Kamil Kaniera *247689*

Krzysztof Purgat *247771*

Rok akademicki *2023/24*

Wtorek,10:30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie *3- Metoda interpolacji Lagrange'a dla węzłów równoodległych*

Opis rozwiązania

Zadanie polegało zaimplementowaniu jednej z metod interpolacji - metoda interpolacji Lagrange'a dla węzłów równoodległych.

Dla wybranych przez użytkownika funkcji, przedziału [a,b] oraz liczby węzłów algorytm można przedstawić w następujących krokach:

1. Iterując po każdym węźle interpolacyjnym, funkcja oblicza bazowy wielomian, który ma wartość 1 w danym węźle i wartość 0 we wszystkich pozostałych za pomocą wzoru:

$$L(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j \neq i}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}, \qquad j = 0,1,\dots,n$$

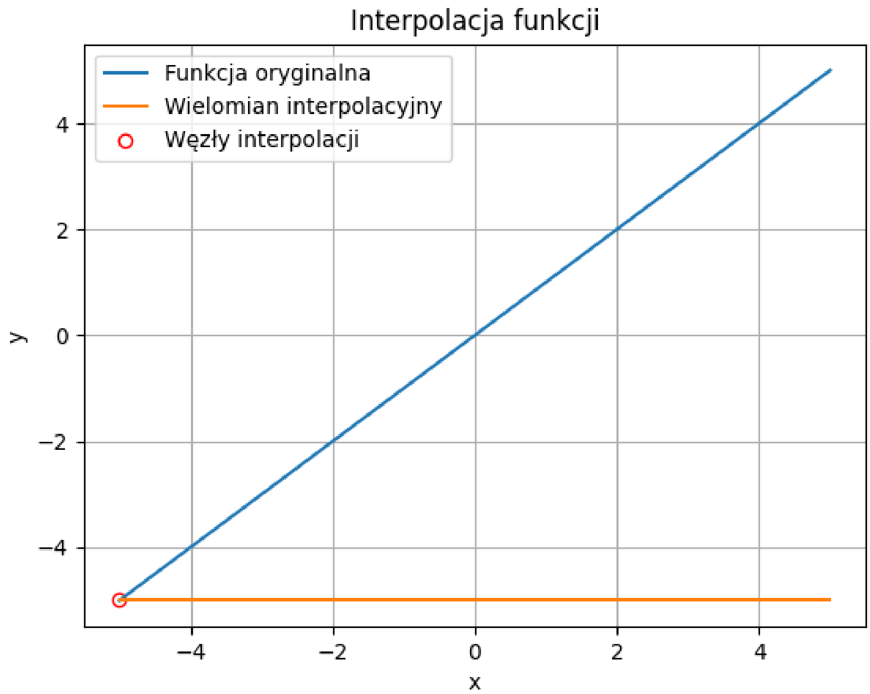
2. Tworzy ogólny wzór wielomianu interpolacyjnego poprzez dodanie kolejnych składników do ciągu znaków, reprezentujących każdy składnik wielomianu.

3. Zwraca obliczoną wartość interpolowaną oraz ogólny wzór wielomianu interpolacyjnego.

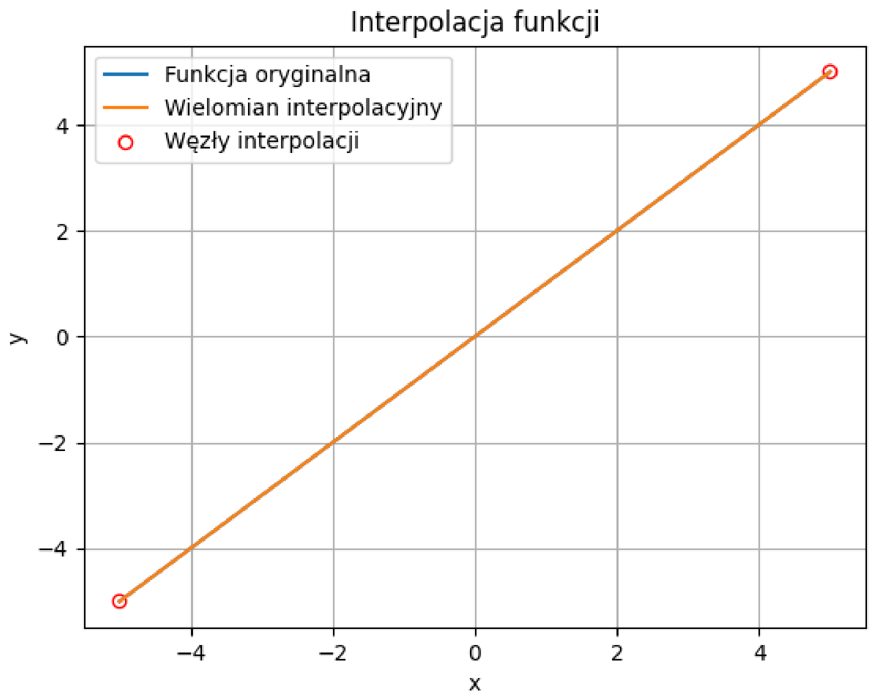
Wyniki

$$f(x) = x$$

Przedział: [-5; 5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 1

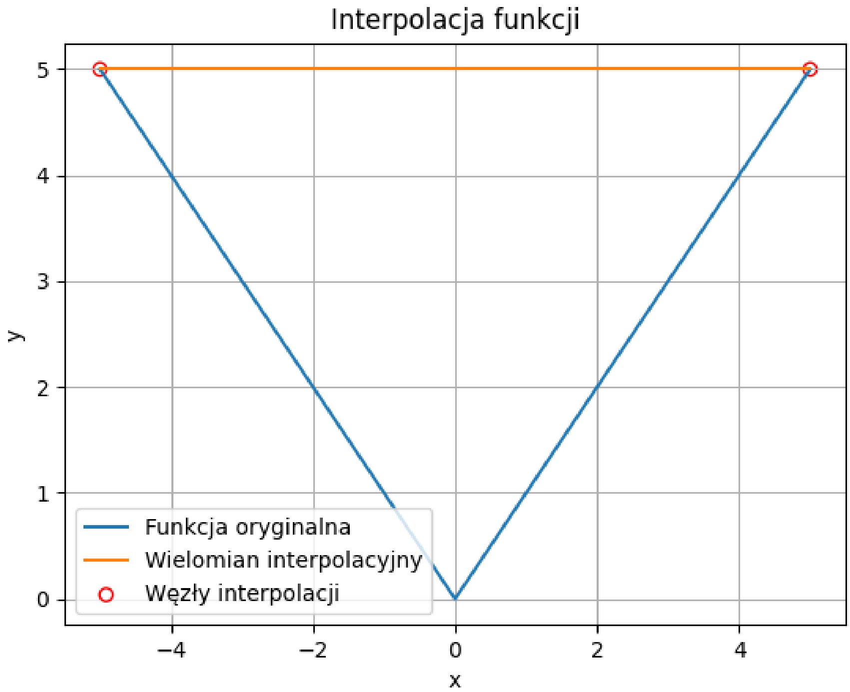


Przedział: [-5; 5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 2

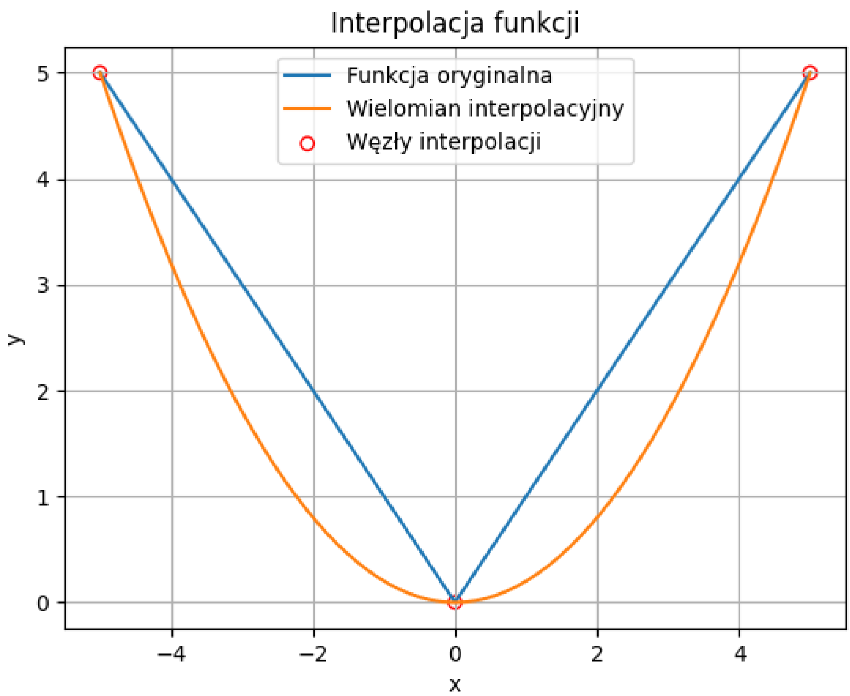


$$f(x) = |x|$$

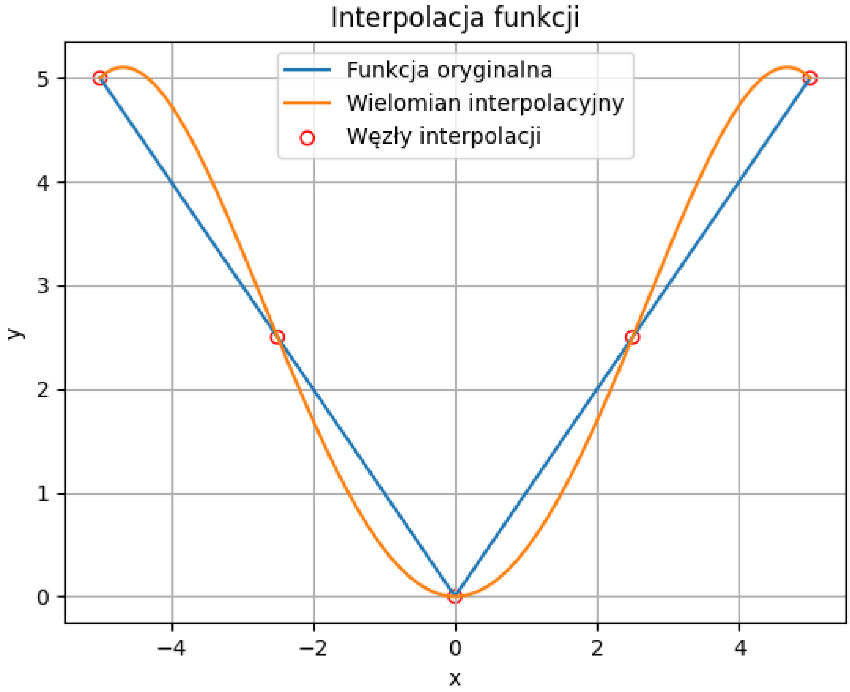
Przedział: [-5; 5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 2



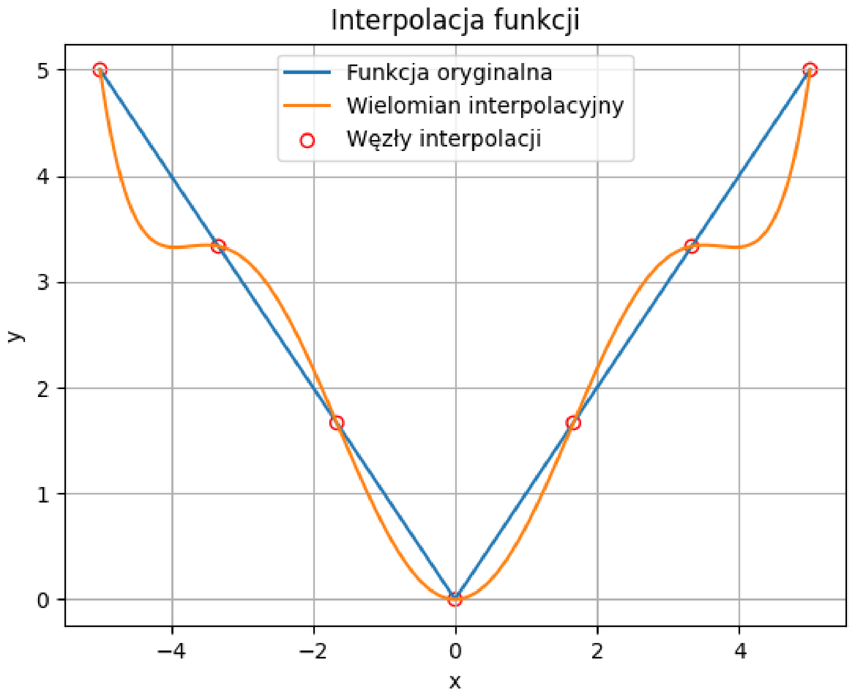
Przedział: [-5; 5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 3



Przedział: [-5; 5]   **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 5

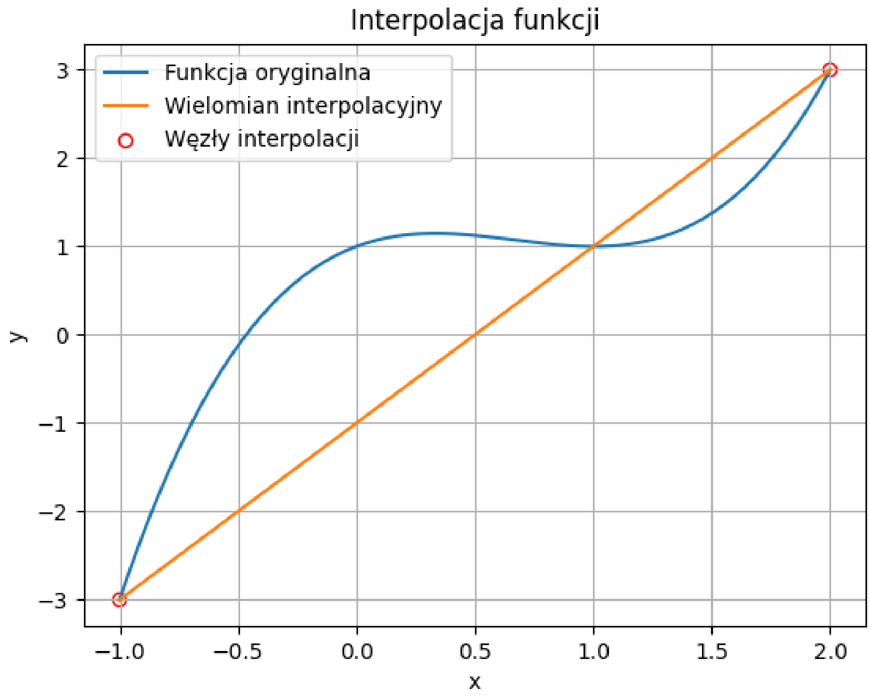


Przedział: [-5; 5]   **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 7

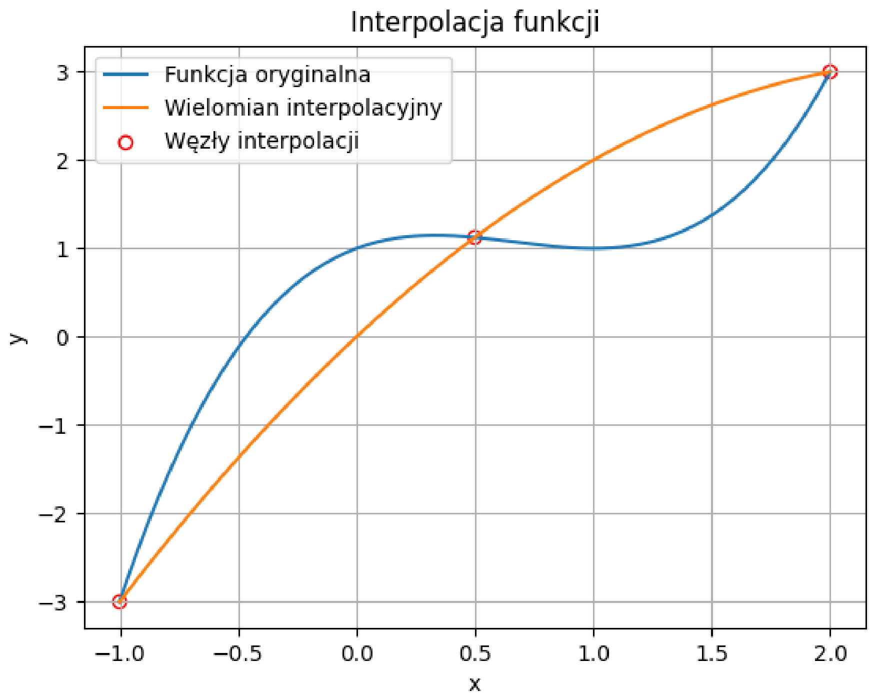


$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$$

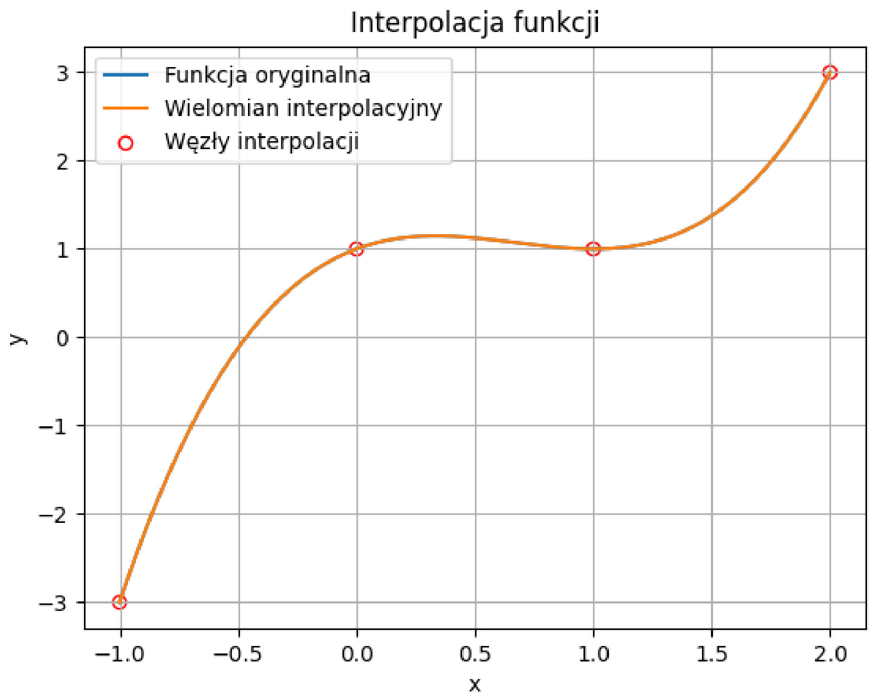
Przedział: [-1; 2] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 2



Przedział: [-1; 2] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 3

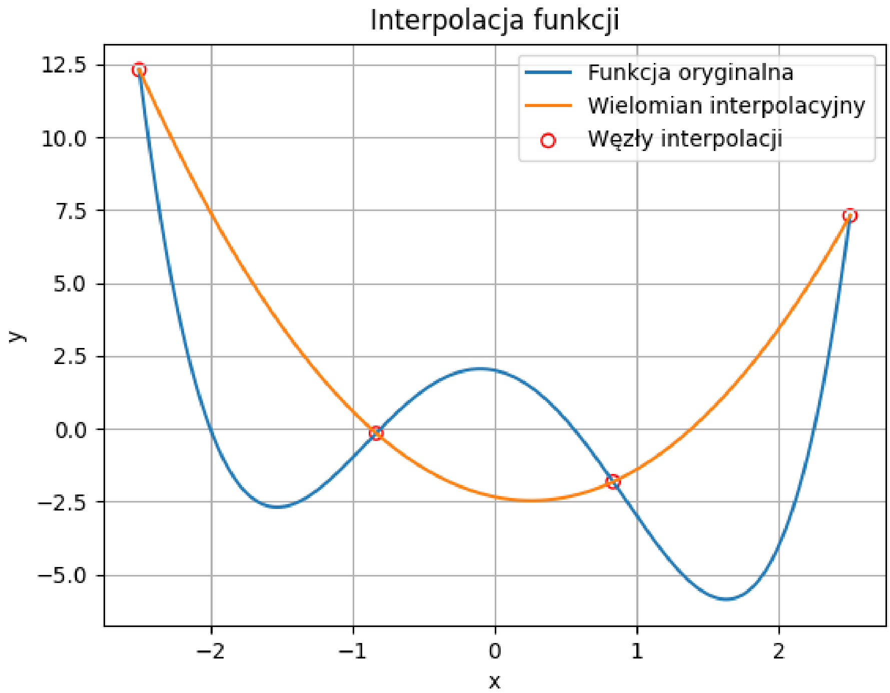


Przedział: [-1; 2] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 4

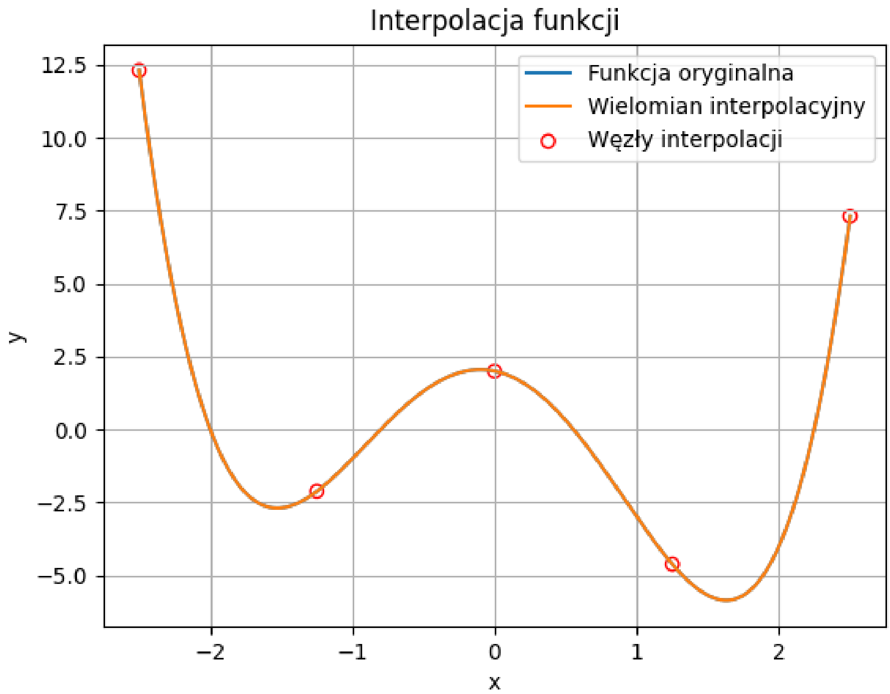


$$f(x) = x^4 - 5x^2 - x + 2$$

Przedział: [-2,5; 2,5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 4

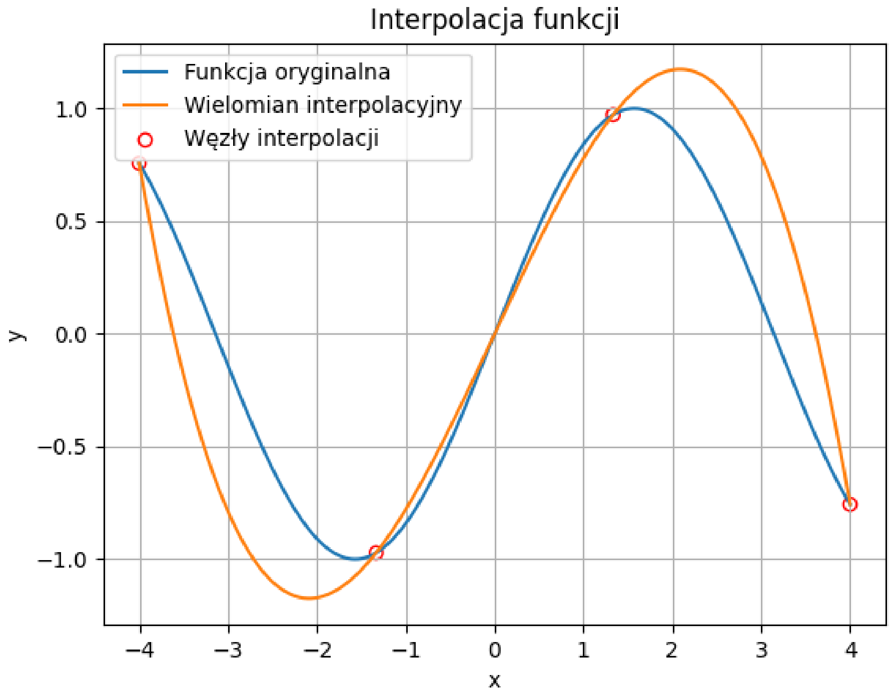


Przedział: [-2,5; 2,5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 5

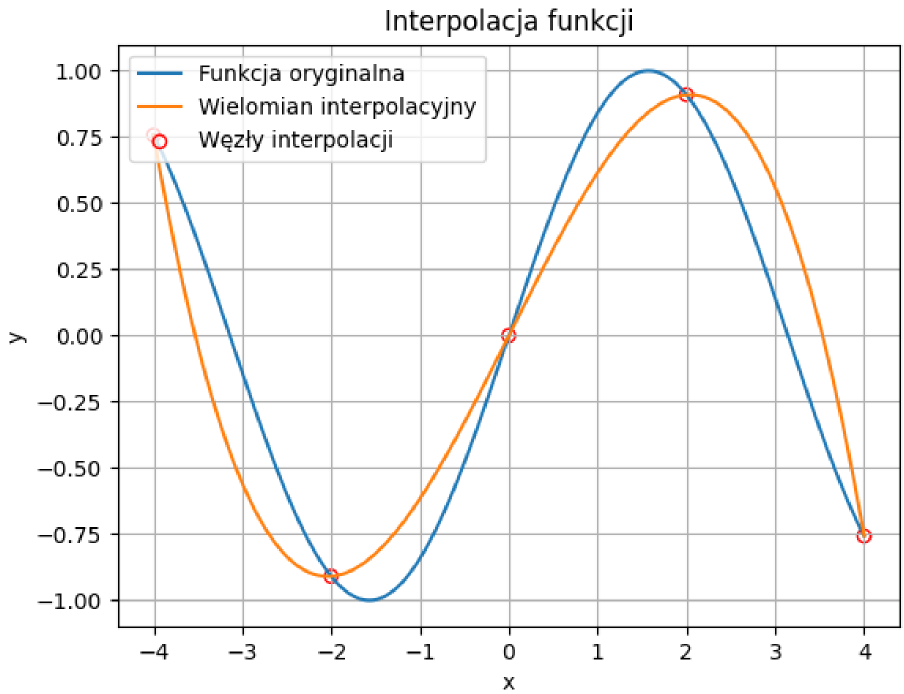


$$f(x) = \sin(x)$$

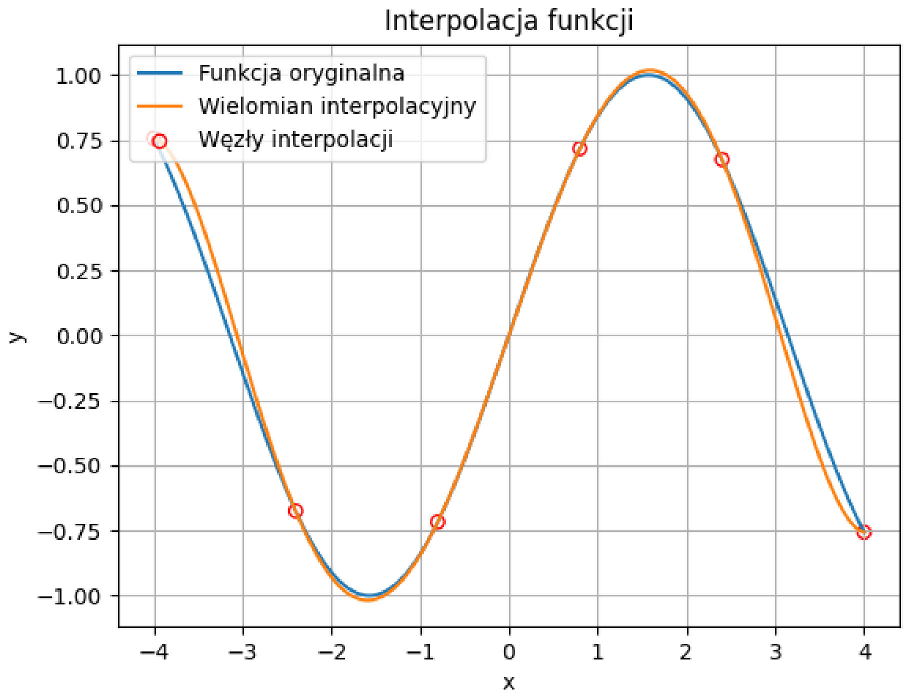
Przedział: [-4; 4] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 4



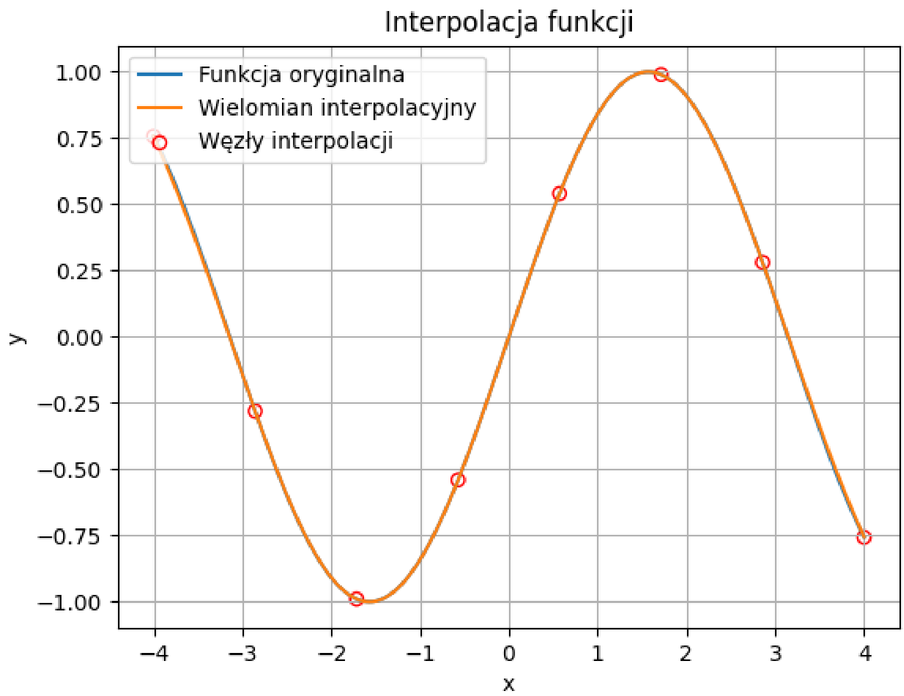
Przedział: [-4; 4] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 5



Przedział: [-4; 4] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 6

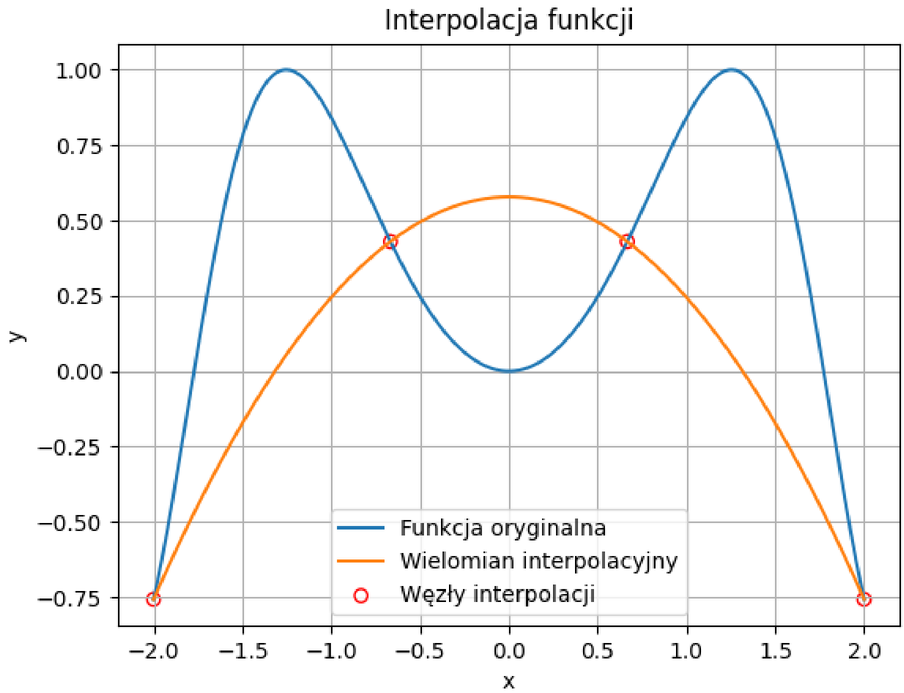


Przedział: [-4; 4] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 8

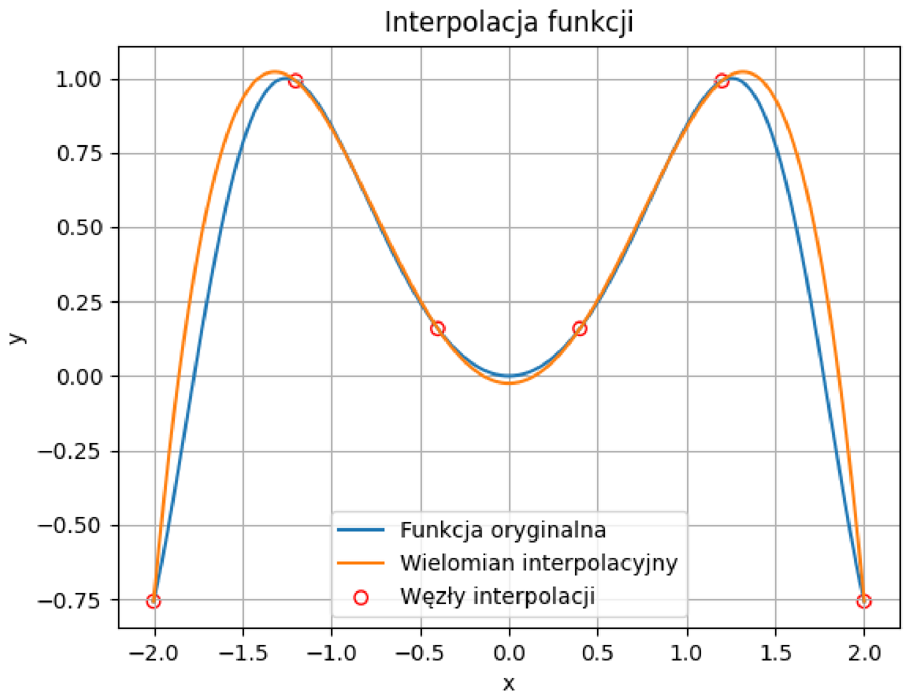


$$f(x) = \sin(x^2)$$

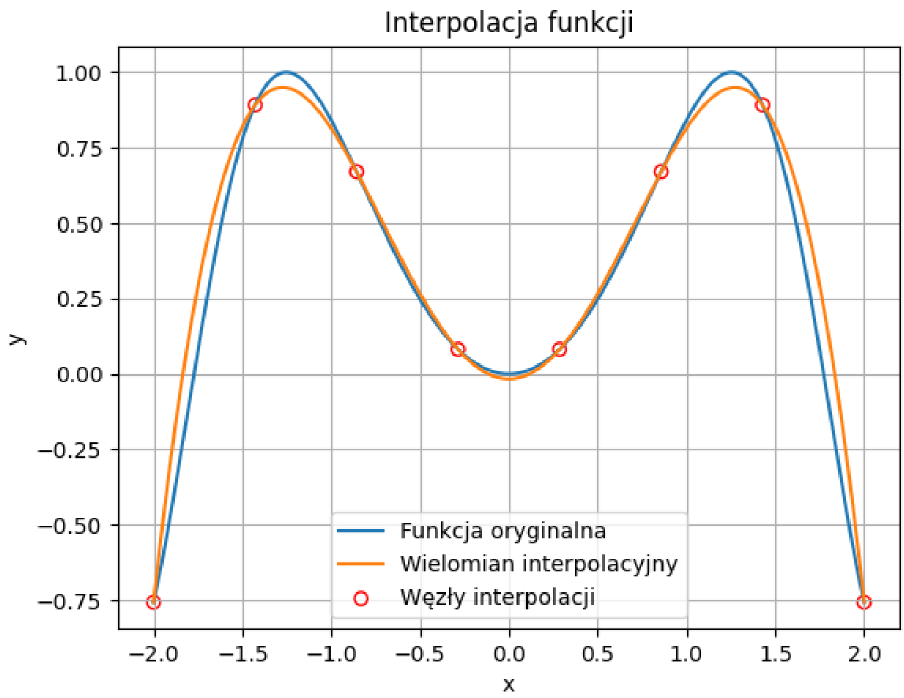
Przedział: [-2; 2] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 4



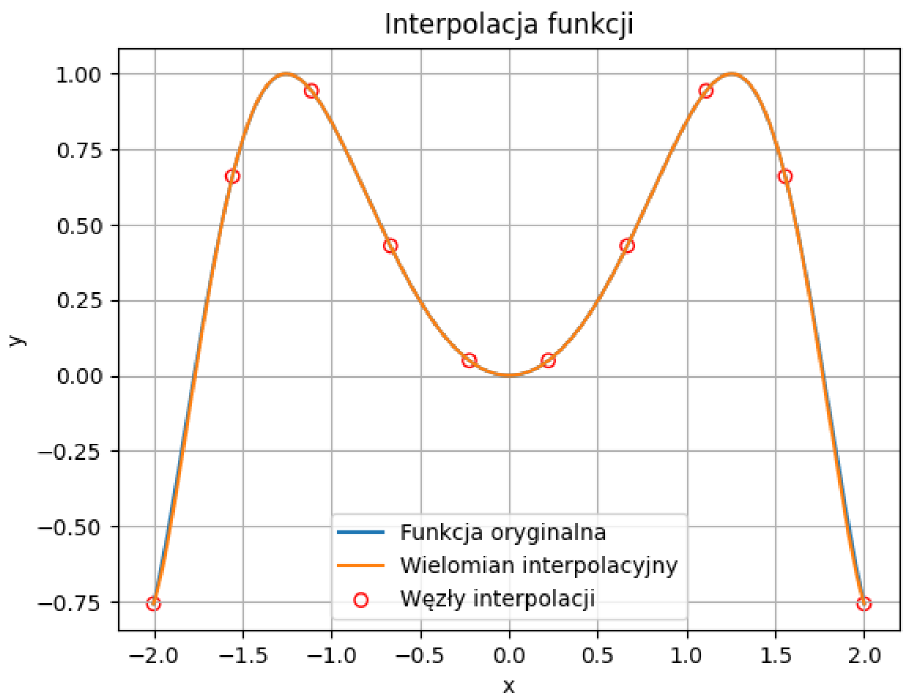
Przedział: [-2; 2] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 6



Przedział: [-2; 2] **Liczba węztów interpolacyjnych:** 8



Przedział: [-2; 2] **Liczba węztów interpolacyjnych:** 10

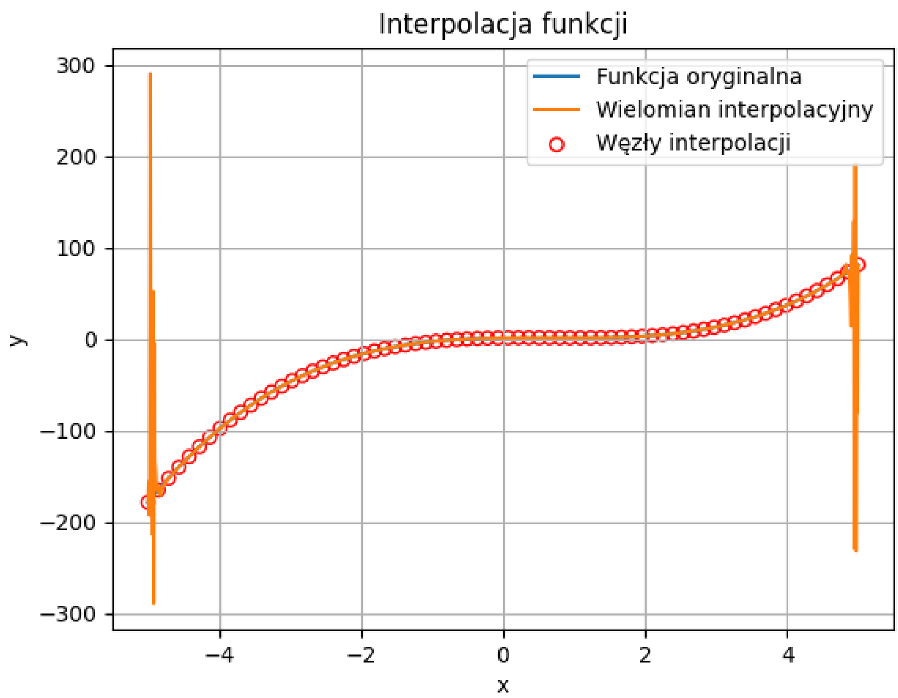


Wnioski

- Interpolacja jest bardziej dokładna przy większej liczbie węzłów oprócz przykładu z funkcją $f(x) = |\mathrm{x}|$
- Przy skomplikowanym kształcie funkcji potrzeba więcej węzłów, aby osiągnąć dokładny wielomian interpolacyjny np.:
  - Funkcja liniowa $f(x) = \mathrm{x}$ potrzebuje dwóch węzłów
  - Funkcja złożona $f(x) = \sin{(x^2)}$ potrzebuje dziesięciu węzłów
- Aby dokładnie interpolować wielomian stopnia N potrzebujemy co najmniej N+1 węzłów interpolacyjnych
- Wraz ze zwiększaniem liczby węzłów interpolacji lub stopnia wielomianu, błąd aproksymacji może maleć, ale może także występować efekt Rungego, który może prowadzić do zwiększenia błędu aproksymacji na krańcach przedziału interpolacji.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$$

Przedział: [-5; 5] **Liczba węzłów interpolacyjnych:** 70



- W przypadku węzłów równoodległych wielomiany interpolacyjne zachowują się stabilnie i dobrze odzwierciedlają funkcję wewnątrz wybranego przedziału