

Linguagens Formais e Autômatos

AFD vs. AFN

Prof. Leonardo Albernaz Amaral

bit.ly/LFA_2022_2



CONTEÚDO

- **Principais conceitos sobre relação entre AFD e AFN**
 - Relação
 - Algoritmo de conversão

OBJETIVOS DA AULA

- Ao final da aula, deseja-se que o aluno seja capaz de:

- --

AFD x AFN

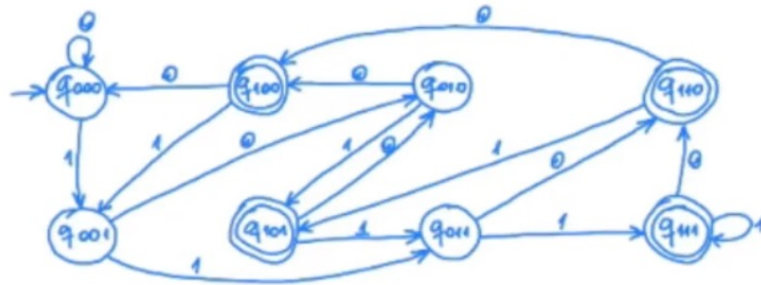


Relação entre AFD e AFN (--)

- **Por que dois modelos? (AFD e AFN)**

- Todo AFD é um AFN.
- Talvez os AFN sejam mais poderosos?
 - AFN certamente é mais simples (menor, mais fácil de construir) em alguns casos do que a versão determinística.

$$L(M) = \{ w \in \{0,1\}^* : \text{o 3º símbolo a partir do fim é } 1 \}$$



Relação entre AFD e AFN (--)

- **AFN não são mais poderosos que AFD**
 - AFD e AFN são equivalentes se reconhecem a mesma linguagem...
- **TEOREMA:**
 - Todo AFN tem um AFD equivalente.
 - Ideia:
 - Dado um AFN N, criar um AFD M tal que “N aceita ω se e somente se M aceita ω ” (ou seja, se um aceita, o outro também tem que aceitar).
 - **Como?**
 - Fazendo o AFD simular o AFN: o AFD precisará lembrar quais estados do AFN estão ativos.
 - O estado ativo do AFD (que é somente um) terá que lembrar de todos os estados ativos do AFN...

Relação entre AFD e AFN (--)

Criando AFD a partir de um AFN

• TEOREMA:

- Todo AFN tem um AFD equivalente.

• DEMONSTRAÇÃO:

- Seja $N = (Q, \Sigma, f, q_0, F)$ um AFN qualquer, iremos criar um AFD $M = (B, \Sigma, \varphi, p_0, T)$ em que:

- $B = P(Q)$ Conjunto de estados do AFD M será o conjunto POTÊNCIA dos estado do AFN N
- Função de transição estendida de estados é (estando em um estado (R) de M, e lendo um símbolo (x), a função irá retornar o estado ativo do AFN N):
 - Se o estado $R \in Q$ e o símbolo $x \in \Sigma$, $\varphi(R, x) = E(f(R, x))$
 - $R \in Q$ significa que R é um estado específico do AFN
 - $x \in \Sigma$ significa que x é um símbolo qquer do alfabeto
- $p_0 = E(q_0)$ São os estados ativos de N (ou seja, o fechamento de q_0)
- $T = \{R \in B : R \cap F \neq \emptyset\}$
 São todos os estados do AFD com alguma interseção no conjunto de estados finais do AFN

- Conjunto de estados do AFD?
- Estados finais?
- Estado inicial?

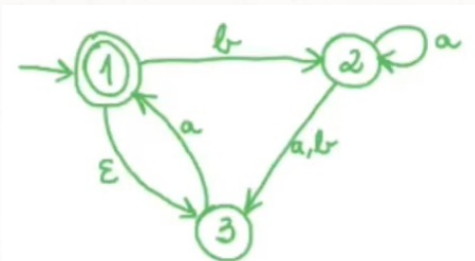
Fechamento dos estados ativos de N (ou seja, conjunto de estados que ficam ativos no instante em que determinado estado fica ativo.)

Relação entre AFD e AFN

(--)

Inicialmente definir:

- **B** que é o conjunto dos estados de AFD que é o conjunto potência dos estados do AFN.
 - Se $Q = \{1, 2, 3\}$, então $B = P(Q) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$.
- **p₀** (estado inicial do AFD) = o conjunto dos estados iniciais ativos no AFN que é $= \{1,3\}$, pois tem transição espontânea do "1" para o "3", logo $\{1, 3\}$ é o estado inicial do AFD.
- **T** (estados finais) = olhar o estado final do AFN e procurar onde este estado aparece nos estados do AFD, que será em $(\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\})$.

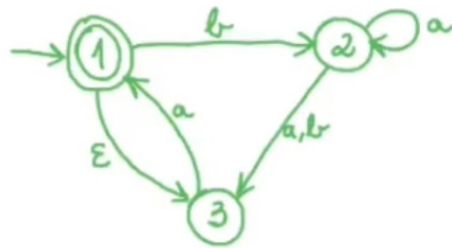


Relação entre AFD e AFN

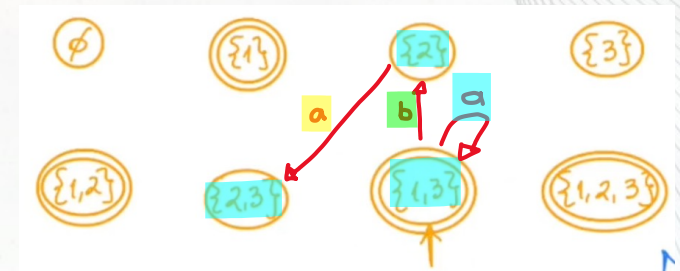
(--)

Inicialmente definir:

- **B** que é o conjunto dos estados de AFD que é o conjunto potência dos estados do AFN.
 - Se $Q = \{1, 2, 3\}$, então $B = P(Q) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\}$.
- **p₀** (estado inicial do AFD) = o conjunto dos estados iniciais ativos no AFN que é $= \{1,3\}$, pois tem transição espontânea do "1" para o "3", logo $\{1, 3\}$ é o estado inicial do AFD.
- **T** (estados finais) = olhar o estado final do AFN e procurar onde este estado aparece nos estados do AFD, que será em $(\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\})$.



- **Transições de estados**: para qualquer estado do AFD (iniciando pelo inicial $\{1,3\}$), fazer a transição de estados baseada nas transições possíveis lendo os mesmos símbolos no AFN (a e b).
 - ao ler um 'a' no AFN nos estados 1 e 3 ele transita para onde? E ao ler um b?
 - Lendo 'a' no "1" do ADN não vai a lugar algum. Mas do "3" vai para o "1" que chega no "3" de forma espontânea. Ao ler 'b' do "1" vai para o "2".
 - A partir disso, qual é o **estado ativo** agora no AFD? é o 2.
- Repetir o processo para todos os estados ativos no AFD, sempre olhando para as transições desse estado no AFN.
 - Lendo um 'a' no AFN a partir do estado "2", dois estados ficam ativos, o "2" e o "3", então criar uma transição do estado "2" para o "2,3" no AFD.

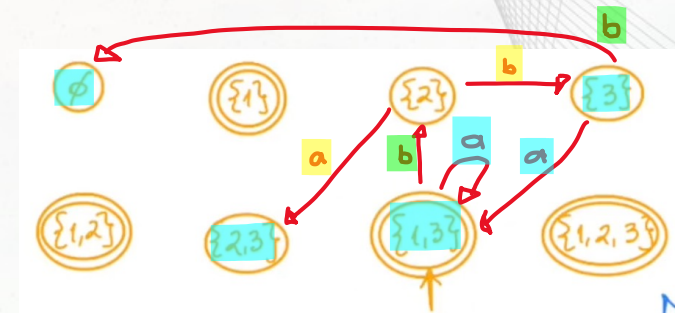
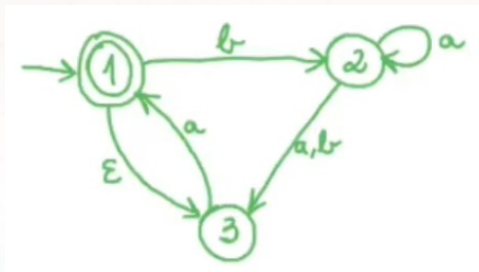


Relação entre AFD e AFN

(--)

EXEMPLO: Criando AFD a partir de um AFN

- Lendo um 'b' no AFN (ainda no estado "2"), apenas um estado fica ativo (o "3"). Então transitar do "2" para o "3" no AFD lendo o símbolo 'b'.
- Estando no estado "3" do AFN e lendo um 'a', só o estado "1" fica ativo. No entanto, tem uma transição espontânea (ϵ) do estado "1" para o "3", logo, os estados "1 e 3" ficam ativos tendo-se que criar uma transição do estado "3" para o estado "1,3" no AFD.
- Estando no estado "3" do AFD e lendo um 'b', é estado vazio. Logo, transitar do estado "3" para o estado vazio no AFD ao ler um 'b'.

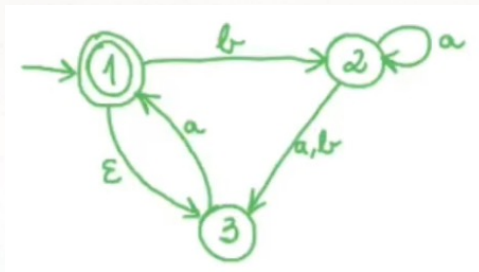


Relação entre AFD e AFN

(--)

EXEMPLO: Criando AFD a partir de um AFN

- O estado ativo no AFD é o $\{2,3\}$.
 - Lendo um 'a' do estado "2" do AFN se vai para o "2" e para o "3". E ao ler um 'a' do "3" se vai para "1" e consequentemente se chega no 3 pela transição espontânea. Logo, do estado "2,3" do AFD se chega no estado "1, 2, 3".
 - Ao ler um 'b' do "2" do AFN se vai para o "3"
- Estando no estado vazio, segue no vazio ao ler 'a' e 'b'.
- Os estado ativo no AFD é o $\{1, 2, 3\}$ e o $\{3\}$

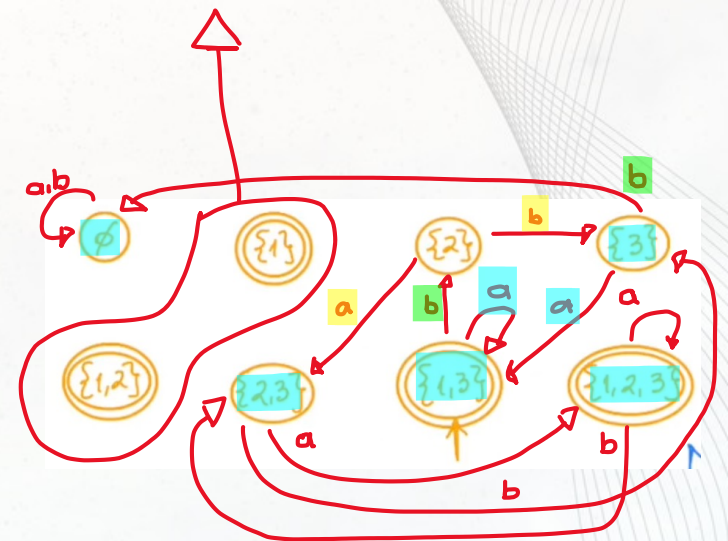
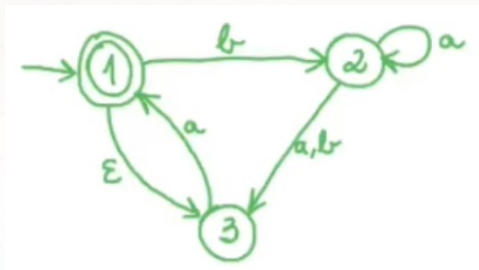


Relação entre AFD e AFN (--)

EXEMPLO: Criando AFD a partir de um AFN

- O estado ativo no AFD é o $\{1, 2, 3\}$.
 - Ao ler um 'a', os 3 estados ficam ativos ("1, 2, 3").
 - Ao ler um 'b' se vai para o estado "2, 3".

Estados "1" e "1,2" nunca são atingidos a partir do estado inicial.



Relação entre AFD e AFN

(--)

Criando AFD a partir de um AFN

- **COROLÁRIO (um teorema importante):**

- Um linguagem é regular se e somente se algum AFN a reconhecer.

- **DEMONSTRAÇÃO:**

Seja L uma linguagem qualquer.

(\Rightarrow) Suponha que L é regular.

Então, por definição, existe um AFD que a reconhece.

mas todo AFD é um AFN.

(\Leftarrow) Suponha que existe um AFN N que reconhece L .

Pelo Teorema anterior, existe um AFD M equivalente a N .

Então, por definição, L é regular.

CQD

Relação entre AFD e AFN

(--)

Criando AFD a partir de um AFN

• RESUMO:

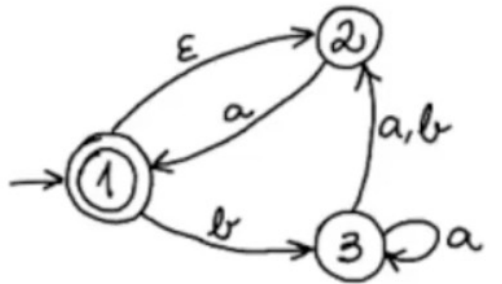
- Linguagens regulares :
por definição, existe um AFD que a reconhece.
- Se fizermos um AFN que reconhece uma linguagem, ela também será regular.
O teorema inclusive nos dá um algoritmo para criar um AFD equivalente.
- Ponto negativo : se o AFN tem n estados, o AFD poderá ter 2^n .

Convertendo AFN em AFD



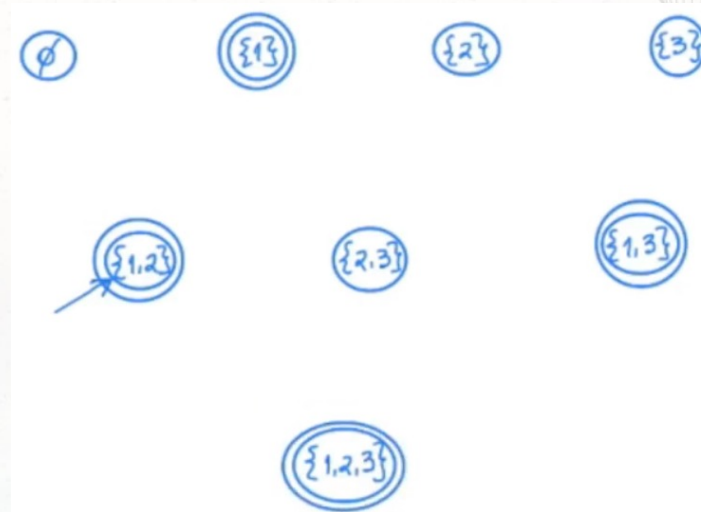
Convertendo AFN em AFD (--)

• Conversão de AFN em AFD



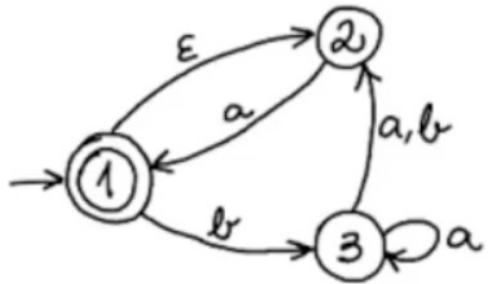
Inicialmente definir:

- **B** que é o conjunto dos estados de AFD que é o conjunto potência dos estados do AFN.
 - Se $Q = \{1, 2, 3\}$, então $B = P(Q) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}\}$.
- **p_0 (estado inicial do AFD)** = o conjunto dos estados iniciais ativos no AFN que é $\{1,2\}$, pois tem transição espontânea do "1" para o "2", logo $\{1, 2\}$ é o estado inicial do AFD.
- **T (estados finais)** = olhar o estado final do AFN e procurar onde este estado aparece nos estados do AFD, que será em $\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}$.

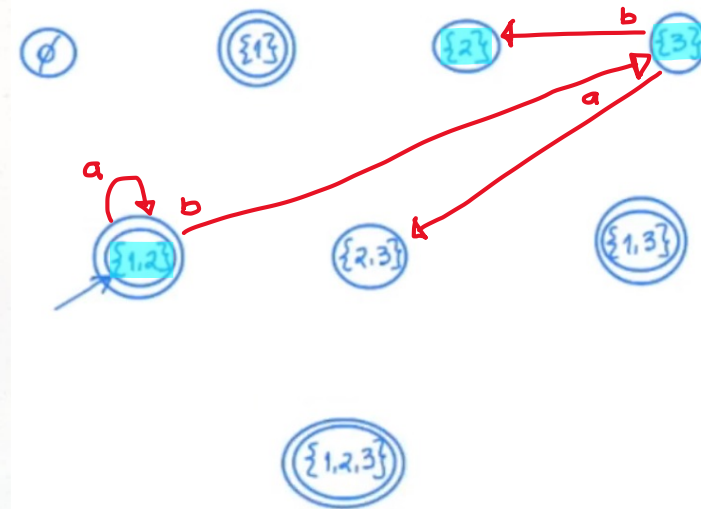


Convertendo AFN em AFD (--)

• Conversão de AFN em AFD

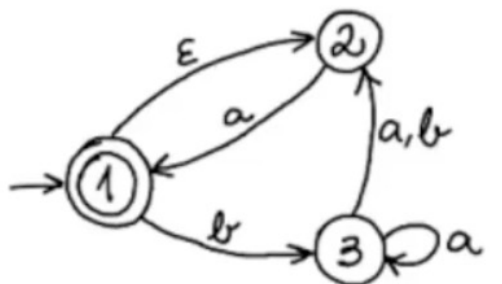


- Transições de estados: para qualquer estado do AFD (iniciando pelo inicial $\{1,2\}$), fazer a transição de estados baseada nas transições possíveis lendo os mesmos símbolos no AFN (a e b).
 - ao ler um 'a' no AFN nos estados 1 e 2 ele transita para onde? E ao ler um b?
 - Lendo 'a' no "1" do ADN não vai a lugar algum. Mas do "2" vai para o "1" que chega no "2" de forma espontânea. Ao ler 'b' do "1" vai para o "3".
 - A partir disso, qual é o estado ativo agora no AFD? é o 3.
- Repetir o processo para todos os estados ativos no AFD, sempre olhando para as transições desse estado no AFN.
 - Lendo um 'a' no AFN a partir do estado "3", dois estados ficam ativos, o "2" e o "3", então criar uma transição do estado "3" para o "2,3" no AFD. Ao ler um 'b' do "3", o estado "2" fica ativo.

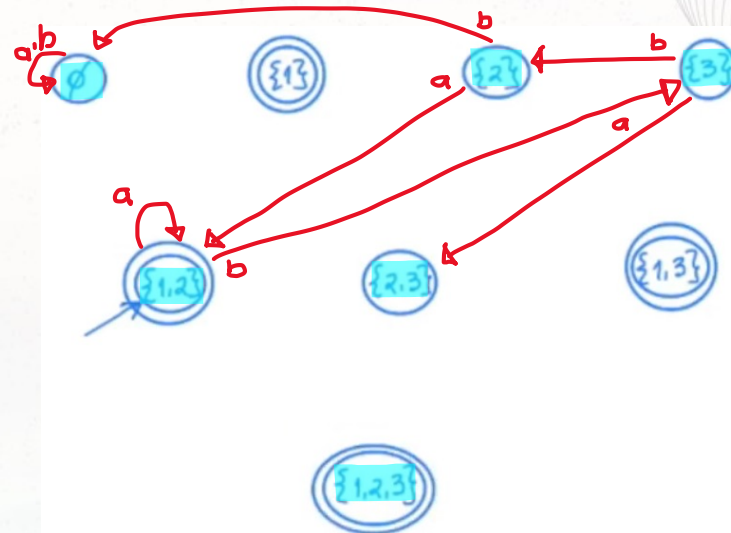


Convertendo AFN em AFD (--)

• Conversão de AFN em AFD

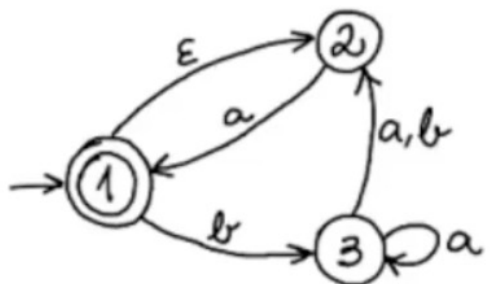


- O estado ativo no AFD é o $\{2\}$.
 - Lendo um 'a' do estado "2" do AFN se vai para o "1" e para o "2" (espontaneamente).
 - Estando no estado "2" do AFD e lendo um 'b', é estado vazio. Logo, transitar do estado "3" para o estado vazio no AFD ao ler um 'b'.
- Estando no estado vazio, segue no vazio ao ler 'a' e 'b'.
- Os estado ativo no AFD é o "2,3".

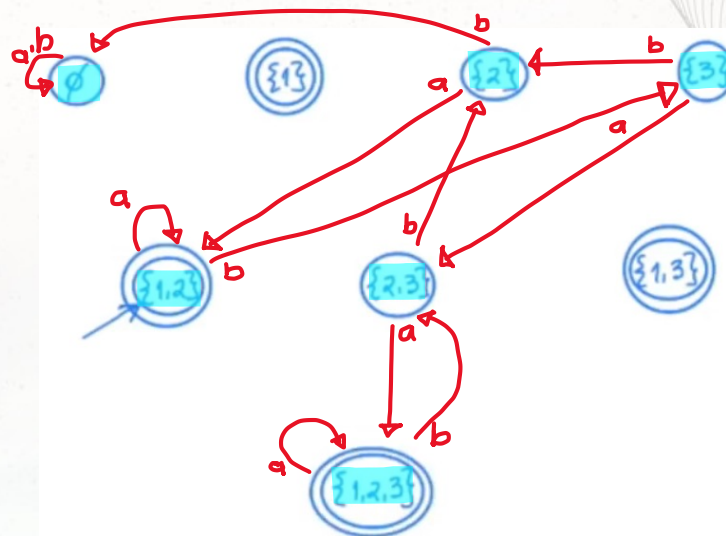


Convertendo AFN em AFD (--)

• Conversão de AFN em AFD

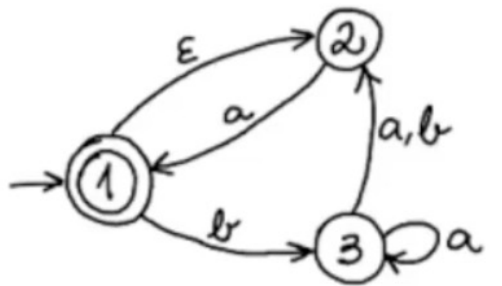


- O estado ativo no AFD é o $\{2,3\}$.
 - Ao ler um 'a' do "2", o "1" fica ativo e o "2" tb espontaneamente. Estando no "3" e lendo um 'a', se vai para o "2" e o "3". Consequentemente, "1,2,3" ficam ativos.
 - Ao ler um 'b' do "3" se vai para o "2".
- O estado ativo é o "1, 2, 3"
 - Do estado "1" lendo 'a' não tem o que fazer. Do estado "2" lendo um 'a', se atinge os estados "1,2" ("2" de forma espontânea). Ao ler 'a' do estado "3", os estados "2,3" ficam ativos. Logo, lendo um 'a' ativa os estados "1,2,3".
 - Do estado "1" lendo 'b' o "3" fica ativo. Do estado "2" lendo o 'b', não tem para onde ir. Do estado "3" lendo um 'b', o "2" fica ativo. Logo, transitar para o "2,3" lendo um 'b'.

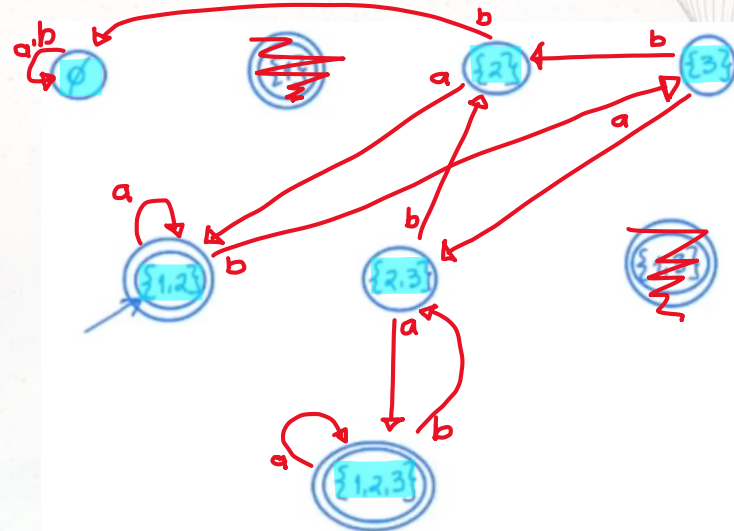


Convertendo AFN em AFD (--)

- Conversão de AFN em AFD



Estados "1" e "1,3" nunca são atingidos a partir do estado inicial.





ecossistema
ănimă