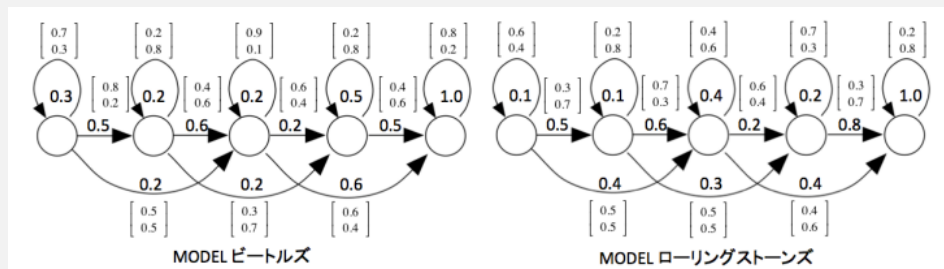


第 12 回「HMM と最尤推定の実応用」

工学部 37021404 中村裕大

1. コード進行系列 G-F-G が観測されたとき、以下の HMM で表現された楽曲が、ビートルズ、ローリング・ストーンズの何れの楽曲と考えるのが妥当か。[] の上段, 下段はコード F, G の生起確率。



マルコフ過程

- 任意の時刻の状態の確率分布が、前の状態のみに依存する確率過程
- マルコフ過程に従う確率過程をマルコフモデルと呼ぶ

HMM(隠れマルコフモデル)とは

- 確率的な状態遷移と確率的な記号出力を備えたオートマトン
- マルコフモデルにおいて、観測できる要素のほかに、その要素に依存する「隠れた」要素が存在する

HMM の問題は基本的に以下の 3 つに分類される (O: 出力記号列, M: モデル)

I. 評価問題

O が与えられたときに、 $P(O | M)$ を求める問題

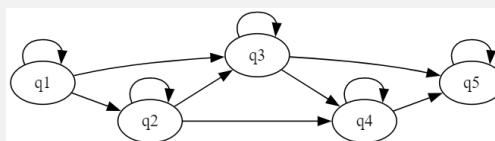
II. 復号化問題

O と M が与えられたときに、O を生成した M の最適な状態遷移系列を求める問題

III. 推定問題

O から、 $P(O|M)$ を最大にするような M を求める問題

今回は、与えられた出力記号列からモデルの生成確率を導出するので、**評価問題**として導出を進める。今回の HMM は以下のような構造を持ち、遷移としては以下のようなものが考えられる(遷移過程はそれぞれ $P(\text{数字})$ で定義する)。



【遷移過程一覧】

q1 -> q1 -> q3 -> q5	q1 -> q2 -> q3 -> q5	q1 -> q12-> q4 -> q5
q1 -> q3 -> q3 -> q5	q1 -> q3 -> q4 -> q5	q1 -> q3 -> q5 -> q5

HMM の MAP 推定を考えるので以下のような式を計算する。

$$M^* = \operatorname{argmax}_M P(y | M) = \operatorname{argmax}_M \sum_{i0, i1 \dots, iT} \prod_t P(q_{it} | q_{it-1}, M) \times P(y_t | q_{it-1}, q_{it}, M)$$

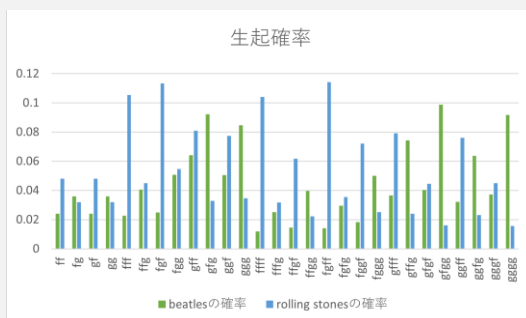
計算結果はそれぞれの HMM から以下のように導出される。

【計算過程】

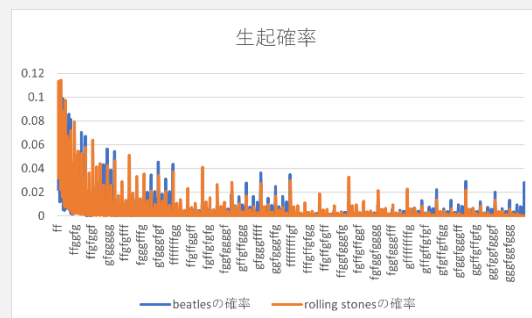
	Beatles	Rolling Stones
計算過程	P 1: $0.3 \times 0.7 \times 0.2 \times 0.5 \times 0.6 \times 0.6 = 0.00756$ P 2: $0.5 \times 0.8 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.6 = 0.05184$ P 3: $0.5 \times 0.8 \times 0.2 \times 0.7 \times 0.5 \times 0.4 = 0.0112$ P 4: $0.2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.1 \times 0.6 \times 0.6 = 0.00072$ P 5: $0.2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.4 \times 0.5 \times 0.4 = 0.0016$ P 6: $0.2 \times 0.5 \times 0.6 \times 0.4 \times 1.0 \times 0.8 = 0.0192$	P 1: $0.1 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.4 = 0.00192$ P 2: $0.5 \times 0.3 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.4 \times 0.4 = 0.00432$ P 3: $0.5 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.5 \times 0.8 \times 0.3 = 0.0054$ P 4: $0.4 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.4 = 0.00768$ P 5: $0.4 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.4 \times 0.8 \times 0.3 = 0.00384$ P 6: $0.4 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.6 \times 1.0 \times 0.2 = 0.0096$
計算結果	0.09212	0.03276

計算結果によれば、ビートルズの楽曲の生成確率は 0.09212 であり、ローリング・ストーンズの楽曲の生成確率は 0.03276 である。以上の分析から、与えられたコード進行系列 G-F-G が観測された場合、評価問題を通じて導出した計算結果によれば、ビートルズの楽曲が妥当であることがわかる。

ちなみに少し気になったので”G-F-G”以外の系列についての生起確率に伴う最尤解の変動を求めるプログラムを用いて出力してみた結果が以下の通り。



num = 4 の場合



num = 10 の場合

当然の結果ではあるが、文字列の長さが長くなればなるほど積和が小さくなる(加えてその系列自身の生起確率がどんどん小さくなっていく)ので、左図のように右肩下がりの棒グラフが生成される結果となる。

参考文献

[1] kabuku(2018)「隠れマルコフモデル 入門」

(<https://www.kabuku.co.jp/developers/hmm>)

[2] kz(2019)「尤度から MAP 推定まで」

(<https://research.miidas.jp/2019/12/%E5%B0%A4%E5%BA%A6%E3%81%8B%E3%82%89map%E6%8E%A8%E5%AE%9A%E3%81%BE%E3%81%A7/>)

作成資料

[1] GitHub: (<https://github.com/KameKingdom/AudioAnalysis/tree/12>)