

Exercice 1 : test d'indépendance .

La table 1 donne la répartition de 200 plantes en fonction de deux caractères : contamination et l'âge de la plante.

Table 1 : Age	non contaminée	contaminée	Total
Moins 3 mois	26	20	46
Entre 3 et 6 mois	61	63	124
Plus de 6 mois	8	22	30
Total	95	105	200

Table 2 : Age	non contaminée	contaminée	Total
Moins 3 mois	26	20	46
Plus de 3 mois	69	85	154
Total	95	105	200

1. En supposant l'hypothèse d'indépendance des deux caractères, déterminer la répartition théorique des 200 plantes selon les modalités des deux caractères. Peut-on conclure, au seuil de signification $\alpha = 5\%$, que ces deux caractères sont liés ?

Dans la table 2, on a regroupé en deux classes (modalités) le caractère âge.

2. Même question que 1) sur la table 2.

Le test d'indépendance sur la table 2 (tableau 2×2) peut également être considéré comme un test de comparaison de proportions. Il s'agit en effet de savoir s'il existe une différence significative entre les proportions P_c et P_{nc} des plantes âgées de plus de 3 mois.

3. Formuler les hypothèses à tester. Que peut-on alors conclure au seuil $\alpha = 5\%$?

Réponse :

1. On rejette H_0 d'indépendance. La contamination de la plante est liée à son âge ($\alpha = 5\%$)
2. On accepte l'hypothèse nulle H_0 . Les 2 caractères sont indépendants. ($\alpha = 5\%, \chi^2_{\text{cal}} = 1,9498 < \chi^2_{\text{tab}} = 3,841$)
3. On accepte l'hypothèse nulle H_0 . Il n'y a pas de différence significative entre les 2 proportions ($1,396 \in [-1,96; 1,96]$).

Exercice 2 : test d'indépendance .

Le responsable des ressources humaines d'une entreprise a effectué un sondage auprès de 200 employés, choisis au hasard à partir du fichier de l'entreprise, pour connaître leur niveau de satisfaction vis-à-vis de leur travail. Les caractères satisfaction et catégorie salariale (en) de l'employé ont été réparties chacune selon trois modalités. On a construit le tableau de contingence suivant :

Satisfaction & Salaire	≤ 2000	$]2000 - 3000$	> 3000	Total des lignes
Elevé	13	19	25	57
Moyen	28	29	28	85
Faible	24	18	16	58
Total des colonnes	65	66	69	200

1. Etablir puis interpréter les tableaux des profils lignes (%) et des profils colonnes (%).
2. Le responsable veut vérifier si ces deux caractères sont indépendants ou si, au contraire, le fait d'appartenir à une catégorie salariale permet de déduire le niveau de satisfaction de l'employé vis-à-vis de son travail. Que peut-on conclure au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

Réponse :

- 1.
2. Valeur $= \chi^2_{\text{calculé}} = 5.4497$; 4 d.d.l. ; $\chi^2_{5\%, 4 \text{ d.d.l.}} = 9.4877$, puisque $\chi^2_{\text{calculé}} < \chi^2_{5\%, 4 \text{ d.d.l.}}$, on ne peut rejeter H_0 , l'hypothèse selon laquelle le niveau de satisfaction est indépendant de la catégorie salariale est vraisemblable au seuil de signification $\alpha = 5\%$. Il semble que la catégorie salariale n'influe pas significativement sur le niveau de satisfaction vis-à-vis du travail.

Exercice 3 : Test de Wilcoxon-Mann-Withney & Test de Wilcoxon .

Les deux ensembles de nombres suivants représentent les résultats d'un échantillon de 12 hommes et d'un échantillon de 15 femmes auxquels on a fait subir un test de mesures de l'un de leur seuil de tolérance. les résultats obtenus sont les suivants :

Hommes	25	30	28	34	24	25	13	32	24	30	31	35			
Femmes	44	34	22	8	47	31	40	30	32	35	18	21	35	29	22

1. Rappeler les conditions d'application du test de Wilcoxon-Mann-Whitney.
2. Calculer $E(W) = n_1(n_1 + n_2 + 1)/2$ et $V(W) = n_1 n_2(n_1 + n_2 + 1)/12$.
3. Formuler les hypothèses à tester. Quelle est la valeur P de ce test ? Doit-on rejeter l'hypothèse nulle H_0 au seuil de signification $\alpha = 5\%$?

Réponses :

1. Test de Wilcoxon : 2) $E(W) = 168$; $V(W) = 420$; $W = 152.5$ 3) $-1.96 < u_0 = -0.756 < 1.96 \Rightarrow$ Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 : seuils de tolérance identiques. ($\alpha = 5\%$).
2. Test de Mann-Whitney : 2) $E(U_{HF}) = 90$; $V(U_{HF}) = 420$; $U_{HF} = 74.5$ 3) $-1.96 < u_0 = -0.756 < 1.96 \Rightarrow$ Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 : seuils de tolérance identiques. ($\alpha = 5\%$).

Exercice 4 : Test de Wilcoxon-Mann-Withney & Test de Wilcoxon .

Dans le cadre d'une expertise clinique de validation d'un médicament M, on administre à 10 malades, successivement à chacun et dans un ordre tiré au sort, le médicament M et une même dose d'un médicament de référence R. Les effets de ces deux substances sur chacun des 10 malades sont :

Médicament M	5	4	2	3	4	3	8	5	4	5
Médicament R	6	3	3	1	1	3	4	2	5	7

1. Comment appelle-t-on ce type de séries de mesures ?
2. Formuler les hypothèses à tester et justifier le choix d'un test non paramétrique.
3. Peut-on conclure que les 2 médicaments ont des effets significativement différents ($\alpha = 5\%$) ?

Réponses :

1. Echantillons appariés :
2. Test de Wilcoxon
3. $\min(T^+ = 32, T^- = 13) = 13 > T_{\alpha=5\%} = 6$ (cf.table) \Rightarrow Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0 : les 2 échantillons ont des distributions identiques.