METODY NUMERYCZNE - LABORATORIUM

Zadanie 1- Metody rozwiązywania równań nieliniowych

Opis rozwiązania

Zadanie polegało na zaimplementowaniu i porównaniu ze sobą dwóch metod rozwiązywania (znajdowania miejsca zerowego) równań nieliniowych – metoda bisekcji oraz metoda falsi.

Metoda bisekcji

Dla wybranego przez użytkownika przedziału [a, b] algorytm metody bisekcji posiada następujące kroki:

- 1. Sprawdzenie czy f(a)f(b) < 0
- 2. Określenie warunku zatrzymania
 - a. spełnienie warunku nałożonego na dokładność $|x_i x_{i-1}| < \epsilon$
 - b. osiągnięcie zadanej liczby iteracji
- 3. Znalezienie środka przedziału $x_0 = \frac{a+b}{2}$
- 4. Wybranie nowego przedziału spełniającego warunek z kroku 1
- 5. Powrót do kroku 3 do momentu spełnienia warunku zatrzymania

Metoda falsi

Dla wybranego przez użytkownika przedziału [a,b] algorytm metody falsi posiada następujące kroki:

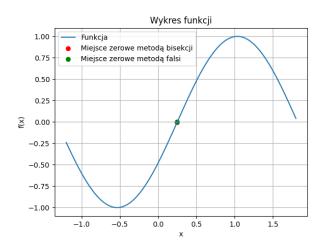
- 1. Sprawdzenie czy f(a)f(b) < 0
- 2. Określenie warunku zatrzymania
 - a. spełnienie warunku nałożonego na dokładność $|x_i x_{i-1}| < \epsilon$
 - b. osiągnięcie zadanej liczby iteracji
- 3. Znalezienie punktu przecięcia się cięciwy łączącej punkty a i b z osią OX $x_0 = a \frac{f(a)}{f(b) f(a)}(b a)$
- 4. Wybranie nowego przedziału spełniającego warunek z kroku 1
- 5. Powrót do kroku 3 do momentu spełnienia warunku zatrzymania

Wyniki

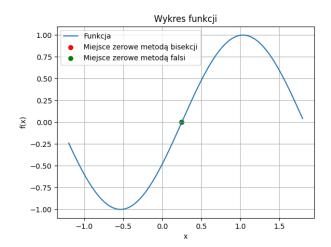
| Funkcja | a | b | E | Zadana liczba iteracji | $\mathbf{x_0}$ | | | | |
|-----------------------------------|------|-----|--------|------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------|
| | | | | | Metoda bisekcji | | Metoda falsi | | Rzeczywist |
| | | | | | Wynik | Liczba iteracji | Wynik | Liczba iteracji | a wartość |
| $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ | 1,5 | 4,0 | 0,001 | | 3,000244140625 | 11 | 2,9990018144862574 | 11 | 3,0 |
| | | | | 50 | 3,0000000000000013 | 50 | 3,0 | 47 | |
| $\sin\left(2x-\frac{1}{2}\right)$ | -1,2 | 1,8 | 0,0001 | | 0,25001220703125004 | 14 | 0,2499856343254204 | 6 | 0,25 |
| | | | | 50 | 0,250000000000000002 | 50 | 0,25 | 8 | |
| 2 ^(x-2) – 4 | 0 | 6,0 | 0,0001 | | 3,99993896484375 | 15 | 3.999819877475282 | 17 | 4,0 |
| | | | | 100 | 4,0 | 52 | 4,0 | 61 | |
| sin (2π ^x) | 0,75 | 1,2 | 0,0001 | | 0,99993896484375 | 12 | 0,999999079581477 | 5 | 1,0 |
| | | | | 50 | 1,00000000000000000 | 50 | 1,0 | 50 | |

$$f(x) = \sin\left(2x - \frac{1}{2}\right)$$

Zadany epsilon

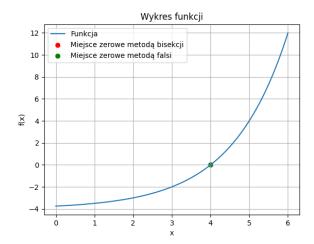


Zadana liczba iteracji

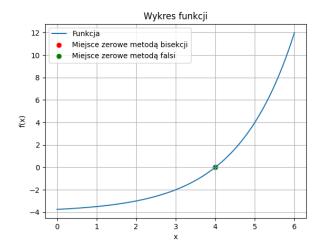


$$f(x) = 2^{(x-2)} - 4$$

Zadany epsilon

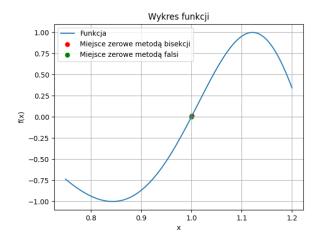


Zadana liczba iteracji

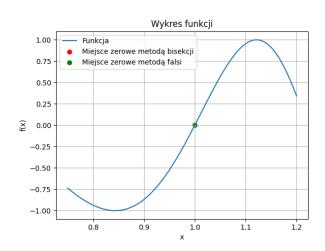


 $f(x) = \sin\left(2\pi^x\right)$

Zadany epsilon



Zadana liczba iteracji



Wnioski

- Obie metody wyznaczają miejsca zerowe równe lub bliskie rzeczywistym
- Algorytmy obu metod są łatwe w implementacji
- Porównując wszystkie zbadane przypadki dla różnych funkcji metoda falsi osiąga założoną dokładność w mniejszej liczbie iteracji a jej wyniki są częściej bliższe rzeczywistym
- Dokładność wyników zależy od odpowiednie dobranych parametrów: przedział początkowy, epsilon, liczba iteracji