Metody statystyczne - zestaw 3

Rozważamy proces Poissona, w którym sygnały są wysyłane do serwera ze średnią częstością $\lambda = 1min^{-1}$.

1. Proszę narysować liczbę wysyłanych sygnałów w funkcji czasu dla $t \in (0, 90)$min. Aby to zrobić, należy każdorazowo losować czas pomiędzy kolejnymi sygnałami z rozkładu wykładniczego $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$. Na jednym wykresie proszę umieścić kilka trajektorii.

2. Proszę doświadczalnie (dla 10^4 trajektorii) uzyskać rozkład liczby sygnałów dla chwil czasu $t = 1$, $t = 20$, $t = 90$. Następnie proszę porównać go z rozkładem Poissona: $P_t(k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$.

3*. Proszę narysować rozkład czasu oczekiwania na k-te zdarzenie dla $k = 2$, 5, 10, 50. Proszę znaleźć wartość oczekiwaną oraz odchylenie standardowe, a następnie porównać z wartościami teoretycznymi $E(\Gamma(k, \lambda)) = \frac{k}{\lambda}$, $\sigma(\Gamma(k, \lambda)) = \frac{\sqrt{k}}{\lambda}$.

4*. Proszę zasymulować kilka źródeł sygnału o różnych częstościach λ_i, a następnie sprawdzić, czy otrzymany proces jest równoważny procesowi Poissona z $\lambda = \sum\limits_i \lambda_i$ (sprawdzenia można dokonać przez porównanie z rozkładem teoretycznym.).