



**RÉPUBLIQUE DU BENIN**

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE (MESR)**



**UNIVERSITÉ DE PARAKOU**

**ÉCOLE NATIONALE DE STATISTIQUE DE PLANIFICATION  
ET DE DÉMOGRAPHIE (ENSPD)**

**MASTER : 1**

**GROUPE : 3**

**COURS : Techniques et Méthodes d'Echantillonnage et de  
rééchantillonnage**

## **Détermination de la taille de l'échantillonnage dans un échantillonnage aléatoire stratifié**

Réalisé par :

**AVOHOUEME Fifagnon Géovanie**

**DOSSI Katopé Jean**

**MAFFON Charbel Viny Tchegnon**

**TOSSA Valentin**

**ZOUNGLA Jennifer Elodie**

Sous la supervision de :

**Dr. SODJINOUE Epiphane**

**Juin 2025**

# **PLAN**

## Introduction

- I. Notions générales sur l'échantillonnage aléatoire stratifié
- II. Calcul de la taille de l'échantillon
- III. Allocation des effectifs aux strates (allocations proportionnelle, égale et optimale)
- IV. Calcul des moyennes, proportions et variance à l'issue d'un échantillonnage aléatoire stratifié

## Conclusion

## **Introduction**

Dans une enquête statistique, l'échantillonnage permet d'étudier une partie représentative d'une population afin de tirer des conclusions fiables. Lorsqu'on sait que la population est hétérogène, on utilise l'échantillonnage aléatoire stratifié, qui consiste à diviser la population en strates homogènes avant de tirer un échantillon aléatoire dans chacune d'elles. La qualité de cette méthode dépend de trois étapes fondamentales que nous allons développer dans le cadre de cet exposé : le calcul de la taille de l'échantillon global ; l'allocation des effectifs aux strates ; le calcul des estimations globales (moyenne, proportion, variance).

## **I. Notions générales sur l'échantillonnage aléatoire stratifié**

### **a) Définition**

L'échantillonnage aléatoire stratifié consiste à diviser la population en strates non superposées de manière à ce que les éléments au sein de chaque strate soient homogènes. Ensuite, un échantillon est sélectionné aléatoirement dans chaque strate.

### **b) Avantages de l'échantillonnage stratifié**

- Amélioration de la précision des estimations.
- Réduction de la variance de l'estimateur global.
- Meilleure représentation des sous-populations.
- Possibilité d'analyse comparative entre strates.

### **c) Types de stratification**

- **Stratification proportionnelle** : la taille de l'échantillon dans chaque strate est proportionnelle à la taille de la strate dans la population.
- **Stratification optimale (de Neyman)** : la taille de l'échantillon dans chaque strate est proportionnelle à l'hétérogénéité et à la taille de la strate.
- **Stratification égale** : le même nombre d'unités est prélevé dans chaque strate, quel que soit leur poids dans la population.

## **II. Calcul de la taille de l'échantillon**

### **a) Objectif de l'étape**

Déterminer le nombre total d'unités à prélever dans l'ensemble des strates pour obtenir une estimation fiable, avec une erreur d'estimation acceptable et un niveau de confiance fixé.

#### **b) Notations et contexte**

- N : taille totale de la population
- L : nombre de strates
- $N_h$  : taille de la strate h
- $S_h$  : écart-type de la variable étudiée dans la strate h
- Z : valeur de la loi normale pour le niveau de confiance (1,96 pour 95 %)
- e : marge d'erreur acceptable

#### **c) Formule utilisée**

- Pour un sondage stratifié visant à estimer une moyenne :

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sum_{h=1}^L N_h^2 \cdot S_h^2}{e^2 \cdot N^2}$$

Cette formule tient compte de la **taille et de l'hétérogénéité** de chaque strate, ce qui permet d'assurer la précision de l'estimation.

### **III. Allocation des effectifs aux strates (allocations proportionnelle, égale et optimale)**

Une fois la taille n de l'échantillon total déterminée, il faut répartir ces unités entre les différentes strates.

#### **a) Allocation proportionnelle**

C'est la méthode la plus simple et la plus fréquente. Elle consiste à répartir les unités proportionnellement à la taille de chaque strate dans la population :

$$n_h = n \cdot \frac{N_h}{N}$$

**Avantages :**

- Représentativité de chaque strate garantie
- Facile à appliquer

**Limites :**

- Ne tient pas compte de la variabilité intra-strate

**b) Allocation égale**

On affecte le **même nombre d'unités à chaque strate**, sans tenir compte de leur taille :

$$n_h = \frac{n}{L}$$

**Avantages :**

- Permet de comparer équitablement les strates
- Utile lorsque la taille des strates est inconnue

**Limites :**

- Peut sous-représenter les grandes strates
- Moins efficace statistiquement

### c) Allocation optimale (ou de Neyman)

Cette méthode prend en compte **à la fois la taille et la variabilité de chaque strate** :

$$n_h = n \cdot \frac{N_h \cdot S_h}{\sum_{k=1}^L N_k \cdot S_k}$$

#### Avantages :

- Minimise la variance de l'estimateur global
- Approche la plus précise

#### Limite :

- Requier des informations sur les variabilités  $S_h$

## IV. Calcul des moyennes, proportions et variance à l'issue d'un échantillonnage aléatoire stratifié

Une fois l'échantillon collecté, les estimateurs globaux peuvent être calculés à partir des résultats par strate.

### a) Moyenne globale estimée

C'est une moyenne **pondérée des moyennes strates** :

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L \frac{N_h}{N} \cdot \bar{y}_h$$

Chaque strate contribue à la moyenne globale selon son poids dans la population.

### b) Proportion globale estimée

$$\hat{P}_{st} = \sum_{h=1}^L \frac{N_h}{N} \cdot \hat{P}_h$$

Utile dans le cas où l'on cherche à estimer une proportion (ex. : taux de satisfaction, taux de scolarisation, etc.).

### c) Variance de la moyenne estimée

$$Var(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L \left( \frac{N_h}{N} \right)^2 \cdot \frac{S_h^2}{n_h} \cdot \left( 1 - \frac{n_h}{N_h} \right)$$

Cette variance permet de construire un **intervalle de confiance** autour de la moyenne estimée :

$$IC = \bar{y}_{st} \pm Z \cdot \sqrt{Var(\bar{y}_{st})}$$

### d) Variance de la proportion estimée

$$Var(\hat{P}_{st}) = \sum_{h=1}^L \left( \frac{N_h}{N} \right)^2 \cdot \frac{\hat{P}_h(1 - \hat{P}_h)}{n_h}$$

Elle permet d'évaluer la précision d'une proportion estimée globalement à partir de l'échantillon stratifié.



## **Conclusion**

L'échantillonnage aléatoire stratifié permet d'obtenir des estimations plus précises que l'échantillonnage simple, à condition de bien suivre trois étapes essentielles : déterminer correctement la taille de l'échantillon ; allouer efficacement les unités d'échantillonnage dans chaque strate ; calculer de façon rigoureuse les estimations globales à partir des résultats observés. la méthode choisie pour l'allocation influence directement la précision des résultats. L'approche optimale (de Neyman) est la plus performante, mais elle nécessite plus d'informations préalables.

## **Références**

Cochran, William G. (1977). Sampling Techniques (3rd ed.). Wiley.

Lohr, Sharon L. (2009). Sampling: Design and Analysis (2nd ed.). Brooks/Cole.

Särndal, Carl-Erik, Swensson, Bengt & Wretman, Jan (2003). Model Assisted Survey Sampling. Springer.

Kish, Leslie. (1965). Survey Sampling. Wiley.