|  |  |
| --- | --- |
| *Kamil Kaniera 247689*  *Krzysztof Purgat 247771* | Rok akademicki *2023/24*  *Wtorek,10:30* |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

Zadanie *4- Całkowanie numeryczne*

**Opis rozwiązania**

Celem zadania było stworzenie programu implementującego dwie metody całkowania numerycznego: złożoną kwadraturę Newtona-Cotesa opartą na trzech węzłach (wzór Simpsona) oraz całkowanie na przedziale z wagą (wielomiany Hermite'a) całek postaci .

W metodzie Newtona-Cotesa użytkownik podaje przedział oraz dokładność. Zadany przedział jest dzielony na parzystą liczbę podprzedziałów o równej długości . Następnie liczone są wartości funkcji na krańcach przedziału a w pętli iterujemy po kolejnych węzłach wewnątrz przedziału, obliczając wartości funkcji. Sumujemy wartości funkcji, według wzoru Simpsona:

Do porównania wyników z obu metod do kwadratury Newtona-Cotesa została dodana funkcja wagowa.

Kwadratura Gaussa-Hermite’a stosowana jest do obliczania całek na przedziale postaci:

gdzie:

– liczba punktów (węzłów) użytych do przybliżenia całki,

– waga dla i-tego punktu,

– współrzędna i-tego punktu.

Wartości wag oraz punktów zaczytujemy z pliku udostępnionego na stronie przedmiotu.

**Wyniki**

, przedział , dokładność

|  |  |
| --- | --- |
| Wynik teoretyczny | Kwadratura złożona Newtona-Cotesa |
| 32.7904 | 32.7898687694607 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wynik teoretyczny | Kwadratura Gaussa-Hermite’a | |
| 32.7904 | 2 węzły | 32.79039624175205 |
| 3 węzły | 32.79039624175205 |
| 4 węzły | 32.79039624175205 |
| 5 węzłów | 32.79039624175205 |

, przedział , dokładność

|  |  |
| --- | --- |
| Wynik teoretyczny | Kwadratura złożona Newtona-Cotesa |
| 0.652049 | 0.6526899128193705 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wynik teoretyczny | Kwadratura Gaussa-Hermite’a | |
| 0.652049 | 2 węzły | 0.2764030023113222 |
| 3 węzły | 0.7267617754272044 |
| 4 węzły | 0.6414332984224324 |
| 5 węzłów | 0.6532237523816323 |

, przedział , dokładność

|  |  |
| --- | --- |
| Wynik teoretyczny | Kwadratura złożona Newtona-Cotesa |
| 2.05859 | 2.0594904096651874 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wynik teoretyczny | Kwadratura Gaussa-Hermite’a | |
| 2.42799 | 2 węzły | 2.4290062275610946 |
| 3 węzły | 2.4280626978320075 |
| 4 węzły | 2.427994944446034 |
| 5 węzłów | 2.4279870558570478 |

**Wnioski**

* Dzięki odpowiedniemu doborowi punktów i ich wag, metoda Gaussa-Hermite’a może osiągnąć bardzo wysoką dokładność przybliżenia całki.
* Błąd kwadratury Newtona-Cotesa zależy od liczby podprzedziałów, na które jest dzielony przedział całkowania. Im więcej podprzedziałów, tym dokładniejsze przybliżenie całki.
* Kwadratura Gaussa-Hermite’a, wykorzystująca funkcję wagową w postaci , efektywniej całkuje funkcje szybko malejące w kierunku nieskończoności poprzez koncentrację punktów i wag w obszarach, gdzie wartości funkcji są większe.
* Kwadratura Gaussa-Hermite'a potrzebowała tylko dwóch węzłów, aby przybliżyć całkę funkcji , podczas gdy do przybliżenia funkcji potrzebowała pięciu węzłów.