

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3- Metoda interpolacji Lagrange'a dla węzłów równoodległych

Opis rozwiązania

Zadanie polegało zaimplementowaniu jednej z metod interpolacji - metoda interpolacji Lagrange'a dla węzłów równoodległych.

Dla wybranych przez użytkownika funkcji, przedziału $[a,b]$ oraz liczby węzłów algorytm można przedstawić w następujących krokach:

1. Iterując po każdym węźle interpolacyjnym, funkcja oblicza bazowy wielomian, który ma wartość 1 w danym węźle i wartość 0 we wszystkich pozostałych za pomocą wzoru:

$$L(x) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j \neq i}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}, \quad j = 0, 1, \dots, n$$

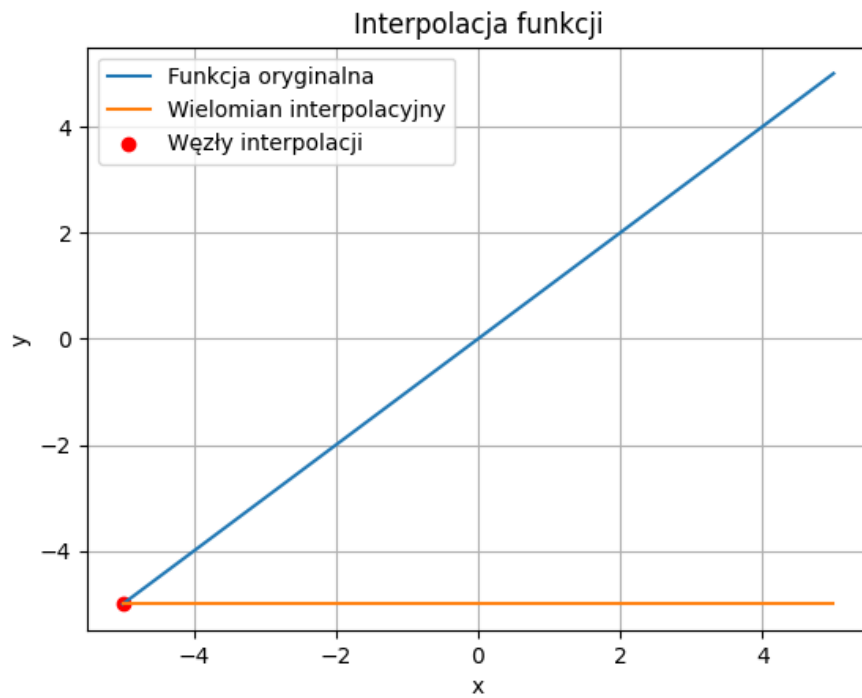
2. Tworzy ogólny wzór wielomianu interpolacyjnego poprzez dodanie kolejnych składników do ciągu znaków, reprezentujących każdy składnik wielomianu.
3. Zwraca obliczoną wartość interpolowaną oraz ogólny wzór wielomianu interpolacyjnego.

Wyniki

$$f(x) = x$$

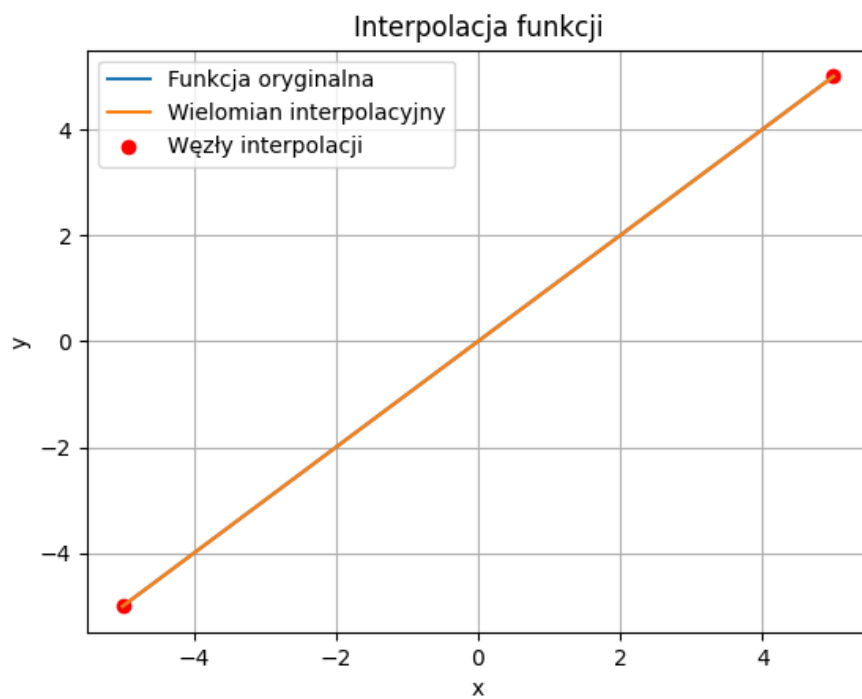
Przedział: [-5; 5]

Liczba węzłów interpolacyjnych: 1



Przedział: [-5; 5]

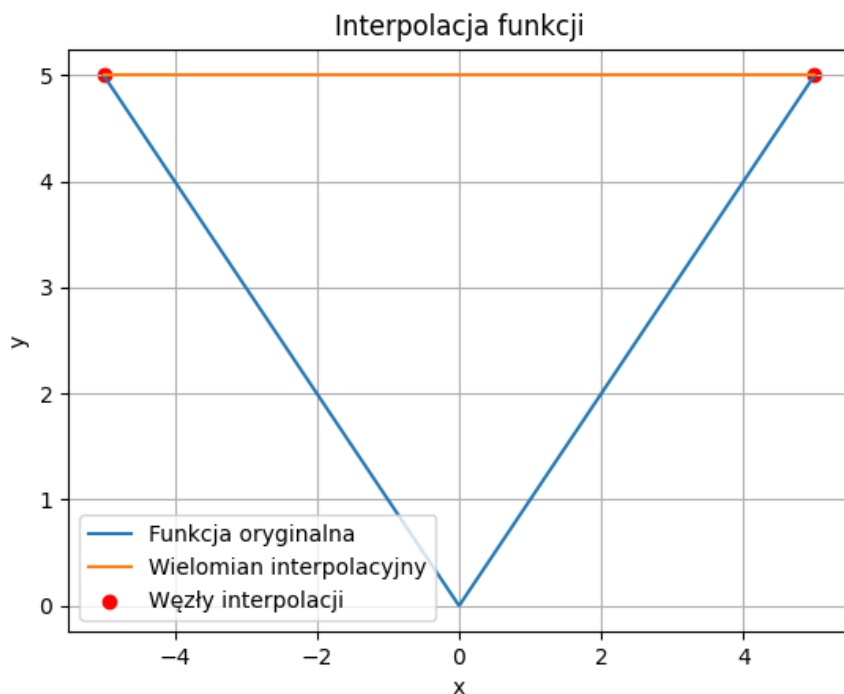
Liczba węzłów interpolacyjnych: 2



$$f(x) = |x|$$

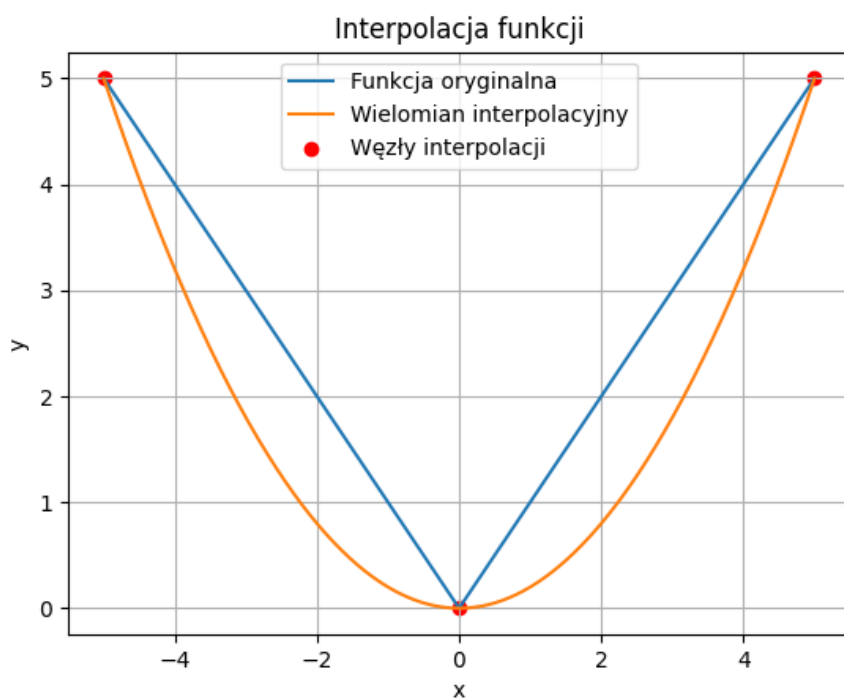
Przedział: [-5; 5]

Liczba węzłów interpolacyjnych: 2



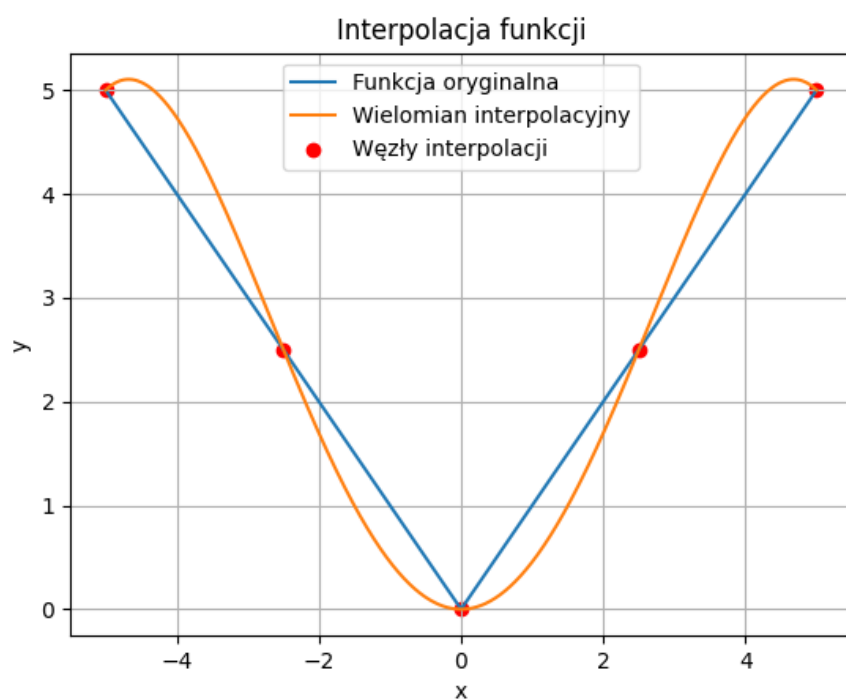
Przedział: [-5; 5]

Liczba węzłów interpolacyjnych: 3



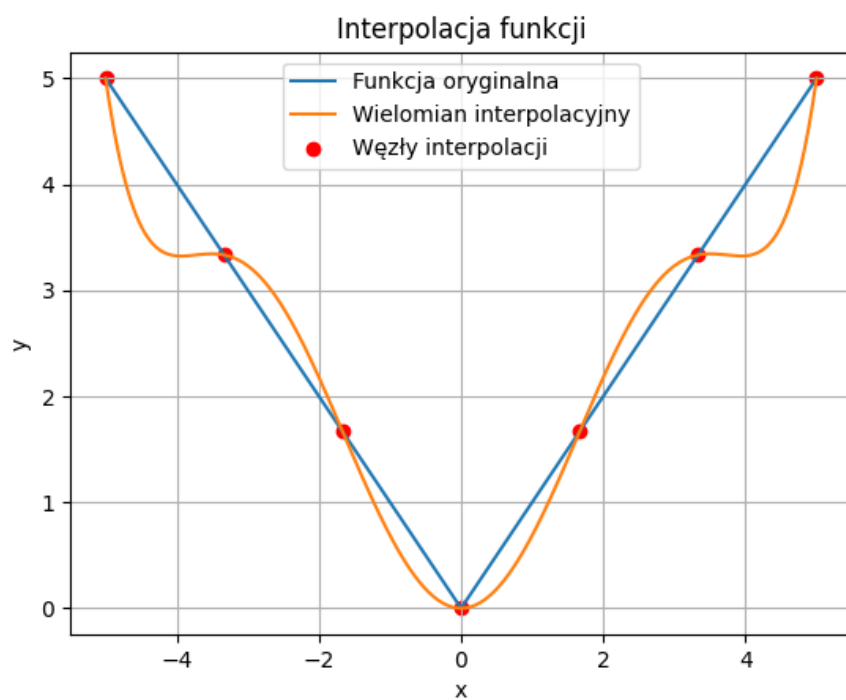
Przedział: $[-5; 5]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 5



Przedział: $[-5; 5]$

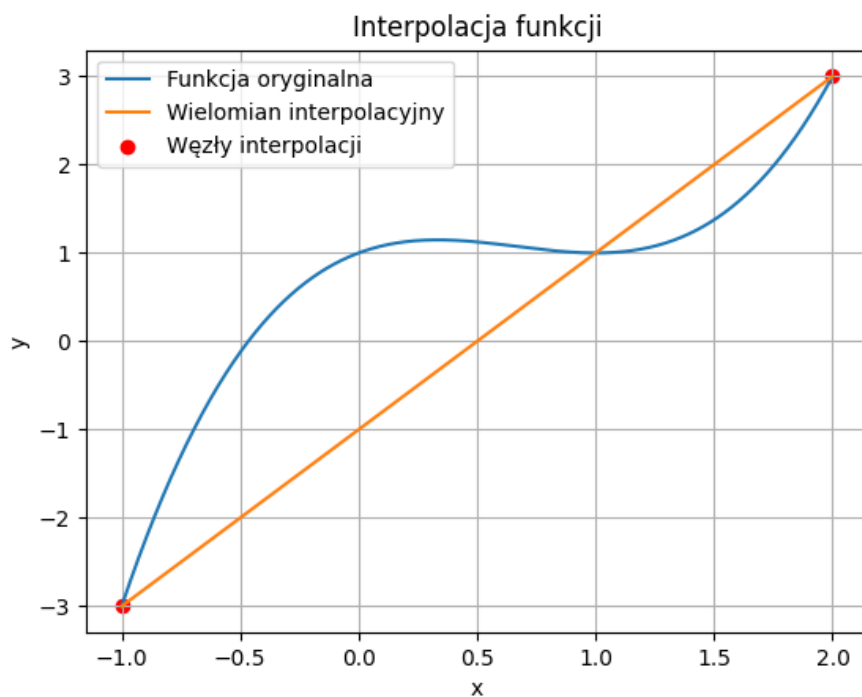
Liczba węzłów interpolacyjnych: 7



$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$$

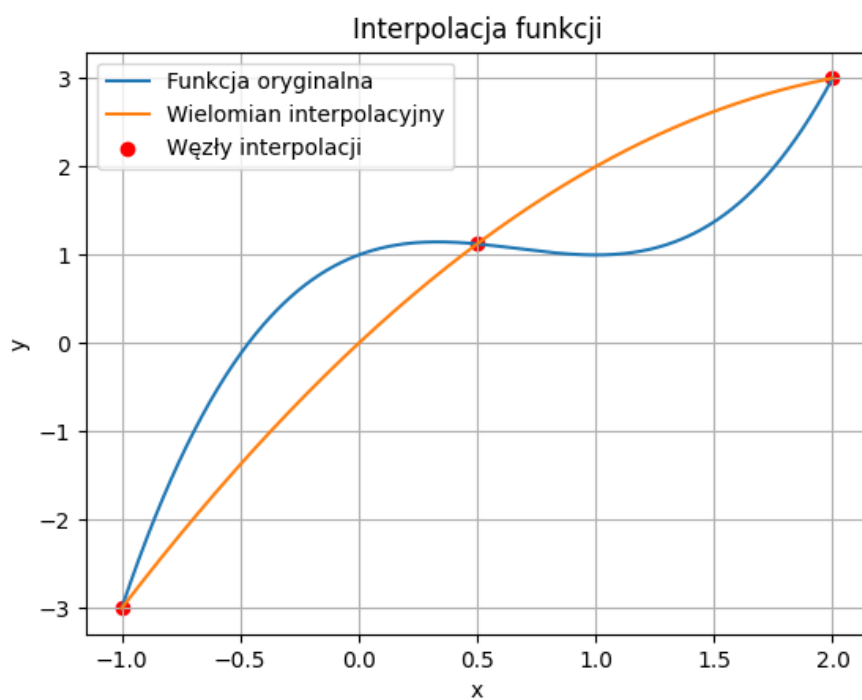
Przedział: $[-1; 2]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 2



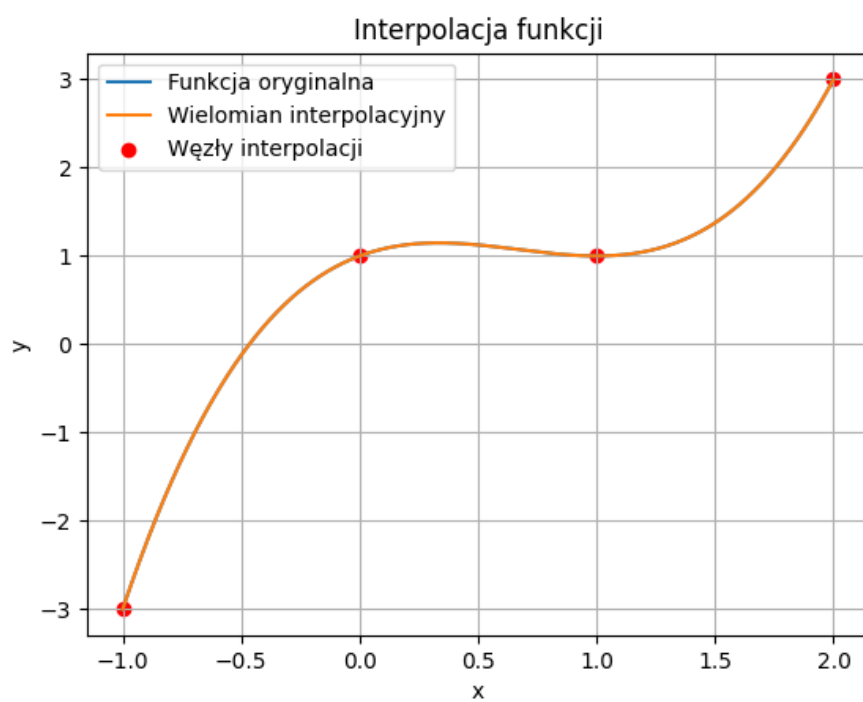
Przedział: $[-1; 2]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 3



Przedział: $[-1; 2]$

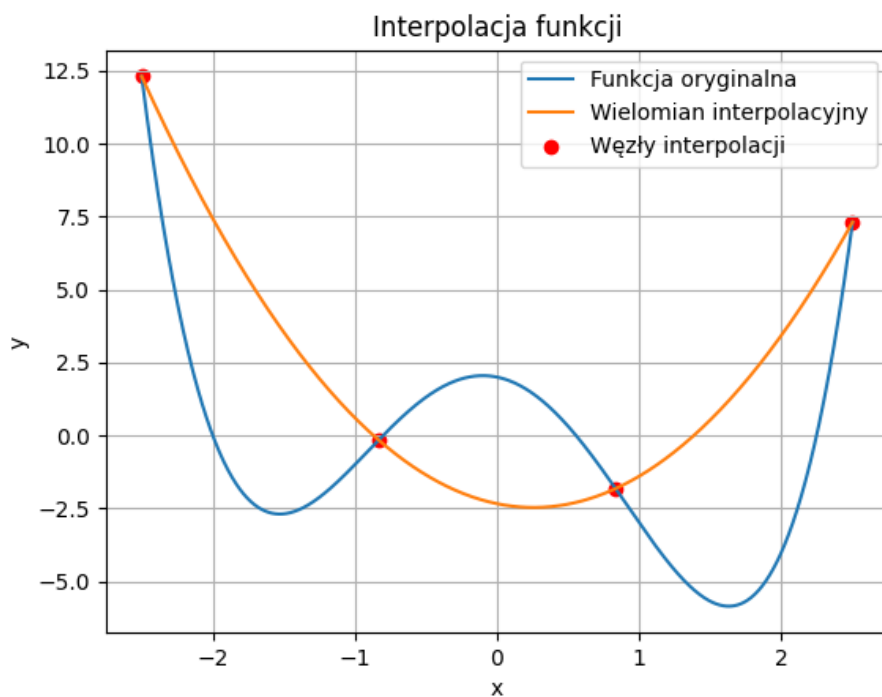
Liczba węzłów interpolacyjnych: 4



$$f(x) = x^4 - 5x^2 - x + 2$$

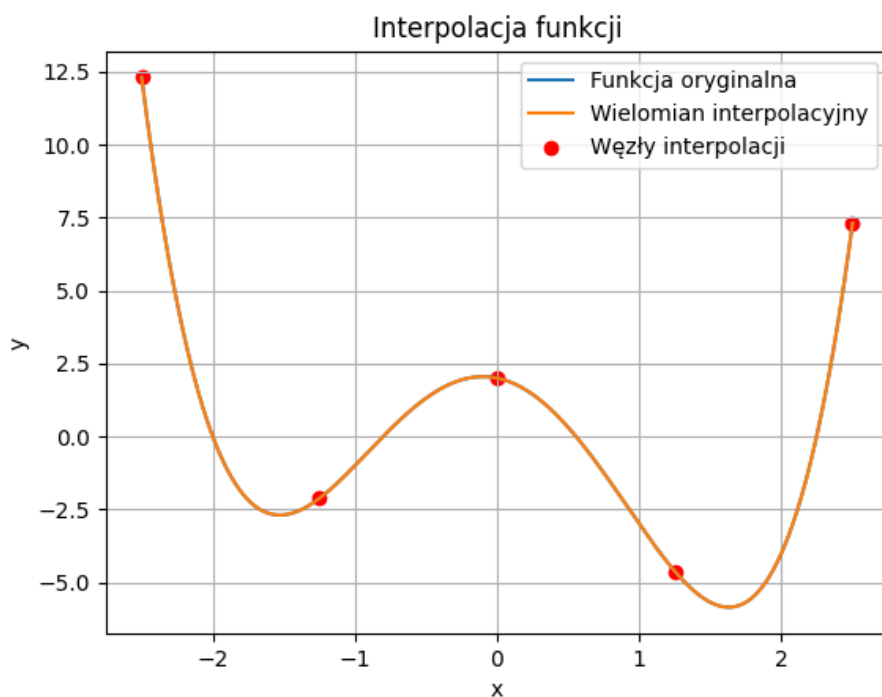
Przedział: $[-2,5; 2,5]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 4



Przedział: $[-2,5; 2,5]$

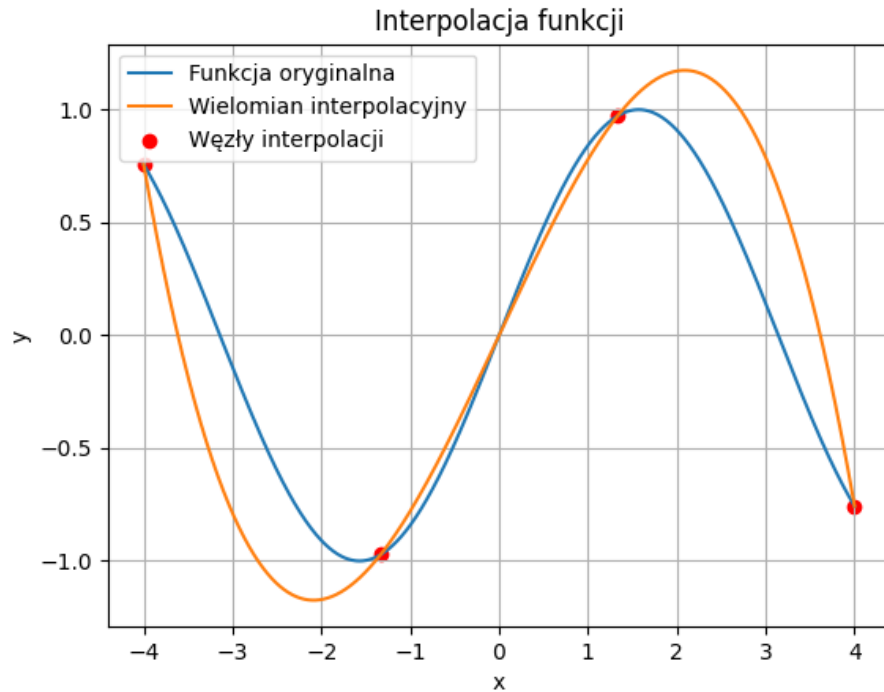
Liczba węzłów interpolacyjnych: 5



$$f(x) = \sin(x)$$

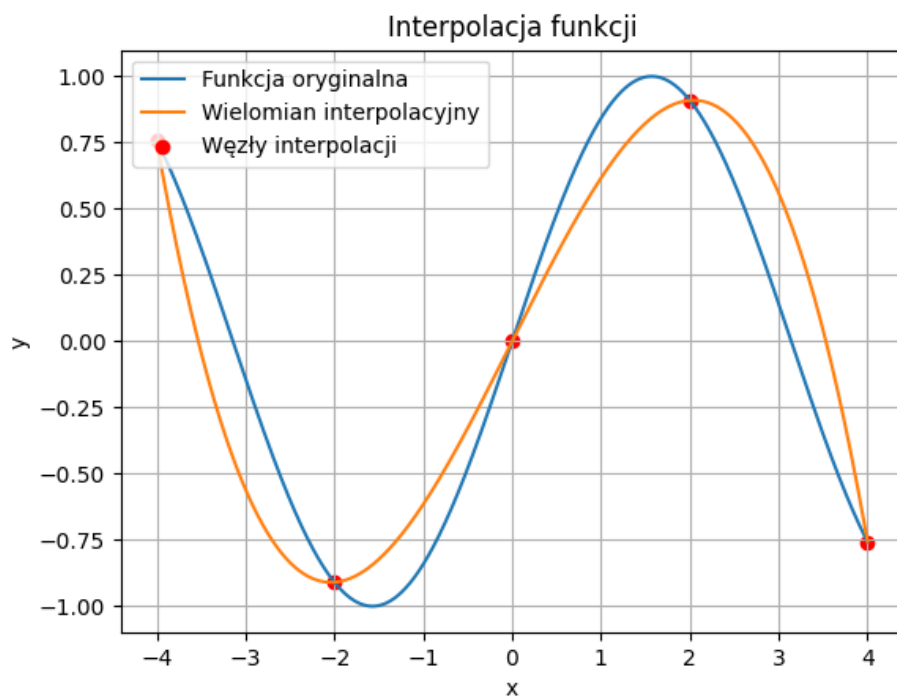
Przedział: $[-4; 4]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 4



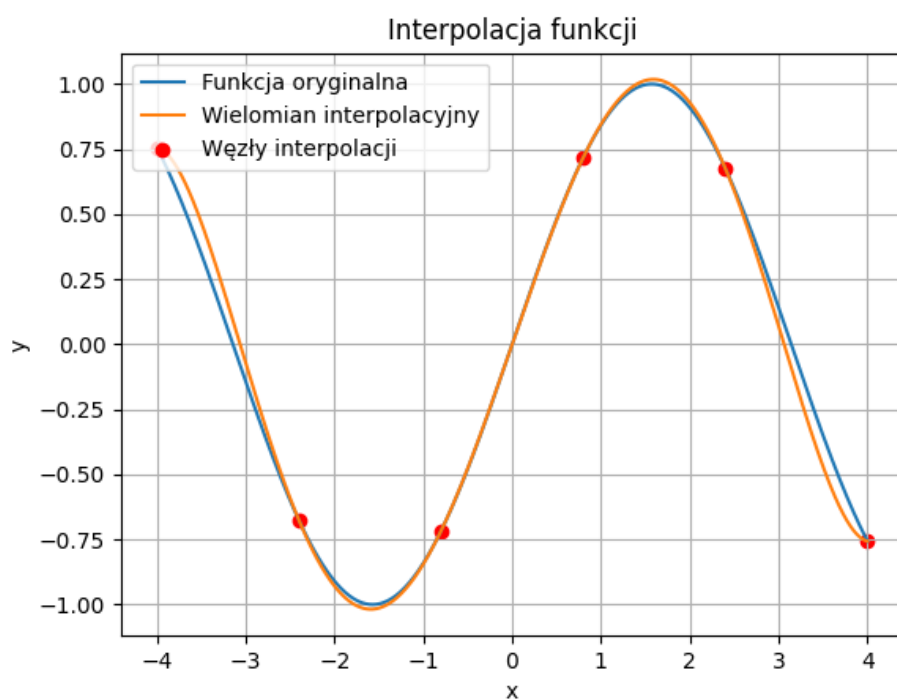
Przedział: $[-4; 4]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 5



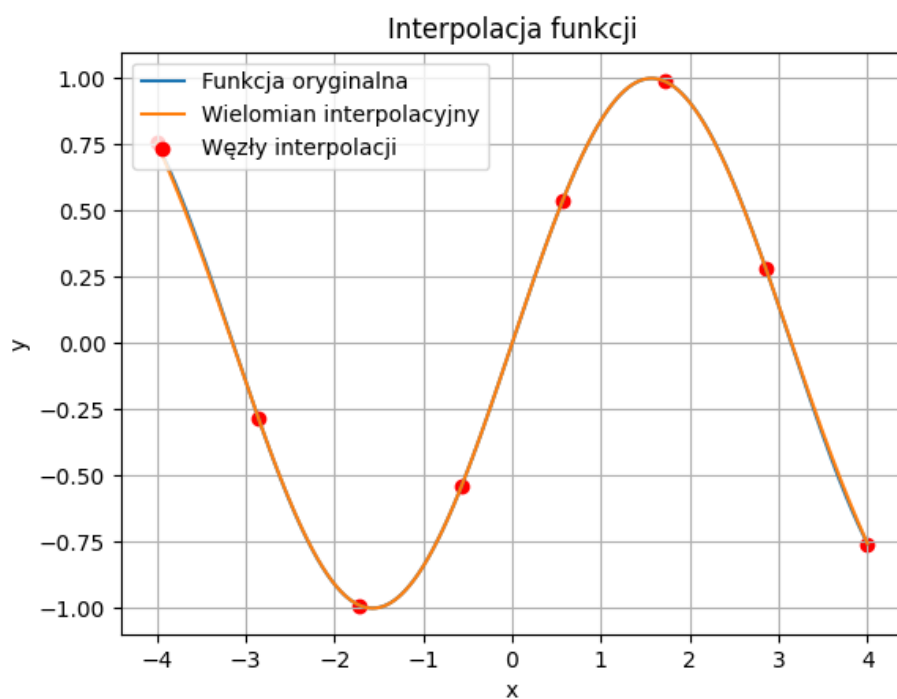
Przedział: $[-4; 4]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 6



Przedział: $[-4; 4]$

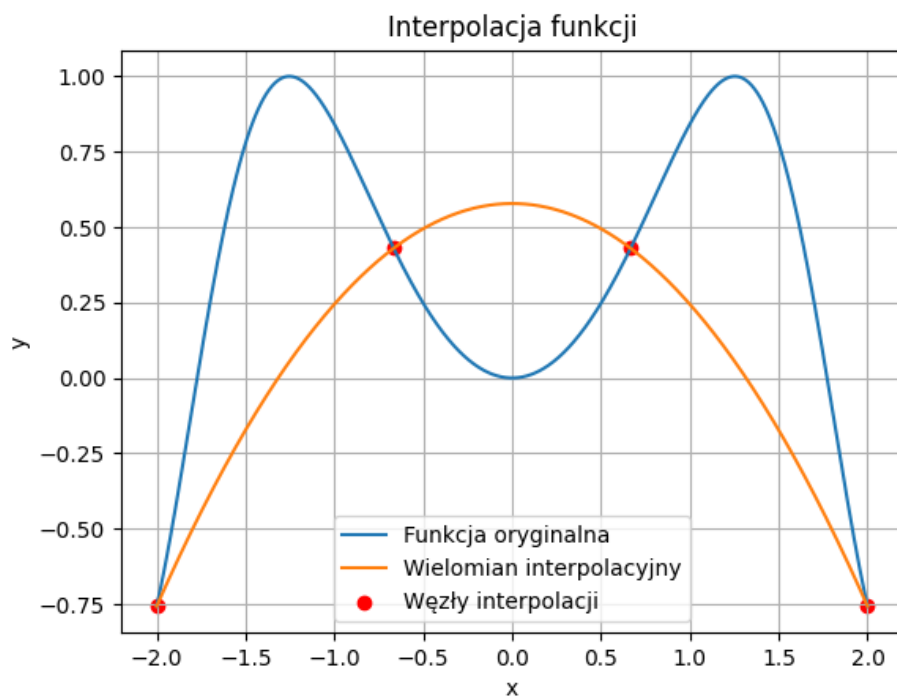
Liczba węzłów interpolacyjnych: 8



$$f(x) = \sin(x^2)$$

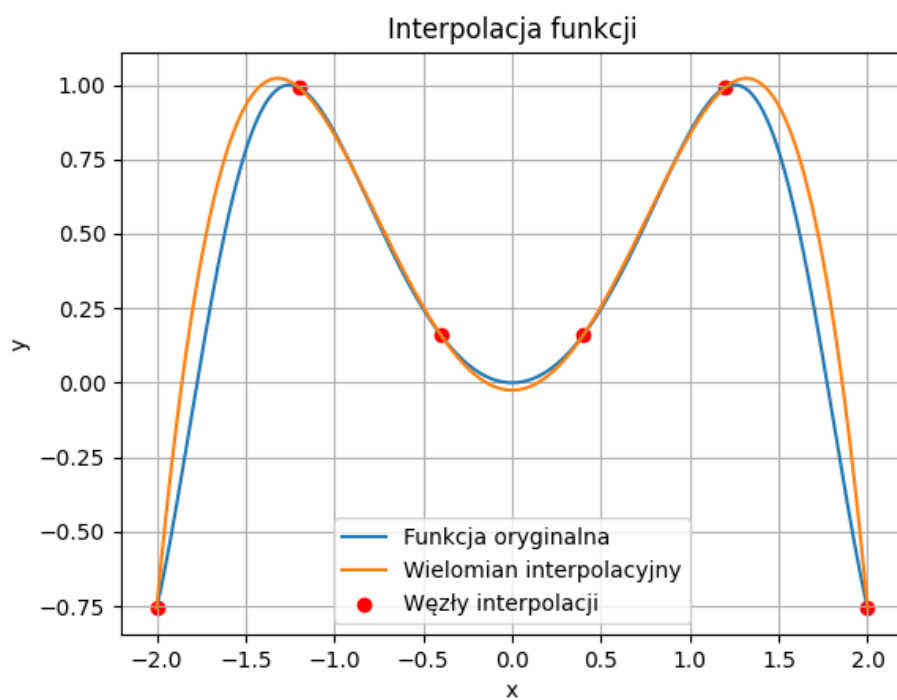
Przedział: $[-2; 2]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 4



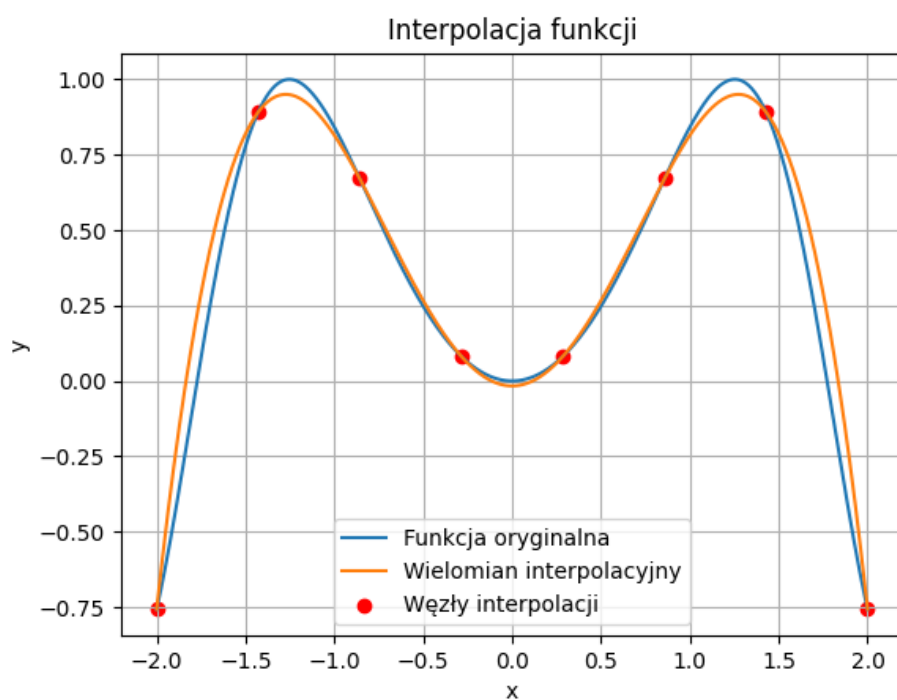
Przedział: $[-2; 2]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 6



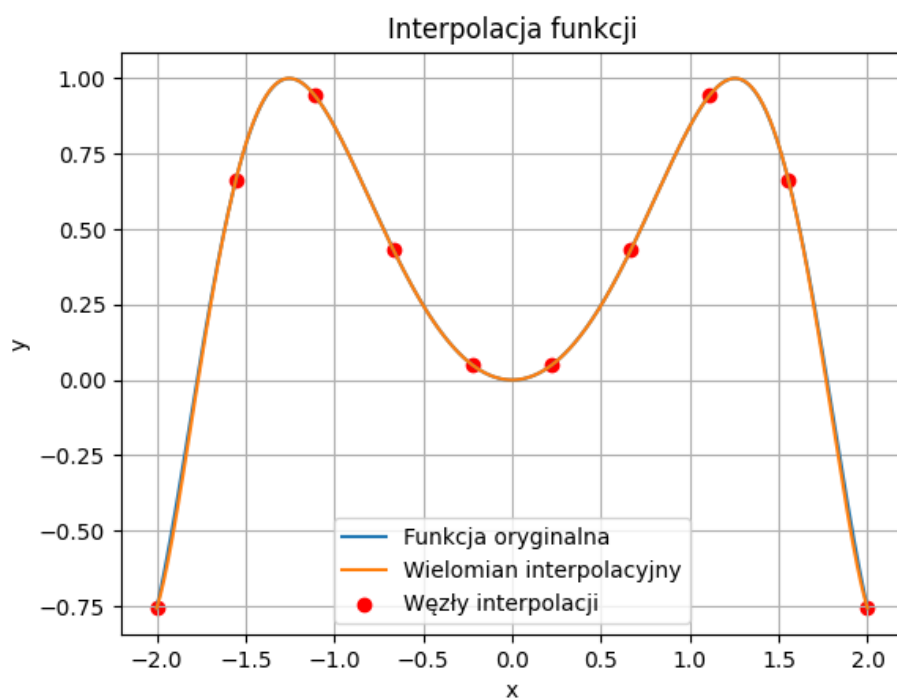
Przedział: $[-2; 2]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 8



Przedział: $[-2; 2]$

Liczba węzłów interpolacyjnych: 10



Wnioski

- Interpolacja jest bardziej dokładna przy większej liczbie węzłów oprócz przykładu z funkcją $f(x) = |x|$
- Przy skomplikowanym kształcie funkcji potrzeba więcej węzłów, aby osiągnąć dokładny wielomian interpolacyjny np.:
 - Funkcja liniowa $f(x) = x$ potrzebuje dwóch węzłów
 - Funkcja złożona $f(x) = \sin(x^2)$ potrzebuje dziesięciu węzłów
- Aby dokładnie interpolować wielomian stopnia N potrzebujemy co najmniej $N+1$ węzłów interpolacyjnych
- W przypadku węzłów równoodległych wielomiany interpolacyjne zachowują się stabilnie i dobrze odzwierciedlają funkcję wewnątrz wybranego przedziału