

# Corriger de l'exercice avec explications

Kamila AKPAKI

22 jan 2025

## Exercice 1

### Enoncé

On mesure le poids d'un bol de céréales supposé suivre une loi normale  $X \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$  avec  $m = 1$  kg et  $\sigma = 0.2$  kg.

### Question 1

Un client achète  $n = 4$  mesures de céréales. On note  $\bar{X}$  la moyenne empirique et  $s$  l'écart-type empirique. Quelle affirmation est correcte ?

- (a)  $\bar{X}$  donnera 1 kg et  $s$  donnera 0.2.
- (b)  $\bar{X}$  ne donnera pas 1 kg et  $s$  ne donnera pas 0.2.
- (c)  $\bar{X}$  peut donner 1 kg et  $s$  peut donner 0.2.
- (d)  $\bar{X}$  peut donner 1 kg, mais il est peu probable que  $s$  donne 0.2.

**Réponse correcte :** (d)

### Question 2

25 clients achètent chacun  $n = 4$  mesures de céréales. On note  $\bar{X}_{\text{global}}$  la moyenne des moyennes des clients et  $s$  l'écart-type. Quelle affirmation est correcte ?

- (a)  $\bar{X}_{\text{global}}$  donnera 1 kg et  $s$  donnera 0.2.
- (b)  $\bar{X}_{\text{global}}$  ne donnera pas 1 kg et  $s$  ne donnera pas 0.2.

- (c)  $\bar{X}_{\text{global}}$  peut donner 1 kg mais  $s$  ne peut pas donner 0.2.
- (d)  $\bar{X}_{\text{global}}$  peut donner 1 kg, et il est fort probable que  $s$  donne 0.2.

**Réponse correcte :** (d)

### Question 3

Probabilité que le poids moyen des 4 mesures dépasse 1.2 kg.

- (a) Il peut utiliser l'écart-type empirique  $s$  (non corrigé).
- (b) Il doit utiliser l'écart-type corrigé  $s$ .
- (c) Qu'il utilise  $s$  ou  $s$ , il aura les mêmes résultats.
- (d) Aucune des réponses précédentes.

**Réponse correcte :** (b)

### Question 4

Nombre minimal de mesures pour que la moyenne empirique soit dans un rayon de 0.15 kg avec 95% de confiance :

$$n = \left( \frac{1.96 \times 0.2}{0.15} \right)^2 = 54$$

**Réponse correcte :** (b)

## Exercice 2

On suppose que le nombre de candidatures avant un recrutement suit une loi géométrique  $X \sim \text{Geom}(p)$ .

### Question 1

Information de Fisher :

$$I(p) = \frac{1}{p(1-p)}$$

**Réponse correcte :** (c)

## Question 2

Estimateur du maximum de vraisemblance :

$$\hat{p}_n = \frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

Réponse correcte : (c)

## Question 3

Statistique pivotale :

Réponse correcte : (a)

## Question 4

Intervalle de confiance asymptotique de niveau  $1 - \alpha$  :

$$\left[ \hat{p}_n - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n}}, \hat{p}_n + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n}} \right]$$

Réponse correcte : (a)