dont nous disposons sur le déroulement du jeu $\longrightarrow$ concepts de stratégie encore plus fins.

Stratégies dans un jeu en forme extensive - I

Stratégies dans **un jeu en forme extensive** :

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est une application s_i qui attribue à chaque ensemble d'information du joueur i une action qu'il est susceptible de choisir dans cet ensemble d'information. S_i représente l'ensemble des stratégies pures du joueur i.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - I

Stratégies dans **un jeu en forme extensive** :

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est une application s_i qui attribue à chaque ensemble d'information du joueur i une action qu'il est susceptible de choisir dans cet ensemble d'information. S_i représente l'ensemble des stratégies pures du joueur i.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - I

Stratégies dans **un jeu en forme extensive** :

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est une application s_i qui attribue à chaque ensemble d'information du joueur i une action qu'il est susceptible de choisir dans cet ensemble d'information. S_i représente l'ensemble des stratégies pures du joueur i.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - I

Stratégies dans **un jeu en forme extensive** :

Définition

Une **stratégie pure** *du joueur i est une application s_i qui attribue à chaque ensemble d'information du joueur i une action qu'il est susceptible de choisir dans cet ensemble d'information. S_i représente l'ensemble des stratégies pures du joueur i.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - II

Définition

Une **stratégie locale** *du joueur i est similaire à une stratégie mixte, sauf qu'elle est définie au niveau d'un ensemble d'information, au lieu du jeu global. Pour un joueur i, elle définit par conséquent, pour chaque ensemble d'information h, une mesure de probabilités sur l'ensemble des actions disponibles en cet ensemble d'information. On la note par π_{ih} (la stratégie locale du joueur i à son ensemble d'information h) et Π_{ih} est l'ensemble des stratégies locales de i pour l'ensemble d'information h.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - II

Définition

Une **stratégie locale** *du joueur i est similaire à une stratégie mixte, sauf qu'elle est définie au niveau d'un ensemble d'information, au lieu du jeu global. Pour un joueur i, elle définit par conséquent, pour chaque ensemble d'information h, une mesure de probabilités sur l'ensemble des actions disponibles en cet ensemble d'information. On la note par π_{ih} (la stratégie locale du joueur i à son ensemble d'information h) et Π_{ih} est l'ensemble des stratégies locales de i pour l'ensemble d'information h.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - II

Définition

Une **stratégie locale** *du joueur i est similaire à une stratégie mixte, sauf qu'elle est définie au niveau d'un ensemble d'information, au lieu du jeu global. Pour un joueur i, elle définit par conséquent, pour chaque ensemble d'information h, une mesure de probabilités sur l'ensemble des actions disponibles en cet ensemble d'information. On la note par π_{ih} (la stratégie locale du joueur i à son ensemble d'information h) et Π_{ih} est l'ensemble des stratégies locales de i pour l'ensemble d'information h.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - II

Définition

Une **stratégie locale** *du joueur i est similaire à une stratégie mixte, sauf qu'elle est définie au niveau d'un ensemble d'information, au lieu du jeu global. Pour un joueur i, elle définit par conséquent, pour chaque ensemble d'information h, une mesure de probabilités sur l'ensemble des actions disponibles en cet ensemble d'information. On la note par π_{ih} (la stratégie locale du joueur i à son ensemble d'information h) et Π_{ih} est l'ensemble des stratégies locales de i pour l'ensemble d'information h.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - II

Définition

Une **stratégie locale** *du joueur i est similaire à une stratégie mixte, sauf qu'elle est définie au niveau d'un ensemble d'information, au lieu du jeu global. Pour un joueur i, elle définit par conséquent, pour chaque ensemble d'information h, une mesure de probabilités sur l'ensemble des actions disponibles en cet ensemble d'information. On la note par π_{ih} (la stratégie locale du joueur i à son ensemble d'information h) et Π_{ih} est l'ensemble des stratégies locales de i pour l'ensemble d'information h.*

Stratégies dans un jeu en forme extensive - III

Définition

Une **stratégie comportementale** *du joueur i est un vecteur de stratégies locales de ce joueur, contenant une stratégie comportementale par ensemble d'information de ce joueur. On la note par π_i et Π_i est l'ensemble des stratégies comportementales du joueur i.*

Stratégies mixtes $\longrightarrow$ définies de la même manière qu'avant, en tenant compte de la nouvelle définition de S_i.

Stratégies dans un jeu en forme extensive - III

Définition

Une **stratégie comportementale** *du joueur i est un vecteur de stratégies locales de ce joueur, contenant une stratégie comportementale par ensemble d'information de ce joueur. On la note par π_i et Π_i est l'ensemble des stratégies comportementales du joueur i.*

Stratégies mixtes $\longrightarrow$ définies de la même manière qu'avant, en tenant compte de la nouvelle définition de S_i.

Stratégies dans un jeu en forme extensive - III

Définition

Une **stratégie comportementale** *du joueur i est un vecteur de stratégies locales de ce joueur, contenant une stratégie comportementale par ensemble d'information de ce joueur. On la note par π_i et Π_i est l'ensemble des stratégies comportementales du joueur i.*

Stratégies mixtes $\longrightarrow$ définies de la même manière qu'avant, en tenant compte de la nouvelle définition de S_i.

Stratégies dans un jeu en forme extensive - III

Définition

Une **stratégie comportementale** *du joueur i est un vecteur de stratégies locales de ce joueur, contenant une stratégie comportementale par ensemble d'information de ce joueur. On la note par π_i et Π_i est l'ensemble des stratégies comportementales du joueur i.*

Stratégies mixtes $\longrightarrow$ définies de la même manière qu'avant, en tenant compte de la nouvelle définition de S_i.

Une batterie de concepts de stratégies :

- stratégies pures (tout jeu) ;
- stratégies mixtes (tout jeu) ;
- stratégies locales (forme extensive) ;
- stratégies comportementales (forme extensive).

Une batterie de concepts de stratégies :

- stratégies pures (tout jeu) ;
- stratégies mixtes (tout jeu) ;
- stratégies locales (forme extensive) ;
- stratégies comportementales (forme extensive).

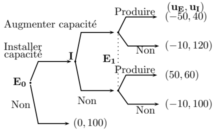
Une batterie de concepts de stratégies :

- stratégies pures (tout jeu) ;
- stratégies mixtes (tout jeu) ;
- stratégies locales (forme extensive) ;
- stratégies comportementales (forme extensive).

Une batterie de concepts de stratégies :

- stratégies pures (tout jeu) ;
- stratégies mixtes (tout jeu) ;
- stratégies locales (forme extensive) ;
- stratégies comportementales (forme extensive).

Retour à l'exemple



Les ensembles de stratégies des deux joueurs :

$E \longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)

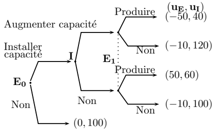
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

$I \longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



Les ensembles de stratégies des deux joueurs :

$E \longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)

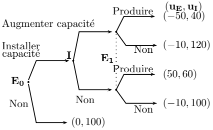
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c}\{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\}\end{array}$$

$I \longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



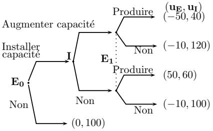
Les ensembles de stratégies des deux joueurs :
$E \longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

$I \longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



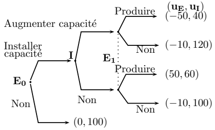
Les ensembles de stratégies des deux joueurs :
E $\longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

I $\longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



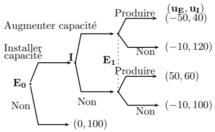
Les ensembles de stratégies des deux joueurs :
$E \longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

$I \longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



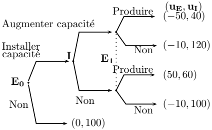
Les ensembles de stratégies des deux joueurs :
E $\longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

I $\longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



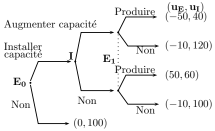
Les ensembles de stratégies des deux joueurs :
E $\longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

I $\longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

Retour à l'exemple



Les ensembles de stratégies des deux joueurs :
$E \longrightarrow$ deux ensembles d'information (E_0 et E_1)
Stratégies $\longrightarrow$ une action en E_0 et une autre en E_1 :

$$S_E = \begin{array}{c} \{(Installer/E_0, Produire/E_1), (Installer/E_0, Non/E_1), \\ (Non/E_0, Produire/E_1), (Non/E_0, Non/E_1)\} \end{array}$$

$I \longrightarrow$ un seul ensemble d'information (I) et 2 actions à cet ensemble d'information :

$$S_I = \{Augmenter/I, Non/I\} = \{Augmenter, Non\}$$

→ La forme normale de ce jeu :

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Les gains $(-50, 40) \rightarrow u_E\left((Installer, Produire), Augmenter\right) = -50$ et $u_I\left((Installer, Produire), Augmenter\right) = 40$.

$\longrightarrow$ La forme normale de ce jeu :

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Les gains $(-50, 40) \longrightarrow u_E\left((Installer, Produire), Augmenter\right) = -50$ et $u_I\left((Installer, Produire), Augmenter\right) = 40$.

→ La forme normale de ce jeu :

		I	
		Augmenter	*Non*
	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
E	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Les gains $(-50, 40) \rightarrow u_E\left(\left(Installer, Produire\right), Augmenter\right) = -50$ et $u_I\left(\left(Installer, Produire\right), Augmenter\right) = 40$.

Remarque

Définition correcte des stratégies $\longrightarrow$ représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \qquad (1)$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies $\longrightarrow$ représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \qquad (1)$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies $\longrightarrow$ représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \qquad (1)$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies → représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \qquad (1)$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies → représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \qquad (1)$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$

$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$

$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$

$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies $\longrightarrow$ représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \tag{1}$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies → représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \tag{1}$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies $\longrightarrow$ représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \tag{1}$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Remarque

Définition correcte des stratégies $\longrightarrow$ représentation sous forme normale de tout jeu sous forme extensive.

Une stratégie mixte du joueur E va assigner des probabilités à chacune de ses stratégies pures : $p_E(s) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s \in S_E} p_E(s) = 1 \tag{1}$$

Un exemple de stratégie mixte, p_E est

$$p_E(Installer/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Installer/E_0, Non/E_1) = \frac{3}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Produire/E_1) = \frac{1}{5};$$
$$p_E(Non/E_0, Non/E_1) = 0$$

Autre exemple de stratégie mixte :

$$p_E\left(Installer/E_0, Produire/E_1\right) = 1$$

$\rightarrow$ la stratégie pure $\left(Installer/E_0, Produire/E_1\right)$
Stratégies pures = stratégies mixtes *dégénérées*.

Autre exemple de stratégie mixte :

$$p_E\left(Installer/E_0, Produire/E_1\right) = 1$$

$\rightarrow$ la stratégie pure $\left(Installer/E_0, Produire/E_1\right)$

Stratégies pures = stratégies mixtes *dégénérées*.

Autre exemple de stratégie mixte :

$$p_E\left(Installer/E_0, Produire/E_1\right) = 1$$

$\rightarrow$ la stratégie pure $\left(Installer/E_0, Produire/E_1\right)$
Stratégies pures = stratégies mixtes *dégénérées*.

Jouer une stratégie mixte :

$\longrightarrow$ tirer au hasard une des stratégies pures en respectant la distribution de probabilités spécifiée par la stratégie mixte,

$\longrightarrow$ comme si le joueur jetait un dé au début du jeu pour choisir ses actions effectives,

$\longrightarrow$ ce dé étant pipé de manière à respecter les probabilités de la stratégie mixte utilisée).

Jouer une stratégie mixte :
$\longrightarrow$ tirer au hasard une des stratégies pures en respectant la distribution de probabilités spécifiée par la stratégie mixte,
$\longrightarrow$ comme si le joueur jetait un dé au début du jeu pour choisir ses actions effectives,
$\longrightarrow$ ce dé étant pipé de manière à respecter les probabilités de la stratégie mixte utilisée).

Jouer une stratégie mixte :
$\longrightarrow$ tirer au hasard une des stratégies pures en respectant la distribution de probabilités spécifiée par la stratégie mixte,
$\longrightarrow$ comme si le joueur jetait un dé au début du jeu pour choisir ses actions effectives,
$\longrightarrow$ ce dé étant pipé de manière à respecter les probabilités de la stratégie mixte utilisée).

Jouer une stratégie mixte :
$\longrightarrow$ tirer au hasard une des stratégies pures en respectant la distribution de probabilités spécifiée par la stratégie mixte,
$\longrightarrow$ comme si le joueur jetait un dé au début du jeu pour choisir ses actions effectives,
$\longrightarrow$ ce dé étant pipé de manière à respecter les probabilités de la stratégie mixte utilisée).

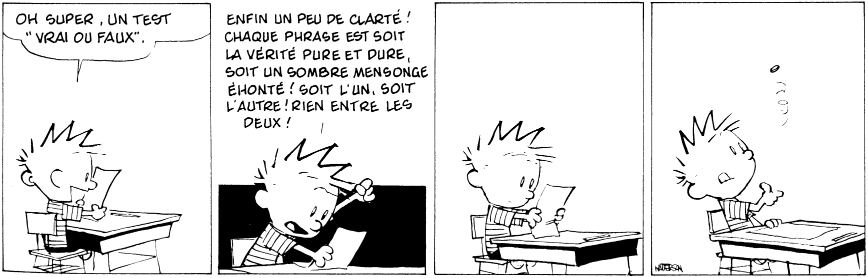


FIG.: Faut-il toujours mixer ?...

[KB] Sections 2.1 et 2.2 pour les distributions de probabilités.

Stratégies locales du joueur i à l'ensemble d'information h : $\pi_{ih}(s_i) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s_i \in h} \pi_{ih}(s_i) = 1 \qquad (2)$$

Pour le joueur E, le profil de stratégies locales

$$en\ E_0 : \pi_{EE_0}(Installer) = \frac{1}{2},\ \pi_{EE_0}(Non) = \frac{1}{2}$$
$$en\ E_1 : \pi_{EE_1}(Produire) = \frac{1}{4},\ \pi_{EE_1}(Non) = \frac{3}{4}$$

$\longrightarrow$ une stratégie comportementale.

Stratégies locales du joueur i à l'ensemble d'information h : $\pi_{ih}(s_i) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s_i \in h} \pi_{ih}(s_i) = 1 \qquad (2)$$

Pour le joueur E, le profil de stratégies locales

$$en\ E_0 : \pi_{EE_0}(Installer) = \frac{1}{2},\ \pi_{EE_0}(Non) = \frac{1}{2}$$
$$en\ E_1 : \pi_{EE_1}(Produire) = \frac{1}{4},\ \pi_{EE_1}(Non) = \frac{3}{4}$$

$\longrightarrow$ une stratégie comportementale.

Stratégies locales du joueur i à l'ensemble d'information h : $\pi_{ih}(s_i) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s_i \in h} \pi_{ih}(s_i) = 1 \qquad (2)$$

Pour le joueur E, le profil de stratégies locales

$$en\ E_0 : \pi_{EE_0}(Installer) = \frac{1}{2},\ \pi_{EE_0}(Non) = \frac{1}{2}$$

$$en\ E_1 : \pi_{EE_1}(Produire) = \frac{1}{4},\ \pi_{EE_1}(Non) = \frac{3}{4}$$

$\longrightarrow$ une stratégie comportementale.

Stratégies locales du joueur i à l'ensemble d'information h : $\pi_{ih}(s_i) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s_i \in h} \pi_{ih}(s_i) = 1 \tag{2}$$

Pour le joueur E, le profil de stratégies locales

$$\begin{aligned} en\ E_0 : \pi_{EE_0}(Installer) = \frac{1}{2},\ \pi_{EE_0}(Non) = \frac{1}{2} \\ en\ E_1 : \pi_{EE_1}(Produire) = \frac{1}{4},\ \pi_{EE_1}(Non) = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ une stratégie comportementale.

Stratégies locales du joueur i à l'ensemble d'information h : $\pi_{ih}(s_i) \in [0,1]$ avec

$$\sum_{s_i \in h} \pi_{ih}(s_i) = 1 \tag{2}$$

Pour le joueur E, le profil de stratégies locales

$$\begin{aligned} en\ E_0 : \pi_{EE_0}(Installer) = \frac{1}{2},\ \pi_{EE_0}(Non) = \frac{1}{2} \\ en\ E_1 : \pi_{EE_1}(Produire) = \frac{1}{4},\ \pi_{EE_1}(Non) = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ une stratégie comportementale.

Stratégie comportementale → une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.

→ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.

≠ Stratégies mixtes → probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur → sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.

Jouer une stratégie mixte → jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.

Jouer une stratégie comportementale → suivre le déroulement temporel du jeu → tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale → une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
→ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
≠ Stratégies mixtes → probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur → sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte → jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale → suivre le déroulement temporel du jeu → tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale $\rightarrow$ une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
$\rightarrow$ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
$\neq$ Stratégies mixtes $\rightarrow$ probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur $\rightarrow$ sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte $\rightarrow$ jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale $\rightarrow$ suivre le déroulement temporel du jeu $\rightarrow$ tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale → une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
→ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
≠ Stratégies mixtes → probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur → sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte → jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale → suivre le déroulement temporel du jeu → tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale → une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
→ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
≠ Stratégies mixtes → probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur → sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte → jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale → suivre le déroulement temporel du jeu → tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale $\longrightarrow$ une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
$\longrightarrow$ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
$\neq$ Stratégies mixtes $\longrightarrow$ probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur $\longrightarrow$ sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte $\longrightarrow$ jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale $\longrightarrow$ suivre le déroulement temporel du jeu $\longrightarrow$ tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale $\longrightarrow$ une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
$\longrightarrow$ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
$\neq$ Stratégies mixtes $\longrightarrow$ probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur $\longrightarrow$ sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte $\longrightarrow$ jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale $\longrightarrow$ suivre le déroulement temporel du jeu $\longrightarrow$ tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale $\longrightarrow$ une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
$\longrightarrow$ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
$\neq$ Stratégies mixtes $\longrightarrow$ probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur $\longrightarrow$ sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte $\longrightarrow$ jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale $\longrightarrow$ suivre le déroulement temporel du jeu $\longrightarrow$ tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Stratégie comportementale $\rightarrow$ une distribution de probabilités (stratégie locale) par ensemble d'information du joueur.
$\rightarrow$ Les probabilités sur l'ensemble d'actions élémentaires contenues dans cet ensemble d'information.
$\neq$ Stratégies mixtes $\rightarrow$ probabilités sur l'ensemble des stratégies pures du joueur $\rightarrow$ sur le déroulement total du jeu pour ce joueur.
Jouer une stratégie mixte $\rightarrow$ jouer une seule fois, quand chaque joueur fait son tirage au sort, au début du jeu.
Jouer une stratégie comportementale $\rightarrow$ suivre le déroulement temporel du jeu $\rightarrow$ tirage au sort à chacun des ensembles d'information, une fois que cet ensemble est atteint.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact) Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

[GU] pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact) Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

 **[GU]** pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact)
Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

[GU] pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact)
Leur construction comme une combinaison convexe $\longrightarrow$ la convexité.
$\longrightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

[GU] pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact) Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

[GU] pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact)
Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

[GU] pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact)
Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

[GU] pages 41-47.

Pourquoi des stratégies mixtes ?

- généralisation des stratégies pures ;
- adaptation à certaines situations où il n'est pas optimal pour un joueur de s'engager à une action unique de manière certaine ;
- qualités techniques : convexité et compacité des ensembles de stratégies.

Les stratégies mixtes projettent l'ensemble de stratégies pures sur l'intervalle $[0, 1]$ et donc sur un ensemble fermé et borné (donc compact)
Leur construction comme une combinaison convexe $\rightarrow$ la convexité.
$\rightarrow$ Importance quand on s'intéressera à l'existence des solutions pour les jeux.

 **[GU]** pages 41-47.

Sections :

Objectif :
Résultats possibles du jeu $\longrightarrow$ solutions du jeu $\longleftarrow$ résultats d'équilibre.

Notation

Considérons le profil de stratégies qui contient les stratégies de tous les joueurs **sauf** *le joueur i. Nous pouvons alors le noter de la manière suivante :*

$$s_{-i} = \left(s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n\right), \quad s_{-i} \in \underset{j \neq i}{X} S_j$$

Le profil de stratégies complet s correspond alors à $s = (s_i, s_{-i})$.

Objectif :
Résultats possibles du jeu $\longrightarrow$ solutions du jeu $\longleftarrow$ résultats d'équilibre.

Notation

Considérons le profil de stratégies qui contient les stratégies de tous les joueurs **sauf** *le joueur i. Nous pouvons alors le noter de la manière suivante :*

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)\,, \quad s_{-i} \in \mathop{X}_{j \neq i} S_j$$

Le profil de stratégies complet s correspond alors à $s = (s_i, s_{-i})$.

Objectif :
Résultats possibles du jeu $\longrightarrow$ solutions du jeu $\longleftarrow$ résultats d'équilibre.

Notation

Considérons le profil de stratégies qui contient les stratégies de tous les joueurs **sauf** *le joueur i. Nous pouvons alors le noter de la manière suivante :*

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n), \quad s_{-i} \in \underset{j \neq i}{\times} S_j$$

Le profil de stratégies complet s correspond alors à $s = (s_i, s_{-i})$.

Objectif :
Résultats possibles du jeu $\longrightarrow$ solutions du jeu $\longleftarrow$ résultats d'équilibre.

Notation

Considérons le profil de stratégies qui contient les stratégies de tous les joueurs **sauf** *le joueur i. Nous pouvons alors le noter de la manière suivante :*

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n), \quad s_{-i} \in \underset{j \neq i}{X} S_j$$

Le profil de stratégies complet s correspond alors à $s = (s_i, s_{-i})$.

Objectif :
Résultats possibles du jeu $\longrightarrow$ solutions du jeu $\longleftarrow$ résultats d'équilibre.

Notation

Considérons le profil de stratégies qui contient les stratégies de tous les joueurs **sauf** *le joueur* i. *Nous pouvons alors le noter de la manière suivante :*

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)\,, \quad s_{-i} \in \underset{j \neq i}{X} S_j$$

Le profil de stratégies complet s *correspond alors à* $s = (s_i, s_{-i})$.

Avant de chercher les équilibres d'un jeu (partie suivante)
$\longrightarrow$ essayer de simplifier ce jeu **en éliminant** des stratégies redondantes et/ou des stratégies ouvertement inférieures à d'autres.
$\longrightarrow$ Simplification du jeu, voire sa résolution.
$\longrightarrow$ **Mais**, réduction de l'information qu'on représente dans le jeu.

Avant de chercher les équilibres d'un jeu (partie suivante)
$\longrightarrow$ essayer de simplifier ce jeu **en éliminant** des stratégies redondantes et/ou des stratégies ouvertement inférieures à d'autres.
$\longrightarrow$ Simplification du jeu, voire sa résolution.
$\longrightarrow$ **Mais**, réduction de l'information qu'on représente dans le jeu.

Avant de chercher les équilibres d'un jeu (partie suivante)
$\longrightarrow$ essayer de simplifier ce jeu **en éliminant** des stratégies redondantes et/ou des stratégies ouvertement inférieures à d'autres.
$\longrightarrow$ Simplification du jeu, voire sa résolution.
$\longrightarrow$ **Mais**, réduction de l'information qu'on représente dans le jeu.

Elimination des stratégies équivalentes

Première idée : éliminer certaines des stratégies qui semblent redondantes$\longrightarrow$ *Stratégies équivalentes*

Définition

Deux stratégies s_i et s_i' sont **équivalentes** *si et seulement si,* **pour tout profil de stratégies donné des autres joueurs,** *tous les joueurs obtiennent la même utilité quand i joue s_i ou s_i'*

$$\forall j \in I, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad u_j\left(s_i, s_{-i}\right) = u_j\left(s_i', s_{-i}\right).$$

Toutes les stratégies équivalentes à une stratégie s_i forment une classe d'équivalence.

Elimination des stratégies équivalentes

Première idée : éliminer certaines des stratégies qui semblent redondantes→ *Stratégies équivalentes*

Définition

Deux stratégies s_i et s'_i sont **équivalentes** *si et seulement si,* **pour tout profil de stratégies donné des autres joueurs,** *tous les joueurs obtiennent la même utilité quand i joue s_i ou s'_i*

$$\forall j \in I, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad u_j\left(s_i, s_{-i}\right) = u_j\left(s'_i, s_{-i}\right).$$

Toutes les stratégies équivalentes à une stratégie s_i forment une classe d'équivalence.

Elimination des stratégies équivalentes

Première idée : éliminer certaines des stratégies qui semblent redondantes$\longrightarrow$ *Stratégies équivalentes*

Définition

Deux stratégies s_i et s_i' sont **équivalentes** *si et seulement si,* **pour tout profil de stratégies donné des autres joueurs,** *tous les joueurs obtiennent la même utilité quand i joue s_i ou s_i'*

$$\forall j \in I, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad u_j\left(s_i, s_{-i}\right) = u_j\left(s_i', s_{-i}\right).$$

Toutes les stratégies équivalentes à une stratégie s_i forment une classe d'équivalence.

Elimination des stratégies équivalentes

Première idée : éliminer certaines des stratégies qui semblent redondantes$\rightarrow$ *Stratégies équivalentes*

Définition

Deux stratégies s_i et s_i' sont **équivalentes** *si et seulement si,* **pour tout profil de stratégies donné des autres joueurs,** *tous les joueurs obtiennent la même utilité quand i joue s_i ou s_i'*

$$\forall j \in I, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad u_j\left(s_i, s_{-i}\right) = u_j\left(s_i', s_{-i}\right).$$

Toutes les stratégies équivalentes à une stratégie s_i forment une classe d'équivalence.

Elimination des stratégies équivalentes

Première idée : éliminer certaines des stratégies qui semblent redondantes$\rightarrow$ *Stratégies équivalentes*

Définition

Deux stratégies s_i et s_i' sont **équivalentes** *si et seulement si,* **pour tout profil de stratégies donné des autres joueurs,** *tous les joueurs obtiennent la même utilité quand i joue s_i ou s_i'*

$$\forall j \in I, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad u_j\left(s_i, s_{-i}\right) = u_j\left(s_i', s_{-i}\right).$$

Toutes les stratégies équivalentes à une stratégie s_i forment une classe d'équivalence.

Elimination des stratégies équivalentes

Première idée : éliminer certaines des stratégies qui semblent redondantes$\longrightarrow$ *Stratégies équivalentes*

Définition

Deux stratégies s_i et s_i' sont **équivalentes** *si et seulement si,* **pour tout profil de stratégies donné des autres joueurs,** *tous les joueurs obtiennent la même utilité quand i joue s_i ou s_i'*

$$\forall j \in I, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad u_j\left(s_i, s_{-i}\right) = u_j\left(s_i', s_{-i}\right).$$

Toutes les stratégies équivalentes à une stratégie s_i forment une classe d'équivalence.

Définition

La forme normale réduite *d'un jeu s'obtient à partir de la forme normale initiale en remplaçant toutes les stratégies d'une classe d'équivalence par une seule stratégie.*

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Toutes les stratégies du joueur E qui contiennent l'action Non/E_0 sont *équivalentes*.

car ces stratégies terminent le jeu

Remplacer $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et $(Non/E_0, Non/E_1)$ par (Non/E_0)
$\longrightarrow$ la forme normale réduite du jeu.

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Toutes les stratégies du joueur E qui contiennent l'action Non/E_0 sont *équivalentes*.
car ces stratégies terminent le jeu

Remplacer $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et $(Non/E_0, Non/E_1)$ par (Non/E_0)
$\longrightarrow$ la forme normale réduite du jeu.

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Toutes les stratégies du joueur E qui contiennent l'action Non/E_0 sont *équivalentes*.
car ces stratégies terminent le jeu

Remplacer $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et $(Non/E_0, Non/E_1)$ par (Non/E_0)
$\longrightarrow$ la forme normale réduite du jeu.

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

Toutes les stratégies du joueur E qui contiennent l'action Non/E_0 sont *équivalentes*.
car ces stratégies terminent le jeu

Remplacer $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et $(Non/E_0, Non/E_1)$ par (Non/E_0)
$\longrightarrow$ la forme normale réduite du jeu.

		I	
		Augmenter	*Non*
	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
E	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Elimination des stratégies équivalentes

Mais

Élimination → perte des choix possibles du joueur E en E_1, entre *Produire* et *Non*, et des *erreurs* qui peuvent accompagner ces choix (qui pourraient par exemple indiquer que E n'est pas très rationnel).

Autre simplification possible → se baser sur une évaluation des stratégies.

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Elimination des stratégies équivalentes

Mais

Élimination $\rightarrow$ perte des choix possibles du joueur E en E_1, entre *Produire* et *Non*, et des *erreurs* qui peuvent accompagner ces choix (qui pourraient par exemple indiquer que E n'est pas très rationnel).

Autre simplification possible $\rightarrow$ se baser sur une évaluation des stratégies.

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Elimination des stratégies équivalentes

Mais
Élimination $\longrightarrow$ perte des choix possibles du joueur E en E_1, entre *Produire* et *Non*, et des *erreurs* qui peuvent accompagner ces choix (qui pourraient par exemple indiquer que E n'est pas très rationnel).
Autre simplification possible $\longrightarrow$ se baser sur une évaluation des stratégies.

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Elimination des stratégies équivalentes

Mais
Élimination $\rightarrow$ perte des choix possibles du joueur E en E_1, entre *Produire* et *Non*, et des *erreurs* qui peuvent accompagner ces choix (qui pourraient par exemple indiquer que E n'est pas très rationnel).
Autre simplification possible $\rightarrow$ se baser sur une évaluation des stratégies.

		I	
		Augmenter	*Non*
	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
E	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Elimination des stratégies équivalentes

Mais
Élimination $\rightarrow$ perte des choix possibles du joueur E en E_1, entre *Produire* et *Non*, et des *erreurs* qui peuvent accompagner ces choix (qui pourraient par exemple indiquer que E n'est pas très rationnel).
Autre simplification possible $\rightarrow$ se baser sur une évaluation des stratégies.

Stratégies dominées

Certaines stratégies $\longrightarrow$ globalement plus mauvaises que d'autres.
Alors, jamais choisies par des joueurs rationnels.
$\longrightarrow$ Élimination pour réduire le jeu

Stratégies dominées

Certaines stratégies $\longrightarrow$ globalement plus mauvaises que d'autres.
Alors, jamais choisies par des joueurs rationnels.
$\longrightarrow$ Élimination pour réduire le jeu

Stratégies dominées

Certaines stratégies $\longrightarrow$ globalement plus mauvaises que d'autres.
Alors, jamais choisies par des joueurs rationnels.
$\longrightarrow$ Élimination pour réduire le jeu

Définition

La stratégie p_i du joueur i est **strictement dominée** *par la stratégie p'_i si et seulement si,* **quelque soit le comportement des autres joueurs**, *le joueur i obtient avec p_i une utilité strictement inférieure à celle obtenue avec p'_i*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$

La stratégie p_i est **faiblement dominée** *par p'_i si l'inégalité est faible pour toutes les stratégies des autres joueurs et qu'il existe au moins un profil de stratégies des autres joueurs pour lequel l'utilité avec p_i est strictement inférieure à celle avec p'_i*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) \leq u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$
$$et\ \exists p_{-i} \in P_{-i} \mid u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$

Définition

La stratégie p_i du joueur i est **strictement dominée** *par la stratégie p_i' si et seulement si,* **quelque soit le comportement des autres joueurs**, *le joueur i obtient avec p_i une utilité strictement inférieure à celle obtenue avec p_i'*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p_i', p_{-i}\right)$$

La stratégie p_i est **faiblement dominée** *par p_i' si l'inégalité est faible pour toutes les stratégies des autres joueurs et qu'il existe au moins un profil de stratégies des autres joueurs pour lequel l'utilité avec p_i est strictement inférieure à celle avec p_i'*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) \leq u_i\left(p_i', p_{-i}\right)$$
$$\text{et } \exists p_{-i} \in P_{-i} \mid u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p_i', p_{-i}\right)$$

Définition

La stratégie p_i du joueur i est **strictement dominée** *par la stratégie p'_i si et seulement si,* **quelque soit le comportement des autres joueurs**, *le joueur i obtient avec p_i une utilité strictement inférieure à celle obtenue avec p'_i*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$

La stratégie p_i est **faiblement dominée** *par p'_i si l'inégalité est faible pour toutes les stratégies des autres joueurs et qu'il existe au moins un profil de stratégies des autres joueurs pour lequel l'utilité avec p_i est strictement inférieure à celle avec p'_i*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) \leq u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$
$$\text{et } \exists p_{-i} \in P_{-i} \mid u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$

Définition

La stratégie p_i du joueur i est **strictement dominée** *par la stratégie p_i' si et seulement si,* **quelque soit le comportement des autres joueurs**, *le joueur i obtient avec p_i une utilité strictement inférieure à celle obtenue avec p_i'*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p_i', p_{-i}\right)$$

La stratégie p_i est **faiblement dominée** *par p_i' si l'inégalité est faible pour toutes les stratégies des autres joueurs et qu'il existe au moins un profil de stratégies des autres joueurs pour lequel l'utilité avec p_i est strictement inférieure à celle avec p_i'*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) \leq u_i\left(p_i', p_{-i}\right)$$
$$et\ \exists p_{-i} \in P_{-i} \mid u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p_i', p_{-i}\right)$$

Définition

La stratégie p_i du joueur i est **strictement dominée** *par la stratégie p'_i si et seulement si,* **quelque soit le comportement des autres joueurs**, *le joueur i obtient avec p_i une utilité strictement inférieure à celle obtenue avec p'_i*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$

La stratégie p_i est **faiblement dominée** *par p'_i si l'inégalité est faible pour toutes les stratégies des autres joueurs et qu'il existe au moins un profil de stratégies des autres joueurs pour lequel l'utilité avec p_i est strictement inférieure à celle avec p'_i*

$$\forall p_{-i} \in P_{-i},\ u_i\left(p_i, p_{-i}\right) \leq u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$
$$et\ \exists p_{-i} \in P_{-i} \mid u_i\left(p_i, p_{-i}\right) < u_i\left(p'_i, p_{-i}\right)$$

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

La stratégie $(Installer/E_0, Non/E_1)$ est strictement dominée par $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et par $(Non/E_0, Non/E_1)$.

$\longrightarrow$ E ne devrait jamais choisir la stratégie $(Installer/E_0, Non/E_1)$ en présence des stratégies $(Non/E_0, Produire/E_1)$ ou $(Non/E_0, Non/E_1)$.

$\longrightarrow$ On peut donc éliminer $(Installer/E_0, Non/E_1)$ $\longrightarrow$ Jeu réduit.

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

La stratégie $(Installer/E_0, Non/E_1)$ est strictement dominée par $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et par $(Non/E_0, Non/E_1)$.
$\rightarrow$ E ne devrait jamais choisir la stratégie $(Installer/E_0, Non/E_1)$ en présence des stratégies $(Non/E_0, Produire/E_1)$ ou $(Non/E_0, Non/E_1)$.
$\rightarrow$ On peut donc éliminer $(Installer/E_0, Non/E_1)$ $\rightarrow$ Jeu réduit.

Reprise de l'exemple

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	$(Installer/E_0, Non/E_1)$	$(-10, 120)$	$(-10, 100)$
	$(Non/E_0, Produire/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$
	$(Non/E_0, Non/E_1)$	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: La forme normale du jeu de l'Entrée II

La stratégie $(Installer/E_0, Non/E_1)$ est strictement dominée par $(Non/E_0, Produire/E_1)$ et par $(Non/E_0, Non/E_1)$.
$\rightarrow$ E ne devrait jamais choisir la stratégie $(Installer/E_0, Non/E_1)$ en présence des stratégies $(Non/E_0, Produire/E_1)$ ou $(Non/E_0, Non/E_1)$.
$\rightarrow$ On peut donc éliminer $(Installer/E_0, Non/E_1)$ $\rightarrow$ Jeu réduit.

En cumulant les deux types d'élimination :

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Le jeu réduit

$\longrightarrow$ Nous ne pouvons encore prédire les résultats effectifs du jeu car la stratégie *Augmenter* de *I* n'est que **faiblement dominée** par sa stratégie *N* (égalité si *E* joue (Non/E_0))
$\longrightarrow$ on ne peut être sûr que *I* choisira *Non* en présence de *Augmenter*.

En cumulant les deux types d'élimination :

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Le jeu réduit

$\longrightarrow$ Nous ne pouvons encore prédire les résultats effectifs du jeu car la stratégie *Augmenter* de *I* n'est que **faiblement dominée** par sa stratégie *N* (égalité si *E* joue (Non/E_0))
$\longrightarrow$ on ne peut être sûr que *I* choisira *Non* en présence de *Augmenter*.

En cumulant les deux types d'élimination :

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Le jeu réduit

$\longrightarrow$ Nous ne pouvons encore prédire les résultats effectifs du jeu car la stratégie *Augmenter* de I n'est que **faiblement dominée** par sa stratégie N (égalité si E joue (Non/E_0))

$\longrightarrow$ on ne peut être sûr que I choisira *Non* en présence de *Augmenter*.

En cumulant les deux types d'élimination :

		I	
		Augmenter	*Non*
E	$(Installer/E_0, Produire/E_1)$	$(-50, 40)$	$(50, 60)$
	(Non/E_0)	$(0, 100)$	$(0, 100)$

TAB.: Le jeu réduit

$\longrightarrow$ Nous ne pouvons encore prédire les résultats effectifs du jeu car la stratégie *Augmenter* de I n'est que **faiblement dominée** par sa stratégie N (égalité si E joue (Non/E_0))
$\longrightarrow$ on ne peut être sûr que I choisira *Non* en présence de *Augmenter*.

Reprise : Dilemme du prisonier

		Clyde	
		N	*D*
Bonnie	*N*	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
	D	$(0, -10)$	$(-8, -8)$

$\longrightarrow$ N est strictement dominé par D pour les deux joueurs.
$\longrightarrow$ Élimination des stratégies strictement dominées $\longrightarrow$ la solution : (D, D).
$\longrightarrow$ Unicité $\longrightarrow$ une prédiction assez claire et intuitive sur le résultat possible du jeu.
Mais, c'est un type de solution assez rare.

Reprise : Dilemme du prisonier

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1,-1)$	$(-10,0)$
	D	$(0,-10)$	$(-8,-8)$

$\rightarrow$ N est strictement dominé par D pour les deux joueurs.

$\rightarrow$ Élimination des stratégies strictement dominées $\rightarrow$ la solution : (D,D).

$\rightarrow$ Unicité $\rightarrow$ une prédiction assez claire et intuitive sur le résultat possible du jeu.

Mais, c'est un type de solution assez rare.

Reprise : Dilemme du prisonier

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1,-1)$	$(-10,0)$
	D	$(0,-10)$	$(-8,-8)$

$\rightarrow$ N est strictement dominé par D pour les deux joueurs.

$\rightarrow$ Élimination des stratégies strictement dominées $\rightarrow$ la solution : (D, D).

$\rightarrow$ Unicité $\rightarrow$ une prédiction assez claire et intuitive sur le résultat possible du jeu.

Mais, c'est un type de solution assez rare.

Reprise : Dilemme du prisonier

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1,-1)$	$(-10,0)$
	D	$(0,-10)$	$(-8,-8)$

$\rightarrow$ N est strictement dominé par D pour les deux joueurs.
$\rightarrow$ Élimination des stratégies strictement dominées $\rightarrow$ la solution : (D, D).
$\rightarrow$ Unicité $\rightarrow$ une prédiction assez claire et intuitive sur le résultat possible du jeu.
Mais, c'est un type de solution assez rare.

Reprise : Dilemme du prisonier

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	$(-1,-1)$	$(-10,0)$
	D	$(0,-10)$	$(-8,-8)$

$\rightarrow$ N est strictement dominé par D pour les deux joueurs.
$\rightarrow$ Élimination des stratégies strictement dominées $\rightarrow$ la solution : (D, D).
$\rightarrow$ Unicité $\rightarrow$ une prédiction assez claire et intuitive sur le résultat possible du jeu.
Mais, c'est un type de solution assez rare.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.

Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

Exemple : la bataille des sexes

Paul et Jacqueline $\longrightarrow$ organiser leur soirée.
Le choix entre :

- aller à un match de football (F) ;
- aller à l'opéra (O).

Ce qui compte avant tout, c'est d'être ensemble.
Mais

- Jacqueline a une préférence pour le football et
- Paul pour l'opéra...

$\longrightarrow$ Forme normale du jeu.

		Jacqueline	
		O	F
Paul	O	$(2,1)$	$(0,0)$
	F	$(0,0)$	$(1,2)$

TAB.: La bataille des sexes

$\longrightarrow$ Un **jeu de coordination**.
$\longrightarrow$ Absence de stratégies dominées.
$\longrightarrow$ Nécessité d'introduire d'autres concepts d'équilibre.

		Jacqueline	
		O	F
Paul	O	$(2, 1)$	$(0, 0)$
	F	$(0, 0)$	$(1, 2)$

TAB.: La bataille des sexes

$\longrightarrow$ Un **jeu de coordination**.

$\longrightarrow$ Absence de stratégies dominées.

$\longrightarrow$ Nécessité d'introduire d'autres concepts d'équilibre.

		Jacqueline	
		O	F
Paul	O	$(2,1)$	$(0,0)$
	F	$(0,0)$	$(1,2)$

TAB.: La bataille des sexes

$\longrightarrow$ Un **jeu de coordination**.

$\longrightarrow$ Absence de stratégies dominées.

$\longrightarrow$ Nécessité d'introduire d'autres concepts d'équilibre.

		Jacqueline	
		O	F
Paul	O	$(2, 1)$	$(0, 0)$
	F	$(0, 0)$	$(1, 2)$

TAB.: La bataille des sexes

$\longrightarrow$ Un **jeu de coordination**.
$\longrightarrow$ Absence de stratégies dominées.
$\longrightarrow$ Nécessité d'introduire d'autres concepts d'équilibre.

Partie II
Les jeux non-coopératifs avec information complète