Exercice 1 : test Homogénéité .

Un pré-test est effectué pour évaluer la préférence d'un nouveau jus d'orange. Des personnes ont été choisies au hasard respectivement dans chacun des 2 départements de la région Rhône-Alpes. On a remis à chaque personne le jus d'orange selon trois type de contenant (Verre, Plastique, Pack). A l'issue d'une période d'essai d'une semaine, les préférences se présentent comme suit :

Contenant & Département	Isère (38)	Rhône (69)
Bouteille en verre	25	85
Bouteille en plastique	15	15
Pack en carton	50	10
Total	90	110

On veut ainsi analyser le comportement des consommateurs de chacun de ces départements vis-àvis de la préférence du jus d'orange selon son contenant. L'hypothèse nulle H_0 que l'on veut tester est la suivante : "La préférence du jus d'orange suivant les trois contenants retenus se répartit de façon identique dans les 2 départements de la région".
Choisir le test adéquat puis conclure. Localiser la ou les disparité(s) si l'hypothèse nulle H_0 est rejetée.
Réponses : Test d'homogénéité de 2 populations - $\chi^2_{\text{calculé}} = 57.97$ avec 2 d.d.l., rejet de H_0, on en conclut que les 2 départements n'ont pas un comportement homogène en ce qui concerne la préférence du contenant du jus d'orange.

Exercice 2 : test d'indépendance .

Cent étudiant(e)s ont été choisis au hasard sur la liste d'inscription de 3 types d'établissements différents de l'Académie de Lyon. Les répartitions des étudiant(e)s dans chaque établissement selon le caractère sexe se présentent comme suit :

Sexe & Etablissement	Université	I.U.T.	Gdes Ecoles
Femme	58	41	51
Homme	42	59	49
Total	100	100	100

1. Tester, aux niveaux de signification $\alpha = 5\%$ puis 10%, l'hypothèse nulle selon laquelle les étudiants et étudiantes se répartissent de façon identique dans les 3 établissements.
2. Peut-on alors en déduire que les 2 caractères sexe et type d'établissements sont indépendants ? justifier votre réponse pour les niveaux de signification $\alpha = 5\%$ et 10%.

Réponses :

1. Test d'homogénéité - $\chi^2_{\text{calculé}} = 5,84; 3$ d.l.l. : pour $\alpha = 5\%$ on accepte l'hypothèse nulle H_0 : répartition homogène selon le caractère sexe dans les 3 établissements. pour $\alpha = 10\%$ on rejette lhypothèse H_0 : répartition non homogène selon le caractère sexe dans les 3 établissements.
2. pour $\alpha = 5\%$ on peut conclure que les 2 caractères sont indépendants. pour $\alpha = 10\%$ le test ne sapplique pas.

Exercice 3 : test d'ajustement .

D'après les résultats d'un sondage électoral effectué auprès de 300 Lyonnais(e)s de plus de 18 ans et d'après les statistiques INSEE (fictives) suivantes :

Classes d'âges	$[18-25[$	$[25-35[$	$[35-45[$	$[45-55[$	55 ans et +
Effectifs observés	41	68	95	46	50
Statistiques INSEE	15%	20%	30%	17%	18%

Peut-on considérer avec un risque d'erreur $\alpha = 5\%$, que l'échantillon considéré est représentatif de la population Lyonnaise en âge de voter ?
Réponses : Non rejet de H_0. L'échantillon considéré est représentatif de la population Lyonnaise en âge de voter

Exercice 4 : test d'ajustement .

1. Dans une chaîne de fabrication d'une pièce mécanique de précision, on prélève chaque heure un lot de 20 pièces. On compte, pour chaque lot ainsi contrôlé, le nombre de pièces défectueuses. Après observation de 200 échantillons indépendants, on a obtenu les résultats suivants :

Nbre de pièces défectueuses par lot de 20 pièces : x	0	1	2	3	4	5	6	7
Nbre de fois où l'on a rencontré x pièces défectueuses	26	52	56	40	20	2	0	4

   Si X désigne la v.a.r. associée au "nombre de pièces défectueuses par échantillon de 20 pièces", à quelle loi peut-on ajuster la loi empirique observée ? Faire le test correspondant avec un seuil de signification $\alpha = 5\%$.

2. On a effectué le croisement de balsamines blanches avec des balsamines pourpres. La première génération est homogène ; les fleurs sont toutes pourpres, la deuxième génération fait apparaître 4 catégories de couleurs. Les résultats observés dans une expérience portant sur 160 balsamines sont les suivants :

Couleurs	pourpre	rose	blanc lavande	blanc	Total
Effectifs observés	92	28	29	11	160

   Si les caractères se transmettent selon les lois de Mendel, les proportions théoriques des quatre catégories sont $\left(\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}\right)$. Peut-on accepter l'hypothèse de répartition mendélienne avec un risque de première espèce $\alpha = 5\%$?

Réponses :

1. Non rejet de l'hypothèse nulle H_0 : Le nombre de pièces défectueuses dans un lot de 20 pièces se comporte selon une loi Binomiale : $B(20; 0,1)$ ou $P(2)$.
2. Non rejet de H_0 : répartition mendélienne des couleurs $\alpha = 5\%, \chi^2_{\text{calculé}} = 0.31 < \chi^2_{\text{table },5\%} = 7.81$

Exercice 5 : Test de corrélation de rangs de Spearman .

Deux agents recruteurs d'une entreprise effectuent un recrutement dans le secteur des services. Quatorze candidat(e)s ont été interviewé(e)s indépendamment par chacun des agents recruteur. L'évaluation respective des candidat(e)s par chaque agent recruteur a été remise au responsable des ressources humaines. Les évaluations respectives sous forme de rangs (sans ex-aequo) de chaque agent sont les suivantes :

Candidat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Agent A : Rang A	8	7	9	6	5	14	4	3	10	13	2	12	11	1
Agent B : Rang B	7	9	5	6	8	14	3	1	10	13	2	11	12	4

1. Calculer le coefficient de corrélation de rangs de Spearman entre les évaluations des candidat(e)s des deux agents recruteurs.
2. Est-ce que le responsable des ressources humaines peut conclure, au seuil de signification $\alpha = 1\%$, que l'appréciation des agents recruteurs pour les candidat(e)s va dans le même sens ?

Réponses :

1. $r_s = 0,8989$
2. $H_0 : r_s = 0$ contre $H_1 : r_s > 0$, puisque $r_s = 0.8989 > r_s^* = 0.622$ (cf. table de Spearman), Rejet de l'hypothèse nulle H_0. L'appréciation des agents va dans le même sens (corrélation positive "en attraction").
   Comme $11 \leq n = 14 < 30$, On peut aussi utiliser l'approximation de Student. La statistique de test $R_S\sqrt{\frac{(n-2)}{\left(1-R_S^2\right)}}$ suit approximativement une loi de Student $T_{n-2=12 \text{ d.d.l.}}$ Valeur de la statistique de test sous $H_0, t_0 = 7.107 > t_{\alpha=1\%} = 2.681 \Rightarrow$ Rejet de H_0.
3. **Remarque :** lorsqu'il n'y a pas d'ex-aequo, le coefficient de rangs de Spearman est égal au coefficient de corrélation linéaire de Bravais-Pearson calculé sur les rangs (sans ex-aequo) :
   $R_S = r(\text{Rang}\, A, \text{Rang}\, B) = 0.8989$.

Exercice 6 : Test de corrélation de rangs de Spearman .

Une revue se spécialisant dans l'évaluation de divers produits électroniques pour le bénéfice des consommateurs a évalué les récepteurs stéréophoniques de diverses marques. L'évaluation globale de chaque appareil sur une échelle de 0 (très mauvaise qualité) à 10 (excellente qualité) ainsi que le prix suggéré sont les suivants :

Marque	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10
Appréciation globale	7,5	8,4	8,0	8,8	9,0	7,0	7,4	7,7	8,3	8,6
Prix	2,7	7,5	6	5,5	4	4	9	4	2,2	9,9

1. Calculer le coefficient de corrélation de rang de Spearman.
2. Tester, au seuil de signification $\alpha = 5\%$, l'hypothèse nulle H_0 selon laquelle l'appréciation globale et le prix sont indépendants contre l'hypothèse alternative H_1 qu'ils sont liés positivement.

Réponses :

1. $r_s = 0,164$ b) $r_s < r_s* = 0,564$. Non-Rejet de l'hypothèse nulle H_0. L'appréciation globale et le prix sont indépendants ($\alpha = 5\%$).