

Лекции 12-13. Электромагнитная природа света. Интерференция света.

Шкала электромагнитных излучений. Оптическое излучение, его интенсивность. Интерференция электромагнитных волн. Расчёт интерференционной картины с двумя источниками. Пространственно-временная когерентность. Интерференция света в тонких плёнках. Интерференционные полосы равной толщины и равного наклона. Применение интерференции.

Физическая оптика – раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействие с веществом. По своей природе свет является электромагнитным излучением. Поэтому для описания световых явлений справедливы все положения электродинамики.

Электромагнитный спектр принято делить на радиоволны, инфракрасное, видимое, ультрафиолетовое, рентгеновское и гамма-излучение. Между ними нет резких переходов. Участки перекрываются, а границы между ними условны.

К радиоволнам относят излучение с длиной волны больше 0,1 мм.

При этом их подразделяют на:

- сверхдлинные радиоволны, для которых длина волны больше 10 км;
- длинные волны $1 \text{ км} \leq \lambda \leq 10 \text{ км}$;
- средние волны $100 \text{ м} \leq \lambda \leq 1 \text{ км}$;
- короткие волны $10 \text{ м} \leq \lambda \leq 100 \text{ м}$;
- ультракороткие волны $\lambda \leq 10 \text{ м}$.

Ультракороткие волны, в свою очередь подразделяют на метровые, дециметровые, миллиметровые и субмиллиметровые.

Волны с длиной менее 1 м принято называть волнами *сверхвысоких частот* (соответственно, частоты таких волн более $3 \cdot 10^8$ Гц.)

К *оптическому диапазону* относят волны в диапазоне $10 \text{ нм} \leq \lambda \leq 2 \text{ мм}$.

Он включает:

- инфракрасное излучение $760 \text{ нм} \leq \lambda \leq 2 \text{ мм}$;
- видимый свет $400 \text{ нм} \leq \lambda \leq 760 \text{ нм}$;
- ультрафиолет $10 \text{ нм} \leq \lambda \leq 400 \text{ нм}$.

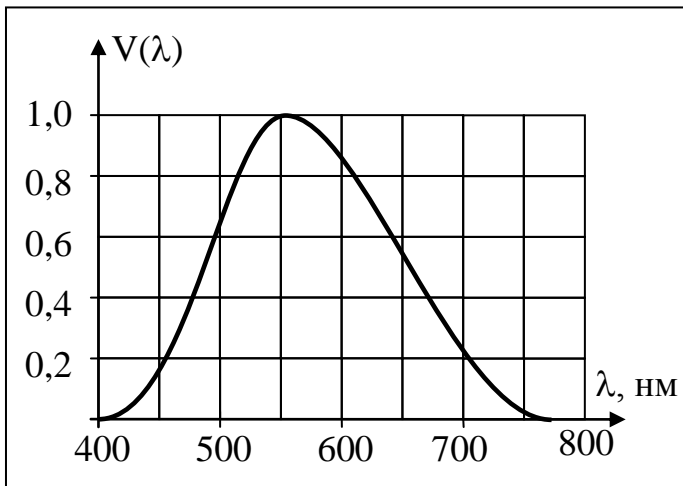
Естественный белый свет включает волны с длинами всего видимого диапазона.

В силу биологических особенностей, человеческий глаз реагирует практически только на величину напряжённости E электрического поля электромагнитной волны. Поэтому в оптике в основном рассматривают вектор напряжённости электрического поля \vec{E} , который называют *световым вектором*.

Характеристики излучения. Световой поток.

Пусть $d\Phi_{\lambda}$ – поток энергии, приходящийся на интервал длин волн от λ до $\lambda+d\lambda$, тогда величина $\varphi(\lambda) = \frac{d\Phi_{\lambda}}{d\lambda}$ называется *функцией распределения потока энергии по длинам волн*. С помощью функции распределения можно найти поток энергии в интервале от λ_1 до λ_2 :

$$\Phi_{\lambda} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda.$$



Относительная спектральная чувствительность $V(\lambda)$ определяет чувствительность нормального человеческого глаза к излучению разной длины волны (дневное зрение).

Максимальное значение $V(\lambda_0)=1$ приходится на длину волны $\lambda_0 \approx 555$ нм (желто-зелёный цвет). Вне интервала длин (400 нм; 760 нм) $V(\lambda)=0$.

Значения функции $V(\lambda)$ обратно пропорциональны величинам потока энергии, вызывающим одинаковые ощущения $\frac{V(\lambda_2)}{V(\lambda_1)} = \frac{d\Phi_{\lambda}(\lambda_1)}{d\Phi_{\lambda}(\lambda_2)}$.

Пример. Пусть $V(\lambda)=0,5$. Это значит, что для того, чтобы свет с данной длиной волны λ создавал зрительное ощущение, такое же как и свет с длиной волны $\lambda_0 \approx 555$ ($V(\lambda_0)=1$), необходимо, чтобы поток энергии света с длиной волны λ был в два раза больше потока энергии света с длиной волны $\lambda_0 \approx 555$ (с этим связана рекомендация окраски объектов в зелёный цвет для уменьшения раздражения глаз).

Световой поток – поток энергии, оцениваемый по зрительному ощущению. Величина светового потока, приходящегося на интервал длин световых волн от λ до $\lambda+d\lambda$, определяется соотношением $d\Phi = V(\lambda)d\Phi_{\lambda}$ или $d\Phi = V(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot d\lambda$. Единица измерения *люмен* (лм). Для светового потока в 1 лм с длиной волны $\lambda_0 \approx 555$ нм поток энергии равен 0,0146 Вт. *Механическим эквивалентом* света называется величина 0,0146 Вт/лм.

Сила света.

Для точечных источников сила света равна отношению светового потока к величине телесного угла $I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$ (Вт/ср – ватт делить на стерадиан). У изотропных точечных источников сила света не зависит от направления, поэтому $I = \frac{\Phi}{4\pi}$.

Для протяженных источников берётся отношение потока $d\Phi$, излучаемого элементом поверхности в направлении телесного угла $d\Omega$.

Сила света измеряется в канделах (кд): $1 \text{ кд} = 1 \text{ лм/1 ср}$.

Освещённость.

Освещённость – это отношение величины светового потока, падающего на элемент поверхности к величине площади $E = \frac{d\Phi_{\vec{r}\vec{A}\vec{A}}}{dS}$. Единица измерения – люкс (лк). $1 \text{ лк} = 1 \text{ лм/1 м}^2$.

Светимость – отношение светового потока, испускаемого площадкой по всем направлениям, к величине этой площадки

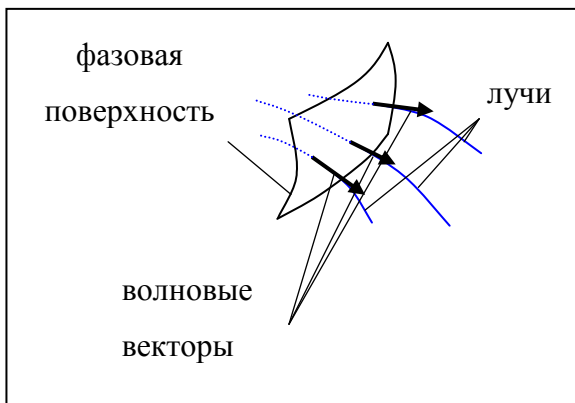
$$M = \frac{d\Phi_{\vec{r}\vec{N}\vec{I}}}{dS}.$$

Яркость – характеристика излучения света площадкой dS в данном направлении - отношение силы, испускаемой источником в данном направлении к величине проекции площадки на плоскость, перпендикулярную данному направлению

$$L = \frac{d\Phi}{d\Omega dS_{\perp}}.$$

Оптическая длина хода лучей.

Распространение волн удобно описывать с помощью понятия *луча*.



Луч – линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке направлена как волновой вектор. Таким образом, фазовая поверхность волны и касательная к лучу в точке их пересечения перпендикулярны друг к другу.

Если волновой вектор задаётся в координатах $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$, то уравнение луча имеет вид

$$\frac{dx}{k_x} = \frac{dy}{k_y} = \frac{dz}{k_z}.$$

Для плоской волны лучи – это прямые, перпендикулярные фазовой поверхности. Для сферической волны – это прямые, выходящие из источника по радиальным направлениям.

В оптике *геометрической длиной* хода лучей l принято называть длину луча (как кривой линии), а *оптической длиной* хода лучей величину $L = \int_{\vec{r}O \times} n dl$, где n – показатель преломления

вещества. В случае, когда показатель преломления вещества постоянный, оптическая длина хода лучей равна произведению показателя преломления на геометрическую длину хода $L = n \cdot l$.

Замечание. Физический смысл оптической длины хода можно уяснить из равенства

$$L = \int_{\vec{E} \times \vec{O}} n dl = \int_{\vec{E} \times \vec{O}} \frac{c}{v} dl = c \int_{\vec{E} \times \vec{O}} \frac{dl}{v} = c \cdot \Delta t$$

(v – фазовая скорость света в веществе). Т.е. – это расстояние, которое пройдет свет в вакууме за тот же интервал времени Δt , в течение которого он движется в веществе с показателем преломления n .

Уравнение плоской электромагнитной наиболее просто записывается с помощью понятия луча

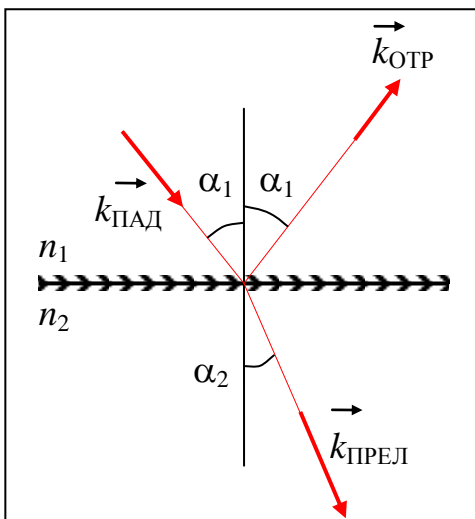
$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kl + \varphi), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kl + \varphi)$$

где l – геометрическая длина хода луча. Отсюда видно, что геометрическая длина хода может быть определена, как говорят, «с точностью» до длины волны $\frac{2\pi}{k} = \lambda$.

При сравнении двух оптически прозрачных сред, среда с большим показателем преломления называется *оптически более плотной средой*. Среда с меньшим показателем преломления называется, соответственно, *оптически менее плотной средой*.

Отражение и преломление плоской волны на границе раздела двух диэлектриков.

Рассмотрим падение *плоской* электромагнитной волны на плоскую границу раздела двух диэлектриков. *Плоскостью падения* волны называется плоскость, перпендикулярная границе раздела сред и содержащая волновой вектор падающей волны. При падении волны на границу



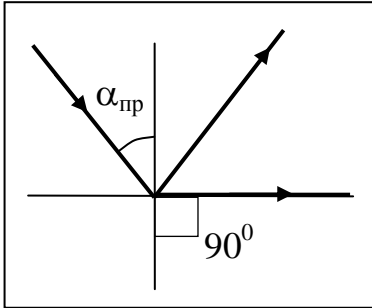
раздела двух сред в общем случае наблюдаются отраженная и преломленная волны. Углы падения, отражения, преломления отсчитываются между волновыми векторами и нормалью к границе, проведённой через точку падения.

Закон преломления можно сформулировать следующим образом. Волновые векторы всех трёх волн лежат в одной плоскости падения с нормалью к плоской границе (в точке падения). Угол падения равен углу отражения, угол преломления связан с углом отражения соотношением

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2.$$

Фазы падающей и прошедшей волн одинаковые. Фаза отраженной волны отличается от фазы падающей волны на π при отражении от оптически более плотной среды. Падающая волна, отражённая и преломлённая волны поляризованы одинаково. Но если волна, поляризованная в плоскости падения, падает под углом **Брюстера** $\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$, то отраженная волна отсутствует.

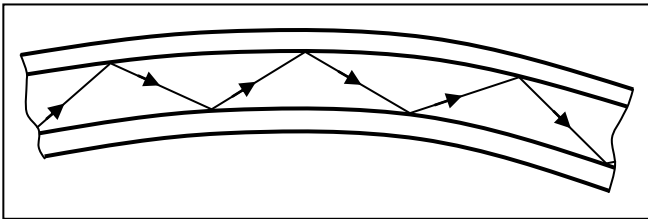
Явление полного внутреннего отражения.



Из соотношения $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$ следует, что когда относительный показатель преломления со стороны падающего луча меньше единицы $\frac{n_2}{n_1} < 1$, существует такое значение угла падения, для которого угол преломления равен 90° : $\sin \alpha_{гД} = \frac{n_2}{n_1}$.

Этот угол называется *предельным углом падения*. При дальнейшем увеличении угла падения угол преломления не изменяется и остаётся равным 90° . Если угол падения больше или равен предельному углу, то луч преломлённой волны направлен вдоль границы раздела. Следовательно, в этом случае волна, прошедшая во вторую среду, отсутствует. Это явление называется *полным внутренним отражением*.

Явление полного внутреннего отражения широко применяется в науке и технике.



Например, в *оптоволоконных кабелях* показатели преломления материалов, из которых изготовлены внутренняя и граничная области, подобраны так, чтобы свет, распространяющийся внутри, полностью отражался от внешних границ. Это позволяет передавать световой поток практически без потерь.

Интерференция волн

Интерференция волн – взаимное усиление или ослабление когерентных волн при их наложении друг на друга (суперпозиции волн при одновременном распространении в пространстве), что приводит к перераспределению энергии колебаний, *устойчивому во времени*.

Наиболее выраженная интерференционная картина наблюдается в случае наложения волн одного направления. Применительно к электромагнитным волнам это означает, что плоскости поляризации волн должны быть одинаковыми.

Рассмотрим две такие плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в разных направлениях, у которых плоскости поляризации параллельны оси Z.

1) Пусть амплитуды волн одинаковые. Вдоль лучей уравнения волн будут иметь вид

$$E_1 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1), \quad E_2 = E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2).$$

По принципу суперпозиции волновых полей

$$E_\Sigma = E_1 + E_2 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1) + E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2),$$

$$E_\Sigma = 2E_0 \cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right).$$

Если амплитуду результирующей волны записать в виде

$$A_{\Sigma} = 2E_0 \left| \cos \left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right|,$$

то суперпозиция волн описывается уравнением

$$E_{\Sigma} = A_{\Sigma} \cos \left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} t - \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \theta \right)$$

где

$$\theta=0 \text{ при } \cos \left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \geq 0,$$

$$\theta=\pi \text{ при } \cos \left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) < 0.$$

Амплитуда результирующей волны $A_{\Sigma} = 2E_0 \left| \cos \left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right|$, не будет за-

висеть от времени в случае, если частоты волн совпадают $\omega_1 = \omega_2$ и величина $\varphi_1 - \varphi_2$ не зависит от времени.

Замечание. В естественном излучении содержатся волны, испущенные атомами вещества при спонтанных и вынужденных процессах излучения. При этом доля спонтанного излучения значительно больше доли вынужденного. Но при спонтанном излучении, даже в случае равенства частот, начальные фазы волн, испускаемых атомами, никак не согласованы друг с другом. Время процесса излучения каждого атома очень мало и, поэтому при длительном наблюдении суперпозиции волн величина $\varphi_1 - \varphi_2$, вообще говоря, будет меняться во времени хаотическим образом.

Когерентными называются волны, разность фаз которых не зависит от времени.

Всякая реальная световая волна представляет собой суперпозицию волн, длины которых заключены в некотором интервале $\Delta\lambda$. Световая волна (волновой пакет), для которой $\Delta\lambda \ll \lambda$, называется *квазимонохроматической*.

Для монохроматических волн условие когерентности равносильно равенству частот этих волн $\omega_1 = \omega_2$, но в общем случае необходимо еще и равенство начальных фаз.

Предположим, что волны являются когерентными, а начальные фазы равны нулю. В этом случае величина результирующей амплитуды $A_{\Sigma} = 2E_0 \left| \cos \left(\frac{k_2 l_2 - k_1 l_1}{2} \right) \right|$ зависит от величины

$$\frac{k_2 l_2 - k_1 l_1}{2}.$$

В случаях, когда $k_2 l_2 - k_1 l_1 = \pm\pi$ или $k_2 l_2 - k_1 l_1 = \pm 3\pi$ и т.д, т.е при $k_2 l_2 - k_1 l_1 = \pm\pi(2m+1)$, (т.к для любого натурального m число $(2m+1)$ *всегда* нечётное) суммарная амплитуда равна нулю $A_\Sigma = 0$.

Но в случаях, когда $k_2 l_2 - k_1 l_1 = 0$ или $k_2 l_2 - k_1 l_1 = \pm 2\pi$ и т.д, т.е при $k_2 l_2 - k_1 l_1 = \pm 2\pi m$, суммарная амплитуда максимальная $A_\Sigma = 2E_0$.

Так как интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim A^2$, то в точках пространства, где амплитуда равна нулю, результирующая интенсивность тоже равна нулю, а при максимальной амплитуде результирующей волны интенсивность тоже будет максимальной.

Рассмотрим подробнее величину $kl = \frac{\omega}{v} l$. Фазовая скорость волны определяется показателем преломления вещества $v = \frac{c}{n}$, а циклическая частота колебаний связана с периодом соотношением $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому $kl = \frac{\omega}{v} l = \frac{2\pi}{cT} nl$. Однако, длина электромагнитной волны в вакууме равна $\lambda = cT$, а величина $L = nl$ является *оптической длиной хода* лучей, следовательно $kl = \frac{2\pi}{\lambda} L$.

В случае равенства частот двух волн $\omega_1 = \omega_2$ их длины волн в вакууме тоже одинаковые $\lambda_1 = \lambda_2$. Поэтому можно переписать условия минимумов и максимумов результирующей амплитуды (или интенсивности). Условие минимума примет вид

$$k_2 l_2 - k_1 l_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} n_2 l_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} n_1 l_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (L_2 - L_1) = \pi(2m+1), \text{ откуда } L_2 - L_1 = (2m+1) \frac{\lambda}{2}.$$

Соответственно, для максимумов

$$k_2 l_2 - k_1 l_1 = \pm 2\pi m, \text{ откуда } L_2 - L_1 = m\lambda.$$

Будем в дальнейшем называть разность оптических длин хода лучей просто *оптической разностью хода* лучей (или волн).

Условие минимума. Если оптическая разность хода лучей до точки наблюдения равна нечётному числу длин полуволен (в вакууме), то в точке наблюдается минимум интерференционной картины $L_2 - L_1 = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$.

Условие максимума. Если оптическая разность хода лучей до точки наблюдения равна целому числу длин волн (в вакууме), то в точке наблюдается максимум интерференционной картины $L_2 - L_1 = m\lambda$.

2) Пусть в пространстве перекрываются два волновых поля с разными амплитудами

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1), \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2)$$

Рассмотрим соответствующую амплитудно-векторную диаграмму. По теореме косинусов

$$A_\Sigma^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} \cos(\pi - \delta)$$

Учтем, что $\cos(\pi - \delta) = -\cos \delta$, где

$$\delta = \alpha_2 - \alpha_1 = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 l_2 - k_1 l_1) + \varphi_2 - \varphi_1, \text{ тогда}$$

$$A_\Sigma^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \delta.$$

Для когерентных волн разность фаз волн должна быть постоянной во времени (в частности $\omega_2 = \omega_1$), поэтому результирующая амплитуда не зависит от времени

$$A_\Sigma^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(k_2 l_2 - k_1 l_1 - (\varphi_2 - \varphi_1)).$$

Для интенсивностей волн справедливы зависимости $I_1 \sim E_{01}^2$, $I_2 \sim E_{02}^2$, $I_\Sigma \sim A_\Sigma^2$ с одинаковыми коэффициентами пропорциональности, поэтому

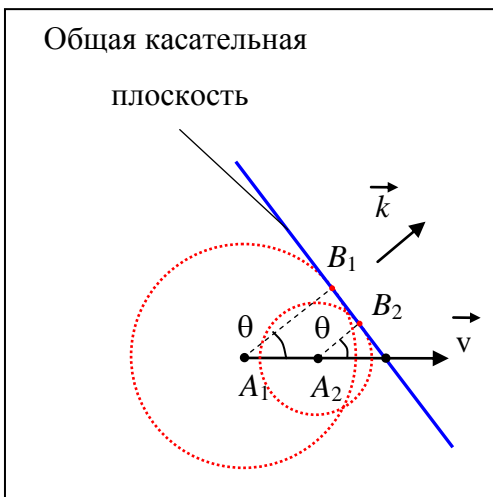
$$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k_2 l_2 - k_1 l_1 - (\varphi_2 - \varphi_1)).$$

В тех точках пространства, где

$$\cos(k_2 l_2 - k_1 l_1 - (\varphi_2 - \varphi_1)) = -1 \text{ наблюдается минимум интерференционной картины,}$$

$$\cos(k_2 l_2 - k_1 l_1 - (\varphi_2 - \varphi_1)) = 1 \text{ - максимум.}$$

Пример. Рассмотрим эффект Вавилова-Черенкова.



Пусть заряженная частица движется по прямой линии в веществе с постоянной скоростью, величина которой больше фазовой скорости света в веществе $v > \frac{c}{n}$. При своём движении частица непрерывно излучает электромагнитные волны, которые можно рассматривать как сферические. Когда, например, частица находилась в точках A_1 и A_2 она излучила две сферические волны. Скорость волны меньше скорости частицы, поэтому в направлении движения частицы вторая волна «обгонит» первую. Но в этом случае к этим двум сферическим поверхностям в какой-то момент времени можно построить общую касательную плоскость. Обозначим точки касания B_1 и B_2 . Лучи $A_1 B_1$ и $A_2 B_2$ параллельны друг другу и перпендикулярны этой плоскости.

В этом случае к этим двум сферическим поверхностям в какой-то момент времени можно построить общую касательную плоскость. Обозначим точки касания B_1 и B_2 . Лучи $A_1 B_1$ и $A_2 B_2$ параллельны друг другу и перпендикулярны этой плоскости.

При дальнейшем движении фазовых поверхностей выбранных двух сферических волн касательная плоскость будет также двигаться в направлении лучей A_1B_1 и A_2B_2 со скоростью равной фазовой скорости света. Можно рассматривать эту плоскость как фазовую поверхность некоторой плоской волны (с волновым вектором \vec{k}). Но тогда фазы плоской волны (на этой плоскости), первой сферической и второй сферической волн в точках касания B_1 и B_2 должны быть одинаковыми. Следовательно, разность фаз сферических волн в направлении, задаваемом углом θ постоянна и равна 0. Волны являются *когерентными* в данном направлении и при интерференции усиливают друг друга.

Из равенства промежутков времени $\frac{|A_1B_1|}{(c/n)} = \frac{|A_1A_2|}{v} + \frac{|A_2B_2|}{(c/n)}$ (см. рисунок) и

$$|A_1B_1| = |A_1A_2|\cos\theta + |A_2B_2| \text{ следует } \frac{|A_1A_2|\cos\theta + |A_2B_2|}{(c/n)} = \frac{|A_1A_2|}{v} + \frac{|A_2B_2|}{(c/n)}.$$

Откуда

$$\cos\theta = \frac{c}{nv}.$$

Касательных плоскостей, соответствующих другим значениям углов не существует, поэтому разность фаз волн в этих направлениях не будет постоянной, следовательно, волны не будут когерентными. Если же скорость частицы меньше фазовой скорости света, то указанную касательную плоскость построить невозможно.

Интерференция двух цилиндрических волн.

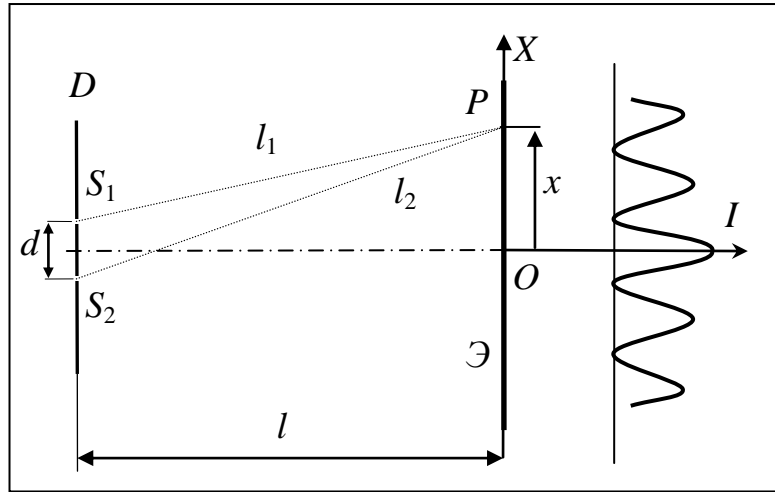
(двулучевая интерференция).

Рассмотрим интерференцию от двух очень узких щелевых источников монохроматического света. В непрозрачной перегородке (D) есть две узкие щели (S_1 и S_2), являющиеся источниками света. Интерференционную картину наблюдают на экране (\mathcal{E}). Расстояние между щелями много меньше расстояния между экраном и перегородкой $d \ll l$. Показатель преломления среды принимаем равным единице $n=1$.

Интерференционная картина на экране представляет собой череду *параллельных* тёмных и светлых полос. Будем предполагать, что начальные фазы колебаний от источников равны. Тогда центральная полоса (О), расположенная симметрично относительно источников будет всегда светлой. Вдоль экрана направим ось X, чтобы координата $x=0$ соответствовала точке О.

Оптическая разность хода лучей от источников до некоторой полосы (Р) равна

$$L_2 - L_1 = l_2 - l_1 = \frac{l_2^2 - l_1^2}{l_2 + l_1}$$



Т.к. $d \ll l$, то при небольших значениях x можно предполагать, что $l_2 + l_1 \approx 2l$. Учитывая, что

$l_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$ и $l_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$, получаем, что

$$L_2 - L_1 \approx \frac{l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - l^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}{2l} = \frac{xd}{l}.$$

Светлые полосы соответствуют максимуму интенсивности. В этом случае оптическая разность хода равна целому числу длин волн $\frac{xd}{l} = m\lambda$, откуда координаты максимумов $x_m^{MAX} = m \frac{l}{d} \lambda$.

Два соседних максимума с номерами m и $m+1$ находятся на расстоянии, величина которого называется шириной интерференционной полосы $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$.

Тёмные полосы соответствуют минимуму интенсивности. В этом случае оптическая разность хода равна нечётному числу длин полуволи $\frac{xd}{l} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$, откуда координаты минимумов $x_m^{MIN} = (2m+1) \frac{l}{d} \frac{\lambda}{2}$.

Два соседних минимума с номерами m и $m+1$ находятся на расстоянии $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$. Т.е. расстоянии между соседними максимумами и соседними минимумами одинаковые. Из формулы для ширины интерференционной Δx полосы можно найти угловое расстояние между источниками γ – угол, под которым видны из точки О источники S_1 и S_2 $\gamma = 2 \arctg\left(\frac{d}{2l}\right) \approx \frac{d}{l} = \frac{\lambda}{\Delta x}$.

Теперь предположим, что свет квазимонохроматический и содержит две волны с длинами λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Тогда на экране общая интерференционная картина является результатом наложения двух картин: для длин волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Координаты максимумов и минимумов для этих волн

разные. Поэтому может произойти совпадения максимумов для одной длины волны с минимумами другой. Найдём номер первого совпадения из условия $x_m^{MIN}(\lambda) = x_m^{MAX}(\lambda + \Delta\lambda)$:

$$(2m+1)\frac{l}{d}\frac{\lambda}{2} = m\frac{l}{d}(\lambda + \Delta\lambda)$$

Откуда $m = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}$. Следовательно, можно ожидать, что будут видны максимумы с номерами меньшими m . Т.к. нумерация начинается с номера $m=0$, отвечающему центральному максимуму, то общее число (первых) различимых полос будет равно $N = 2(m-1)+1 = 2m-1 = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} - 1$.

Величина $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ называется *степенью монохроматичности* света.

Следовательно, число видимых полос прямо пропорционально степени монохроматичности света. Чем больше степень монохроматичности, тем больше интерференционных полос видно – можно сказать, что в этом случае свет «ближе» к монохроматичному.

На границе видимой интерференционной картины оптическая разность хода

$$L_2 - L_1 \approx \frac{x_{\Delta\lambda} d}{l} = \frac{m\Delta x d}{l} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} \frac{l}{d} \lambda \frac{d}{l} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$$

зависит только от параметров волны.

Вся интерференционная картина будет заключена в области, размер которой

$$L_{interf} = 2m \cdot \Delta x = 2 \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} \frac{l}{d} \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \frac{l}{d}.$$

Учитывая, что величина $\gamma \approx \frac{d}{l}$ определяет угловой размер источника, получаем соотношение, не зависящее от геометрических размеров установки для наблюдения интерференции:

$$\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = L_{interf} \gamma.$$

Теперь рассмотрим эту модель по-другому. Найдём суперпозицию волны с длиной λ от источника S_1 с волной длины $\lambda + \Delta\lambda$ от источника S_2 .

$$E_{\Sigma} = E_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t - \frac{2\pi}{\lambda} l_1\right) + E_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda + \Delta\lambda} t - \frac{2\pi}{\lambda + \Delta\lambda} l_1\right)$$

$$E_{\Sigma} = 2E_0 \cos\left(\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi c}{\lambda} - \frac{2\pi c}{\lambda + \Delta\lambda}\right)t - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi l_1}{\lambda} - \frac{2\pi l_1}{\lambda + \Delta\lambda}\right)\right) \cos\left(\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi c}{\lambda} + \frac{2\pi c}{\lambda + \Delta\lambda}\right)t - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi l_1}{\lambda} + \frac{2\pi l_1}{\lambda + \Delta\lambda}\right)\right)$$

Полагая $\Delta\lambda \ll \lambda$, получим $\frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{1}{\lambda \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)} = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \dots\right) \approx \frac{1}{\lambda} - \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$. Тогда для амплитуды

$$\text{суммарного колебания } A_{\Sigma} = 2A_0 \left| \cos \left(\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} - \frac{2\pi c}{\lambda} - \frac{2\pi c \Delta\lambda}{\lambda^2} \right) t - \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi l_1}{\lambda} - \frac{2\pi l_2}{\lambda} - \frac{2\pi \Delta\lambda l_2}{\lambda^2} \right) \right) \right|,$$

$$A_{\Sigma} = 2A_0 \left| \cos \left(\frac{\pi c \Delta\lambda}{\lambda^2} t - \left(\frac{\pi(l_2 - l_1)}{\lambda} + \frac{\pi \Delta\lambda l_2}{\lambda^2} \right) \right) \right|.$$

В любой точке экрана амплитуда результирующего колебания зависит от времени. Период времени, за который величина амплитуды дойдёт от нулевого значения до максимального, и

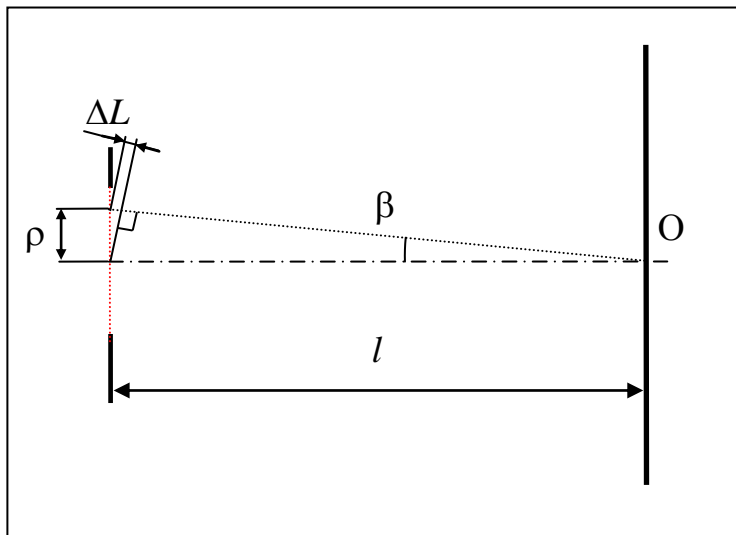
$$\text{обратно, называют временем когерентности } t_{\text{ЕІА}} = \frac{\pi}{\left(\frac{\pi c \Delta\lambda}{\lambda^2} \right)} = \frac{\lambda^2}{c \Delta\lambda}.$$

Длиной когерентности называется расстояние проходимое светом за время, равное времени ко-

$$\text{герентности } l_{\text{ЕІА}} = c \cdot t_{\text{ЕІА}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

Как видно, эта величина пропорциональна максимальной разности хода лучей *квазимонохроматических* волн, при которой ещё видна интерференционная картина.

Теперь предположим, что щель имеет конечные размеры. И пусть свет будет монохрома-



тическим. Будем рассматривать интенсивность в центральной точке экрана (O).

Если разность хода лучей от центральной точки щели и какой-то точки на расстоянии ρ от неё до точки O равна нечётному числу длин полуволн, то в этой точке экрана волны от этих двух точек будут колебаться в противофазе, следовательно, будут «гасить» друг друга. Поэтому в щели можно выделить симметричную зону длиной такую, что источники внутри этой зоны не «гасят» друг друга, т.к. оптическая разность хода лучей от них до точки O не больше $\frac{\lambda}{2}$.

С учётом малости углов $\Delta L = \rho \sin \beta \approx \rho \frac{\gamma}{2}$, где $\gamma \approx \frac{2\rho}{l}$ - угловой размер центральной части источника. Тогда, условие того, что в точке О *не будет* волн, колеблющихся в противофазе, можно записать в виде $\rho \frac{\gamma}{2} < \frac{\lambda}{2}$. Т.е. расстояние между крайней и центральной точками протяжённого источника монохроматического излучения должно определяться соотношением $\rho\gamma < \lambda$, тогда в центральной точке экрана будет наблюдаться максимальная интенсивность.

Пространственная и временная когерентность.

Волны естественного излучения являются суперпозицией множества волн от точечных источников, излучающих спонтанно. Даже в волне, спонтанно испущенной одним источником, частота меняется в узком диапазоне. Фазы двух волн излученных друг за другом одним источником никак не связаны друг с другом. Все это приводит к тому, что в результирующей волне частота и фаза являются усредненными величинами по излучению множества источников. Поэтому их значения колеблются случайным образом около неких средних значений. Следовательно, колебания разных точек волновой поверхности, вообще говоря, могут не быть когерентными.

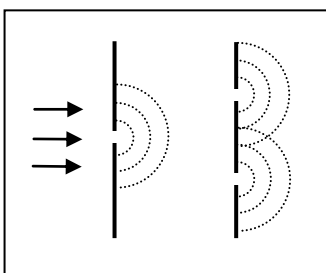
Рассмотрим две разные точки одной волновой поверхности в один и тот же момент времени. Максимальное расстояние (вдоль этой поверхности), на котором излучение в точках ещё являются когерентными, называется *радиусом пространственной когерентности*. Эта величина определяется соотношением $\rho \sim \frac{\lambda}{\gamma}$, где λ - основная длина волны, γ - угловой размер источника (из точки наблюдения).

Пример. Для излучения Солнца $\lambda=0,55$ мкм, $\gamma \approx 0,01$ рад. Откуда $\rho \approx 0,05$ мм. Это значит, что для наблюдения интерференционной картины от солнечного света, необходимо, чтобы две щели в непрозрачном экране находились на расстоянии не более 0,05 мм. При этом можно оценить

размер интерференционной картины из соотношения $\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = L_{\text{interf}} \gamma$. Если принять, что для сол-

нечного света $\Delta\lambda \approx 0,2$ мкм, то $L_{\text{interf}} = \frac{\lambda^2}{\gamma\Delta\lambda} = \frac{0,55^2 \cdot 10^{-12}}{0,01 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}} \approx 1,5 \cdot 10^{-4}$ м. Изображение такого раз-

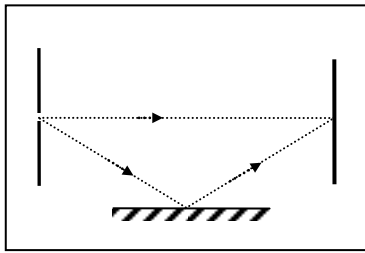
мера увидеть невооружённым глазом практически невозможно.



Для увеличения размера изображения необходимо уменьшить угловой размер источника. Это можно сделать с помощью *ещё одного* непрозрачного экрана, в котором сделана щель, свет из которой будет являться источником для двух других щелей. ♣

Так как начальная фаза волны естественного света меняется

спонтанно, то разность фаз двух волн одинаковой частоты, испущенных из одной и той же точки волновой поверхности, но в *разное время*, вообще говоря, будет меняться во времени. Т.е. волны не будут являться когерентными. В этом случае говорят о *временной когерентности*.



Следовательно, если рассмотреть интерференцию лучей, прямо из щели попадающих на экран и лучей, попадающих после отражения от зеркала, интерференция возможна в случае, если разность хода лучей не больше длины когерентности

$$\Delta l \leq l_{\hat{E} \hat{I} \bar{A}}.$$

Поэтому можно определить время когерентности $t_{\hat{E} \hat{I} \bar{A}} = \frac{l_{\hat{E} \hat{I} \bar{A}}}{c} = \frac{\lambda^2}{c \Delta \lambda}$.

Пример. Для солнечного света длина когерентности $l_{\hat{E} \hat{I} \bar{A}} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = \frac{0,55^2 \cdot 10^{-12}}{0,2 \cdot 10^{-6}} \approx 1,5 \cdot 10^{-6}$ м, поэтому интерференцию можно наблюдать только в тонких плёнках, а в оконном стекле – нет. Время когерентности $t_{\hat{E} \hat{I} \bar{A}} = \frac{l_{\hat{E} \hat{I} \bar{A}}}{c} \approx 0,5 \cdot 10^{-14}$ с.

Интерференция света в тонких плёнках.

Во многих оптических приборах используются линзы. Линзы обладают следующим свойством – оптическая разность хода параллельных лучей при прохождении через линзу не меняется. Это приводит, например, к тому, что время движения света вдоль любого из параллельных лучей от одной и той же фазовой плоскости до точки пересечения с какой-то фокальной плоскостью линзы не зависит от выбора луча. (Такое свойство называется *таутохронностью*.)

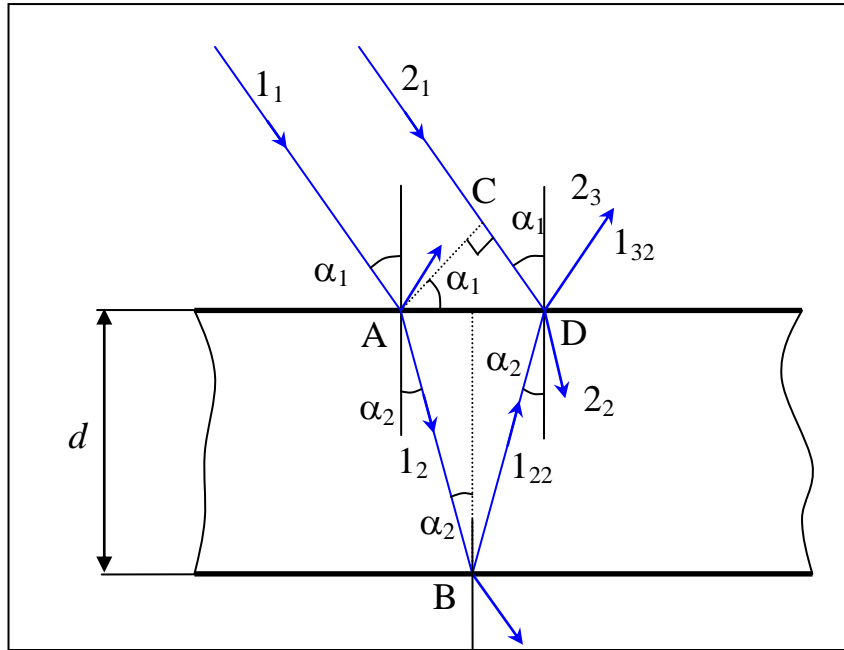
Для солнечного света длина когерентности имеет порядок длины волны. Можно ожидать, что в тонких пленках или тонких зазорах, размер которых сопоставим с длиной волны света, будет наблюдаться интерференционная картины.

Интерференционные полосы равного наклона.

Пусть на тонкую прозрачную пластинку под углом α_1 падает свет. Показатель преломления окружающей среды n_1 , а материала пластинки n_2 . Толщина пластинки d .

Луч 1_1 соответствует 1й волне, падающей на пластинку, 1_2 – преломлённой, 1_{22} – отраженной от нижней поверхности, 1_{32} – еще раз преломлённой и вышедшей обратно.

Луч 2_1 соответствует 2й волне, падающей на пластинку, 2_2 – один раз преломлённой и 2_3 – один раз отражённой 2й волне. Другие отражения и преломления не учитываем.



Будем рассматривать интерференцию лучей 1_{32} и 2_3 . Оптическая разность хода этих лучей $\Delta L = n_2(|AB| + |BD|) - n_1|CD|$ или

$$\Delta L = 2 \frac{d}{\cos \alpha_2} n_2 - 2d \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \sin \alpha_1 n_1.$$

С учётом закона преломления $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$ и тригонометрического тождества $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$:

$$\Delta L = 2 \frac{d}{\cos \alpha_2} n_2 - 2d \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \sin \alpha_1 n_1 = \frac{2d(n_2 - n_1 \sin \alpha_2 \cdot \sin \alpha_1)}{\cos \alpha_2} = \frac{2n_2 d(n_2 - n_2 \sin^2 \alpha_2)}{n_2 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_2}},$$

$$\Delta L = \frac{2d(n_2^2 - n_2^2 \sin^2 \alpha_2)}{\sqrt{n_2^2 - n_2^2 \sin^2 \alpha_2}} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_2^2 \sin^2 \alpha_2} = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1},$$

$$\Delta L = 2n_1 d \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \alpha_1}.$$

Теперь предположим, что $n_2 > n_1$ - т.е. вторая среда оптически более плотная, чем первая. В этом случае фаза отражённого луча 2_3 отличается от фазы падающего луча 2_1 на π . Это равносильно тому, что оптическая длина хода 2 луча изменилась на $\frac{\lambda}{2}$. Действительно, изменение фазы будет равно $\Delta \varphi = k \frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$.

Поэтому условие интерференционных максимумов имеет вид $\Delta L \pm \frac{\lambda}{2} = m\lambda$. Откуда

$$2n_1d\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \alpha_1} = (2m \pm 1) \frac{\lambda}{2}.$$

(Знак «+» берём в случае, если нумерация начинается с $m=0$).

Соответственно, минимумы определяются соотношением

$$2n_1d\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \alpha_1} = m\lambda.$$

Если отраженные лучи пропустить через собирающую линзу, в фокальной плоскости которой находится экран, то на экране получится интерференционная картина. Лучи, угол падения которых соответствует условию максимума при отражении, после отражения формируют светлые полосы. Поэтому такую картину называют «полосы равного наклона».

Интерференционные полосы равной толщины.

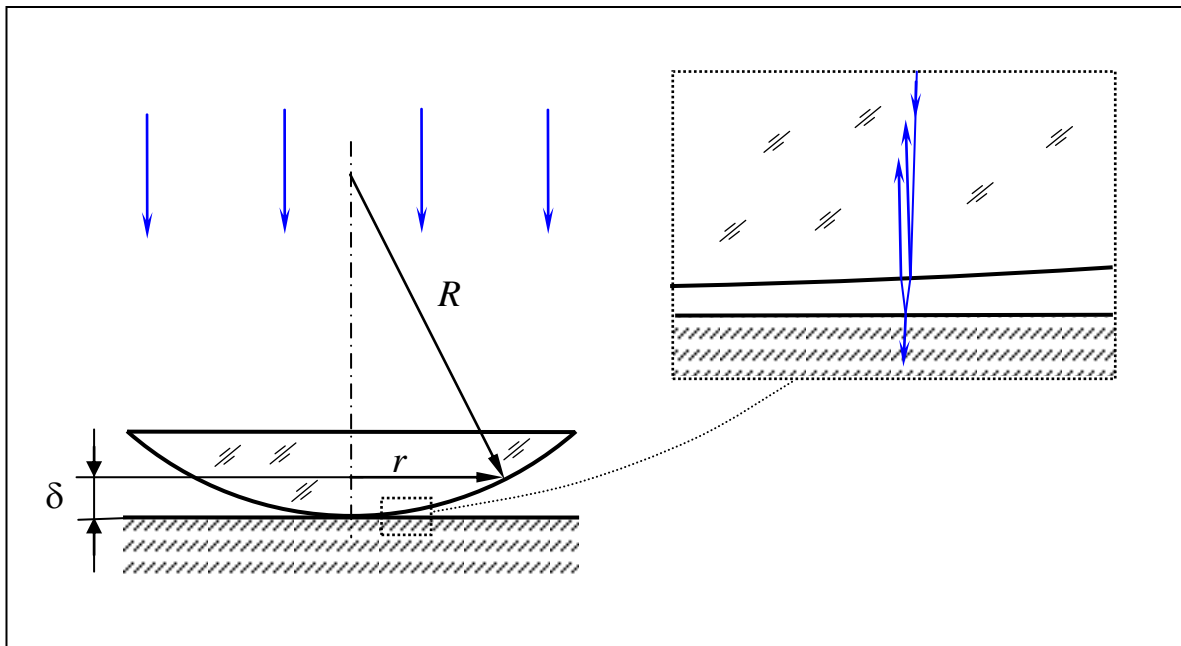
Рассмотрим плоско-выпуклую линзу, лежащую на плоской стеклянной подложке. Недалеко от пятна контакта, зазор имеет толщину соизмеримую с длиной волны света. Поэтому можно ожидать, что в этой зоне будет формироваться интерференционная картина. Пусть на плоскую поверхность линзы нормально падает свет с длиной волны λ . Интерференционная картина представляет собой систему чередующихся тёмных и светлых колец, которые называются *кольцами Ньютона*. Одно кольцо соответствует одинаковой толщине зазора между линзой и стеклом, поэтому данная картина называется «полосы равной толщины». Найдём радиус колец. Если через δ обозначить толщину (воздушного) зазора, то радиус кольца

$$r^2 = R^2 - (R - \delta)^2 = 2R\delta - \delta^2.$$

В той области, где наблюдается интерференционная картина, толщина зазора между линзой и стеклом имеет порядок длины волны света $\delta \sim \lambda$, поэтому можно пренебречь величиной δ^2 по сравнению с R . В этом случае $r = \sqrt{2R\delta}$.

Для отражённого света интерференционная картина более контрастная, чем для проходящего (при интерференции в проходящем свете один из лучей должен испытать отражение два раза, поэтому интенсивность отраженного луча будет меньше интенсивности прошедшего.).

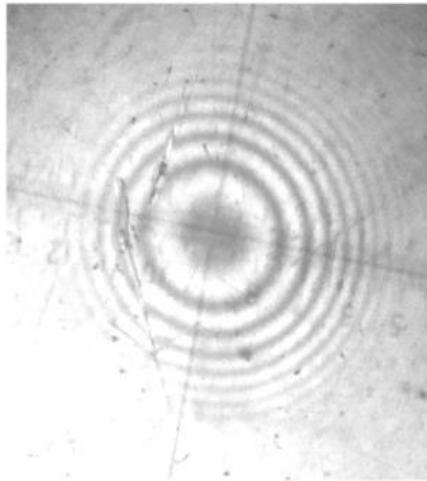
Оптическая разность хода лучей равна 2δ . При отражении от стекла фаза отражённой волны меняется на π . Это можно учесть введением поправки для оптической разности хода в полволны $\frac{\lambda}{2}$.



Светлые кольца соответствуют максимуму интенсивности. Условие максимума

$$2\delta \pm \frac{\lambda}{2} = m\lambda. \text{ Откуда } 2\delta = m\lambda \pm \frac{\lambda}{2} \text{ и радиус светлого кольца с номером } m: r_m = \sqrt{R \left(m\lambda \pm \frac{\lambda}{2} \right)}.$$

Минимальный радиус светлого кольца $r_{MIN} = \sqrt{R \frac{\lambda}{2}} > 0$, поэтому в центре картины находится тёмное пятно.



Интерферометр.

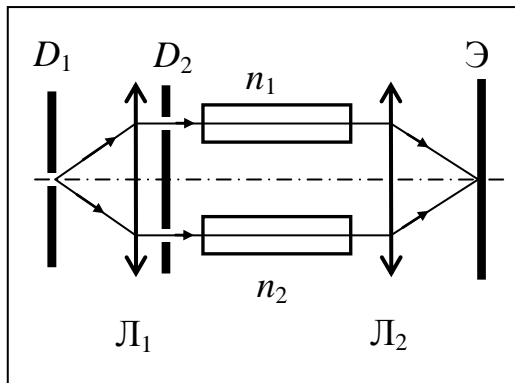
Интерферометр - оптический прибор, принцип действия которого основан на разделении пучка света на два или несколько когерентных пучков, которые проходят различные оптические пути, а затем сводятся вместе.

Полученная интерференционная картина позволяет:

- контролировать качество поверхностей и однородность оптических материалов;
- измерять показатели преломления, длины волн, напряжения в деталях и т.п.

Интерферометры применяются для измерения длины волны спектральных линий и их структуры и абсолютного показателя преломления сред; для измерения длин и перемещений тел; для контроля формы; микрорельефа и деформаций поверхностей оптических деталей; чистоты металлических поверхностей и пр.

Примеры интерферометров

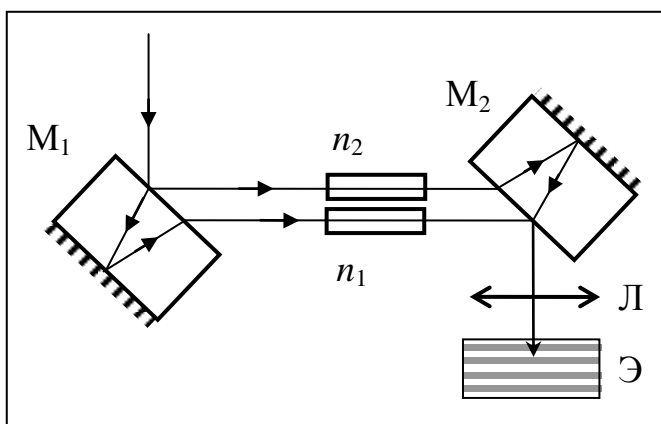


1) *Интерферометр Рэлея.* (Джон Уильям Стретт, третий барон Рэлей, Лорд Рэлей (Рэйли) (англ. *John Strutt, 3rd Baron Rayleigh*) (1842 - 1919) — британский физик) Лорд Рэлей построил интерферометр для измерения показателя преломления жидкостей и газов (*рефрактометр*). Источником света служит ярко освещённая щель в непрозрачной перегородке D_1 , находящейся в фокальной плоскости собирающей линзы L_1 . После неё,

через пару щелей, лучи проходят сквозь трубки рефрактометра: одна из них с эталонным веществом, другая — с исследуемым. Затем лучи собираются линзой на экране, где формируется интерференционная картина. По сдвигу полос интерференции определяют показатель преломления вещества.

2) *Интерферометр Жамена* (Жюль Жамён (фр. *Jules Célestin Jamin*; 1818-1886) - французский физик.)

Интерферометр Жамена, наряду с интерферометром Рэлея, представляет собой одно из наиболее чувствительных интерференционных устройств, что позволяет использовать его для точного определения показателей преломления газов при давлении, близком к атмосферному (при этом давлении соответствующий показатель преломления отличается от единицы в четвертом-пятом знаке после запятой).



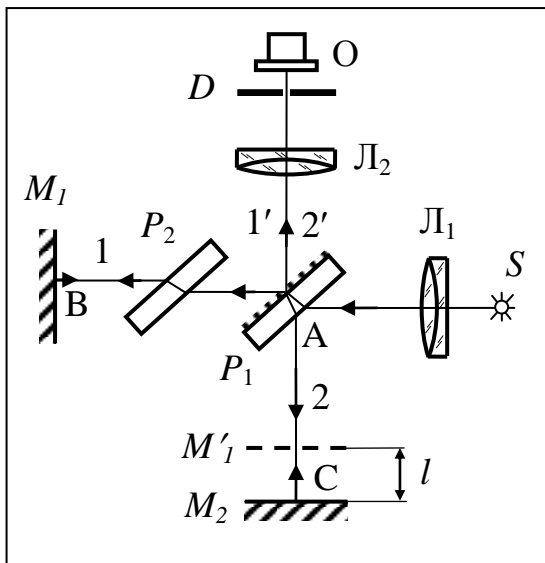
Параллельный пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину M_1 , на заднюю поверхность которой нанесено металлическое зеркало. Два отраженных пучка оказываются при достаточной толщине пластины пространственно разделенными, и направляются порознь в две кюветы

с исследуемым газом и газом сравнения соответственно (n_1 и n_2). Прошедшие пучки отражаются от еще одной такой же стеклянной пластины M_2 . Таким образом, оба отраженных пучка оказываются равными по интенсивности, и сводятся в фокальной плоскости линзы L . В результате,

возникает интерференционная картина из горизонтальных полос на экране Э. При этом при отсутствии по ходу распространения пучков объектов с показателями преломления n_1 и n_2 нулевой максимум интерференционной картины лежит на оси системы. При варьировании давления воздуха полосы на экране смещаются.

3. *Интерферометр Майкельсона* (Альберт Абрахам Майкельсон (англ. *Albert Abraham Michelson*); (1852 - 1931) – американский физик).

Этот прибор сыграл очень важную роль в истории науки. С его помощью, например, было доказано отсутствие «мирового эфира».



Параллельный пучок света от источника S , прошедший через линзу, попадает на полупрозрачную пластинку P_1 , где разделяется на пучки 1 и 2. После отражения от зеркал M_1 и M_2 и повторного прохождения через пластинку P_1 оба пучка попадают в объектив O .

Оптическая разность хода $\Delta L = 2(|AC| - |AB|) = 2l$, где l — расстояние между зеркалом M_2 и мнимым изображением M'_1 зеркала M_1 в пластинке P_1 . Таким образом, наблюдаемая интерференционная картина эквивалентна интерференции в воздушной пластинке толщиной l .

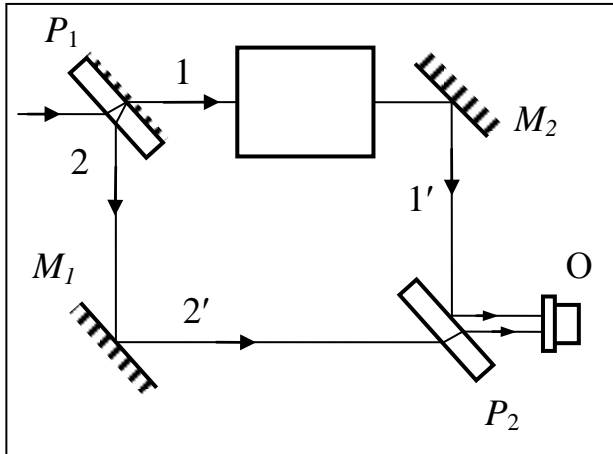
Если зеркало M_1 расположено так, что M'_1 и M_2 параллельны, то образуются полосы равного наклона, локализованные в фокальной плоскости объектива O и имеющие форму концентрических колец. Если же M_2 и M'_1 образуют воздушный клин, то возникают полосы равной толщины, локализованные в плоскости клина $M_2M'_1$ и представляющие собой параллельные линии.

Интерферометр Майкельсона широко используется в физических измерениях и технических приборах. С его помощью впервые была измерена абсолютная величина длины волны света, доказана независимость скорости света от движения Земли. Перемещая одно из зеркал интерферометра Майкельсона, получают возможность анализировать спектральный состав падающего излучения. На этом принципе построены Фурье-спектрометры, применяющиеся для длинноволновой инфракрасной области спектра (50—1000 мкм) при решении задач физики твёрдого тела, органической химии и химии полимеров, диагностики плазмы.

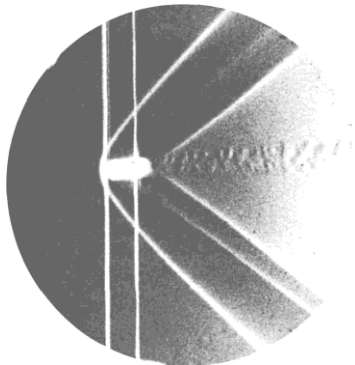
Интерферометр Майкельсона позволяет измерять длины с точностью 20-30 нм. Устройство используется и сегодня в астрономических, физических исследованиях, а также в измерительной технике. В частности, интерферометр Майкельсона лежит в основе оптической схемы современных лазерных гравитационных антенн.

4. *Интерферометр Маха-Цендера*. (Эрнст Мах (нем. *Ernst Mach*, 1836 - 1916) - австрийский физик и философ). (Людвиг Луис Альберт Цендер (англ. *Ludwig Louis Albert Zehnder* (1854 – 1949) - швейцарский физик).

Австрийский физик Эрнст Мах, крупный исследователь процессов аэродинамики, сконструировал специальный интерферометр с широкими пучками и большим расстоянием между



зеркалами для съёмки ударных волн и скачков уплотнения воздушных потоков, обтекающих различные тела. Показатель преломления воздуха в уплотнённом потоке выше, чем в невозмущённой среде. Это отражается на форме линий интерференции.

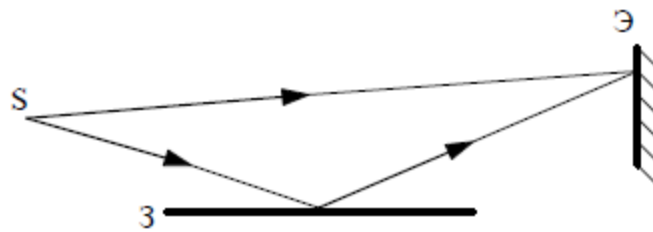


Пример фотографии, полученной на интерферометре Маха-Цендера.

Движение пули в воздухе со сверхзвуковой скоростью. Наклонные линии – области уплотнения воздуха (ударные волны).

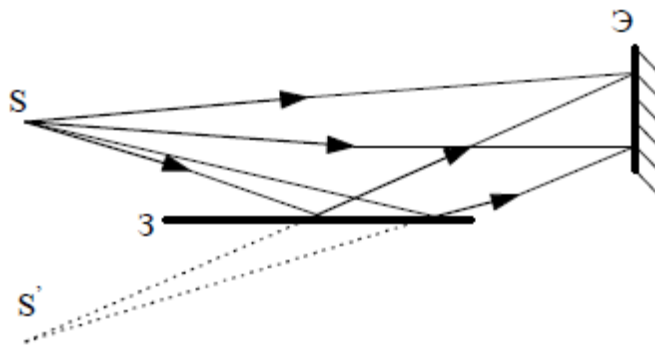
Задача 4.79

В опыте Ллойда световая волна, исходящая непосредственно из источника S (узкой щели), интерферирует с волной, отраженной от зеркала $З$. В результате на экране $Э$ образуется система интерференционных полос. Расстояние от источника до экрана $L = 100$ см. При некотором положении источника ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x = 0.25$ мм, а после того как источник отодвинули от плоскости зеркала на $\Delta h = 0.60$ мм, ширина полос уменьшилась в $\eta = 1.5$ раза. Найти длину волны света.



Решение

В опыте Ллойда интерферируют две волны - попавшая на экран непосредственно от источника S и отраженная от зеркала. Волну, отраженную от зеркала можно представить как волну, исходящую от источника S' . Таким образом, приходим к **схеме Юнга** для наблюдения интерференции: два когерентных источника, находящиеся на расстоянии d друг от друга и на расстоянии L от экрана.



Поэтому для ширины интерференционной полосы, наблюдающейся на экране, можно использовать формулу

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda$$

Если источник отодвинуть от плоскости на Δh , то величина d изменится на $2 \cdot \Delta h$ и ширина полосы станет равной

$$\Delta x' = \frac{L}{d + 2\Delta h} \lambda$$

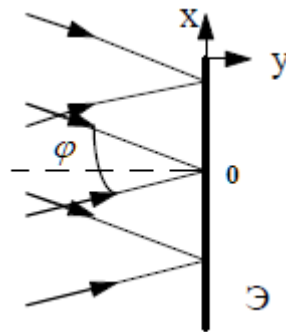
Поскольку $\Delta x' = \eta \Delta x$, из двух уравнений получим

$$\lambda = \frac{2\Delta x \Delta h}{L(\eta - 1)}$$

Задача 4.80

Две когерентные плоские световые волны, угол между направлениями распространения которых равен $\varphi \ll 1$, падают почти нормально на экран. Амплитуды волн одинаковы. Показать, что расстояние между соседними максимумами на экране $\Delta x = \lambda / \varphi$, где λ - длина волны.

Решение



Уравнения двух когерентных волн с одинаковой амплитудой, падающих на экран почти нормально

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \quad \text{и} \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \vec{k}_2 \cdot \vec{r})$$

Результирующее электрическое поле в точке на экране с координатами (x, y) будет равно

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos\left(\omega t - kx \sin \frac{\varphi}{2} - ky \cos \frac{\varphi}{2}\right) + E_0 \cos\left(\omega t + kx \sin \frac{\varphi}{2} - ky \cos \frac{\varphi}{2}\right) =$$

$$2E_0 \cos\left(kx \sin \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t - ky \cos \frac{\varphi}{2}\right)$$

Данная волна будет иметь максимальную амплитуду колебаний вектора

напряженности электрического поля в точках, в которых выполняется условие

$$kx_m \sin \frac{\varphi}{2} = \pm m\pi ,$$

где m - целое число.

Координаты точек экрана с максимальной освещенностью равны

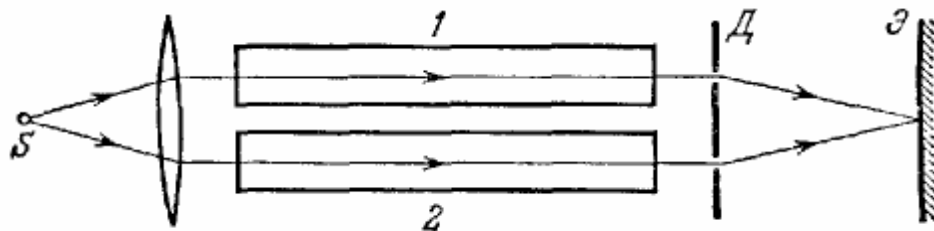
$$x_m = \pm \frac{m\pi}{k \sin \frac{\varphi}{2}} = \left\{ k = \frac{2\pi}{\lambda} \right\} = \pm \frac{m\lambda}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$$

Расстояние между соседними максимумами равно

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \pm \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} = \left\{ \varphi \ll 1 \Rightarrow \sin \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2} \right\} \approx \frac{\lambda}{\varphi}$$

Задача 4.87

На рисунке показана схема интерферометра, служащего для измерения показателей преломления прозрачных веществ. Здесь S - узкая щель, освещаемая монохроматическим светом $\lambda = 589$ нм; 1 и 2 - две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых $L = 10.0$ см; D - диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране \mathcal{E} сместилась вверх на $N = 17$ полос. Показатель преломления воздуха $n = 1.000277$. Определить показатель преломления аммиака.



Решение

Положение интерференционных максимумов определяется из условия

$$\Delta = \pm m\lambda ,$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Главному максимуму (в центре экрана) соответствует $m = 0$.

В первом случае

$\Delta = n_g L - n_g L = 0$, что соответствует главному максимуму.

Смещение интерференционной картины по экрану на одну полосу соответствует изменению k на единицу (разность хода изменяется на λ). При смещении интерференционной картины на N полос разность хода изменяется на $N \cdot \lambda$.

Таким образом, во втором случае, получим

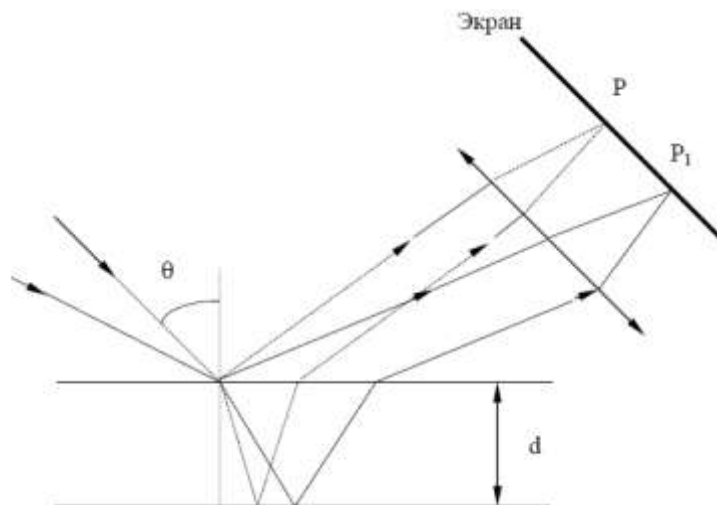
$$\Delta = N\lambda = n_a L - n_g L \Rightarrow n_a = n_g + \frac{N\lambda}{L}$$

Задача 4.92

Рассеянный монохроматический свет с $\lambda = 0.60$ мкм падает на тонкую пленку вещества с показателем преломления $n = 1.5$. Определить толщину пленки, если угловое расстояние между соседними максимумами, наблюдаемыми в отраженном свете под углами с нормалью, близкими к θ , равно $\delta\theta$.

Решение

Рассеянный свет, отражаясь от пленки, будет создавать за счет интерференции **полосы равного наклона** как в отраженном, так и в прошедшем свете.



Все лучи, падающие на пластинку под определенным углом θ , соберутся на экране в одной точке P . Лучи другого наклона соберутся в другой точке

экрана (например P1) . Каждому углу падения соответствует своя полоса равного наклона.

Условие того, что под углом θ отраженный свет будет иметь максимальную интенсивность

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda,$$

где k - номер максимума.

Условия для двух соседних максимумов $k_2 = k_1 - 1$ в отраженном свете для углов $\theta_1 = \theta - \delta\theta/2$ и $\theta_2 = \theta + \delta\theta/2$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \left(\theta - \frac{\delta\theta}{2}\right)} = \left(k_1 + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \left(\theta + \frac{\delta\theta}{2}\right)} = \left(k_1 - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Из которых находим

$$d = \frac{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\sin 2\theta \cdot \delta\theta}$$

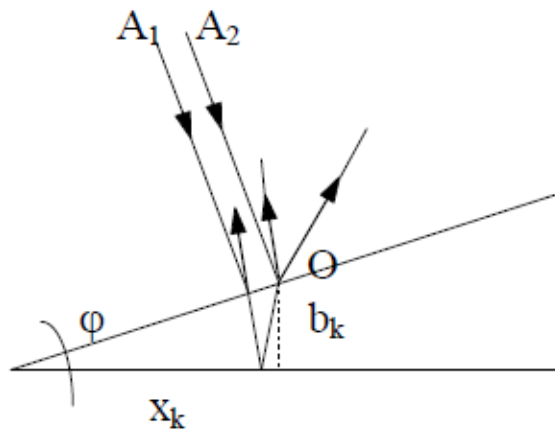
Задача 4.95

Свет с длиной волны $\lambda = 0.55$ мкм от удаленного точечного источника падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых на поверхности клина $\Delta x = 0.21$ мм.

Найти:

а) угол между гранями клина;

б) степень монохроматичности света $(\Delta\lambda/\lambda)$, если исчезновение интерференционных полос наблюдается на расстоянии $L \approx 1.5$ см от вершины клина.



В данном случае интерференция происходит на верхней поверхности клина, на которой образуются **полосы равной толщины**. Для наблюдения интерференции используется клин с малым углом при вершине. Поэтому для расчета максимумов и минимумов интенсивности в отраженном свете можно использовать формулу для плоскопараллельной пластинки, а в качестве толщины этой пластинки использовать толщину клина в данном месте b_k .

А) Условие интерференционных максимумов (светлых полос)

$$2b_k \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda = \{\theta = 0\} = 2b_k n = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$\text{Толщина клина } b_k = x_k \operatorname{tg} \varphi \approx x_k \varphi \Rightarrow 2x_k \varphi n = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Отсюда, координата k-го максимума

$$x_k = \frac{\lambda}{4\pi\varphi} (2k + 1)$$

и расстояние между соседними максимумами

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda}{2\pi\varphi}$$

Тогда угол между гранями клина

$$\varphi = \frac{\lambda}{2n\Delta x}$$

Б) Картина чередования интерференционных максимумов и минимумов на поверхности будет наблюдаться на всем клине только в случае строго монохроматической волны.

Если волна не строго монохроматична, а оценивается величиной $\Delta\lambda$, то есть интервалом длин волн, в котором сосредоточено излучение, то интерференционные картины для разных λ могут накладываться друг на друга, и, начиная с некоторой точки на поверхности клина, интерференционные полосы исчезают. Это происходит тогда, когда максимум освещенности для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ с номером m накладывается на максимум для длины волны λ с номером $(m+1)$.

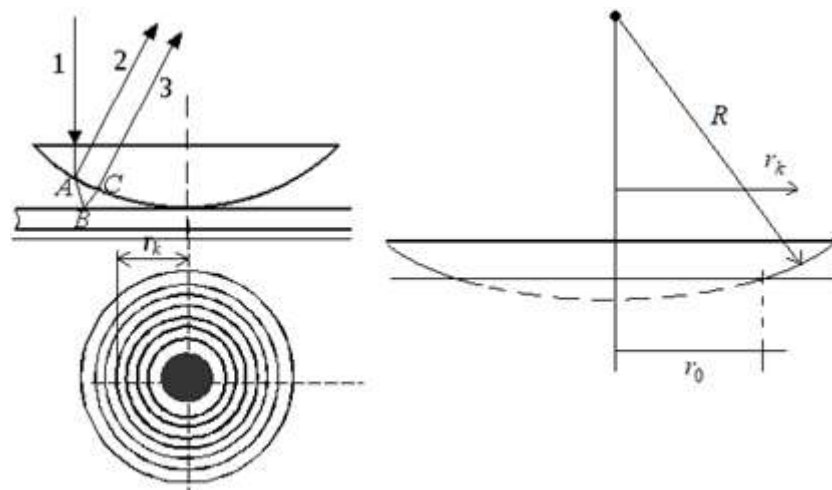
$$x_m = \frac{\lambda + \Delta\lambda}{4\pi\varphi}(2m+1), \quad x_{m+1} = \frac{\lambda + \Delta\lambda}{4\pi\varphi}(2(m+1)+1) \Rightarrow 2m+1 = \frac{2\lambda}{\Delta\lambda}$$

По условию задачи $x_m = L$, следовательно

$$x_m = L = \frac{\lambda}{4\pi\varphi}(2m+1) = \frac{\Delta x \lambda}{\Delta\lambda} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta x}{L}}$$

Задача 4.98

На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса $r_0 = 3,0$ мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 150$ см. Найти радиус шестого светлого кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 655$ нм.



Кольца Ньютона – полосы равной толщины.

Решение

Воздушный зазор между линзой и пластинкой

$$h = \sqrt{R^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r_k^2} = R \left[\sqrt{1 - \frac{r_0^2}{R^2}} - \sqrt{1 - \frac{r_k^2}{R^2}} \right]$$

Исходя из условий $\frac{r_0^2}{R^2} \ll 1$ и $\frac{r_k^2}{R^2} \ll 1$, раскладывая выражения под корнем в ряд, получим

$$\sqrt{1 - \frac{r_0^2}{R^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{r_0^2}{R^2}, \quad \sqrt{1 - \frac{r_k^2}{R^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{r_k^2}{R^2}$$

Следовательно

$$h = \sqrt{R^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r_k^2} = R \left[\sqrt{1 - \frac{r_0^2}{R^2}} - \sqrt{1 - \frac{r_k^2}{R^2}} \right] \approx \frac{r^2 - r_k^2}{2R}$$

Условие светлого кольца (интерференционного максимума)

$$\Delta = 2h = (2k - 1) \frac{\lambda}{2} = 2 \frac{r_k^2 - r_0^2}{2R} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

где k - номер кольца.

Появление дополнительного слагаемого $\lambda/2$ связано с потерей полуволны при отражении от оптически более плотной среды (пластинки).

Таким образом, радиус k -го светлого кольца

$$r_k = \sqrt{r_0^2 + R \left(k - \frac{1}{2} \right) \lambda}$$