

Домашнее задание по теме «Производные функций нескольких переменных».

1. Найти область определения функции.

$$z = \sqrt{1-x^3} + \ln(y^2-1)$$

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2: \left. \begin{array}{l} y > 1; x \leq 1 \\ y < -1, x \leq 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ООФ авл.} \\ \text{все} \\ \text{действ.} \\ \text{числа} \end{array}$$

2. Найти производные 1-го порядка функции.

$$z = \left(1 + \frac{\ln x}{\ln y}\right)^3 \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\left(1 + \frac{\ln(x)}{\ln(y)}\right)^3 \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= \frac{d}{dg} (g^3) * \frac{d}{dx} \left(1 + \frac{\ln(x)}{\ln(y)}\right) = \\ &= 3g^2 * \frac{1}{\ln(y)} * \frac{1}{x} = 3 \left(1 + \frac{\ln(x)}{\ln(y)}\right)^2 * \\ &* \frac{1}{\ln(y)} * \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{3(\ln(y) + \ln(x))^2}{\ln(y)^3 * x} \end{aligned}$$

3. Найти полный дифференциал функции в точке (1;1).

$$z = \sqrt{2xy + \cos \frac{x}{y}}$$

$$df(z) = \frac{df(x,y)}{dx} * dx + \frac{df(x,y)}{dy} * dy$$

$$\begin{aligned} d(z) &= \frac{d}{dx} \left(\sqrt{2xy + \cos\left(\frac{x}{y}\right)} \right) * dx + \\ &+ \frac{d}{dy} \left(\sqrt{2xy + \cos\left(\frac{x}{y}\right)} \right) * dy = \\ &= \frac{\left(2y - \frac{\sin\left(\frac{x}{y}\right)}{y} \right) dx}{\sqrt{2xy + \cos\left(\frac{x}{y}\right)} * 2} + \frac{\left(2x + \frac{\sin\left(\frac{x}{y}\right) * x}{y^2} \right) dy}{\sqrt{2xy + \cos\left(\frac{x}{y}\right)} * 2} \end{aligned}$$

4. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$$

$$\min = \{ (x^2 + xy + y^2 - 6x) - 9y \mid 0 \leq x \leq 0 \} =$$

$$= -\frac{81}{4} \Rightarrow (x, y) = \left(0, \frac{9}{2}\right)$$

max — отсутствует