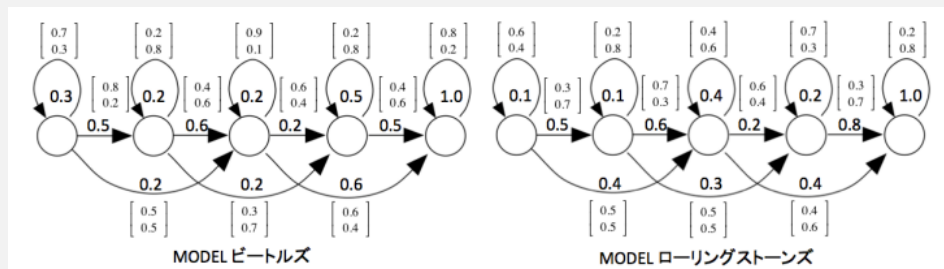


## 第 12 回「HMM と最尤推定の実応用」

工学部 37021404 中村裕大

1. コード進行系列 G-F-G が観測されたとき、以下の HMM で表現された楽曲が、ビートルズ、ローリング・ストーンズの何れの楽曲と考えるのが妥当か。[] の上段, 下段はコード F, G の生起確率。



### マルコフ過程

- 任意の時刻の状態の確立分布が、前の状態のみに依存する確率過程
- マルコフ過程に従う確率過程をマルコフモデルと呼ぶ

### HMM(隠れマルコフモデル)とは

- 確率的な状態遷移と確率的な記号出力を備えたオートマトン
- マルコフモデルにおいて、観測できる要素のほかに、その要素に依存する「隠れた」要素が存在する

HMM の問題は基本的に以下の 3 つに分類される (O: 出力記号列, M: モデル)

#### I. 評価問題

O が与えられたときに、 $P(O | M)$ を求める問題

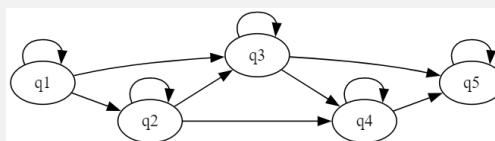
#### II. 復号化問題

O と M が与えられたときに、O を生成した M の最適な状態遷移系列を求める問題

#### III. 推定問題

O から、 $P(O|M)$ を最大にするような M を求める問題

今回は、与えられた出力記号列からモデルの生成確率を導出するので、**評価問題**として導出を進める。今回の HMM は以下のような構造を持ち、遷移としては以下のようなものが考えられる(遷移過程はそれぞれ  $P(\text{数字})$ で定義する)。



【遷移過程一覧】

q1 -> q1 -> q3 -> q5	q1 -> q2 -> q3 -> q5	q1 -> q12-> q4 -> q5
q1 -> q3 -> q3 -> q5	q1 -> q3 -> q4 -> q5	q1 -> q3 -> q5 -> q5

HMM の MAP 推定を考えるので以下のような式を計算する。

$$M^* = \operatorname{argmax}_M P(y | M) = \operatorname{argmax}_M \sum_{i0, i1 \dots, iT} \prod_t P(q_{it} | q_{it-1}, M) \times P(y_t | q_{it-1}, q_{it}, M)$$

計算結果はそれぞれの HMM から以下のように導出される。

【計算過程】

	Beatles	Rolling Stones
計算過程	<p>P 1: <math>0.3 \times 0.7 \times 0.2 \times 0.5 \times 0.6 \times 0.6 = 0.00756</math>  P 2: <math>0.5 \times 0.8 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.6 = 0.05184</math>  P 3: <math>0.5 \times 0.8 \times 0.2 \times 0.7 \times 0.5 \times 0.4 = 0.0112</math>  P 4: <math>0.2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.1 \times 0.6 \times 0.6 = 0.00072</math>  P 5: <math>0.2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.4 \times 0.5 \times 0.4 = 0.0016</math>  P 6: <math>0.2 \times 0.5 \times 0.6 \times 0.4 \times 1.0 \times 0.8 = 0.0192</math></p>	<p>P 1: <math>0.1 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.4 = 0.00192</math>  P 2: <math>0.5 \times 0.3 \times 0.6 \times 0.3 \times 0.4 \times 0.4 = 0.00432</math>  P 3: <math>0.5 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.5 \times 0.8 \times 0.3 = 0.0054</math>  P 4: <math>0.4 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.4 = 0.00768</math>  P 5: <math>0.4 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.4 \times 0.8 \times 0.3 = 0.00384</math>  P 6: <math>0.4 \times 0.5 \times 0.4 \times 0.6 \times 1.0 \times 0.2 = 0.0096</math></p>
計算結果	0.09212	0.03276

計算結果によれば、ビートルズの楽曲の生成確率は 0.09212 であり、ローリング・ストーンズの楽曲の生成確率は 0.03276 である。以上の分析から、与えられたコード進行系列 G-F-G が観測された場合、評価問題を通じて導出した計算結果によれば、ビートルズの楽曲が妥当であることがわかる。

---

参考文献

[1] kabuku(2018)「隠れマルコフモデル 入門」

(<https://www.kabuku.co.jp/developers/hmm>)

[2] kz(2019)「尤度から MAP 推定まで」

(<https://research.miidas.jp/2019/12/%E5%B0%A4%E5%BA%A6%E3%81%8B%E3%82%89map%E6%8E%A8%E5%AE%9A%E3%81%BE%E3%81%A7/>)

---

作成資料

[1] GitHub: (<https://github.com/KameKingdom/AudioAnalysis/tree/12>)