

***XLIII OLIMPIADA WIEDZY GEODEZYJNEJ I KARTOGRAFICZNEJ
ETAP SZKOLNY 2020/2021***

Zadania tekstowe

1. W celu wyznaczenia wysokości szczytu górskiego wykonano pomiary kątowe z dwóch stanowisk A i B do niedostępnego do bezpośredniego pomiaru wierzchołka szczytu (punkt C) oraz pomiary niwelacyjne pomiędzy stanowiskiem A i reperem Rp o wysokości **1072,123 m**. Na podstawie współrzędnych płaskich punktów A i B, pomierzonych kątów poziomych i pionowych oraz dziennika niwelacyjnego oblicz wysokość szczytu górskiego.

Tabela 1. Dziennik obserwacji kątowych

Stan.	Wys. instr. h_i [m]	Cel	Wys. Celu h_c [m]	Odczyt koła poziomego Hz [g]		Odczyt koła pionowego Vz [g] kąty zenitalne	
				Koło lewe L	Koło prawe P	Koło lewe L	Koło prawe P
A	1,750	B	1,520	256,7635	56,7645	98,5780	301,4210
		C	0,000	320,4690	120,4710	55,3655	344,6335
B	1,630	C	0,000	167,2565	367,2580	50,5445	349,4545
		A	1,790	275,4570	75,4565	101,4320	298,5690

Tabela 2. Dziennik niwelacyjny

Stan.	Cel	Odczyt z łąty	kierunek
St1	Rp	3672	tam
	Z1	2370	
St2	Z1	1583	
	A	0895	
St1	A	0956	powrót
	Z1	1674	
St2	Z1	2145	
	Rp	3413	

Tabela 3. Wykaz współrzędnych płaskich

Nr punktu	X [m]	Y [m]
A	1342,167	8749,246
B	1734,835	8450,143

Rozwiązanie: (max 20 pkt)

- 1) Obliczenie kątów poziomych:

$$\text{Kąt B-A-C} = 63,7060 \text{ g}$$

$$\text{Kąt C-B-A} = 108,1995 \text{ g}$$

$$\text{Kąt A-C-B} = 200\text{g} - (\text{B-A-C} + \text{C-B-A}) = 28,0945 \text{ g}$$

- 2) Obliczenie odległości poziomych A-C i B-C:

$$d_{AB} = 493,610 \text{ m (ze współrzędnych)}$$

$$d_{AC} = d_{AB} \cdot \sin(\text{C-B-A}) / \sin(\text{A-C-B}) = 1146,093 \text{ m}$$

$$d_{BC} = d_{AB} \cdot \sin(\text{B-A-C}) / \sin(\text{A-C-B}) = 972,890 \text{ m}$$

- 3) Obliczenie kątów pionowych (horyzontalnych):

$$V_{AB} = 1,4215^\circ$$

$$V_{BA} = -1,4315^\circ$$

$$V_{AC} = 44,6340^\circ$$

$$V_{BC} = 49,4550^\circ$$

- 4) Obliczenie przewyższeń AB, BC: (10 pkt)

$$\Delta h_{AB} = d_{AB} \cdot \text{tg}(V_{AB}) + h_i - h_c = 11,254 \text{ m}$$

$$\Delta h_{BA} = -11,261 \text{ m}$$

$$\Delta h_{AB} (\text{średnie}) = \mathbf{11,257 \text{ m}}$$

$$\Delta h_{BC} = \mathbf{958,004 \text{ m}}$$

- 5) Obliczenie przewyższenia AC: (5 pkt)

$$\Delta h_{AC} = d_{AC} \cdot \text{tg}(V_{AC}) + h_i - h_c = 969,266 \text{ m}$$

$$\Delta h_{AC} = \Delta h_{AB} \text{ średnie} + \Delta h_{BC} = 969,261 \text{ m}$$

$$\Delta h_{AC} \text{ średnie} = \mathbf{969,264 \text{ m}}$$

- 6) Obliczenie przewyższenia Rp - A: (2 pkt)

$$\Delta h_{\text{tam}} = 1,990 \text{ m}$$

$$\Delta h_{\text{powrót}} = -1,986 \text{ m}$$

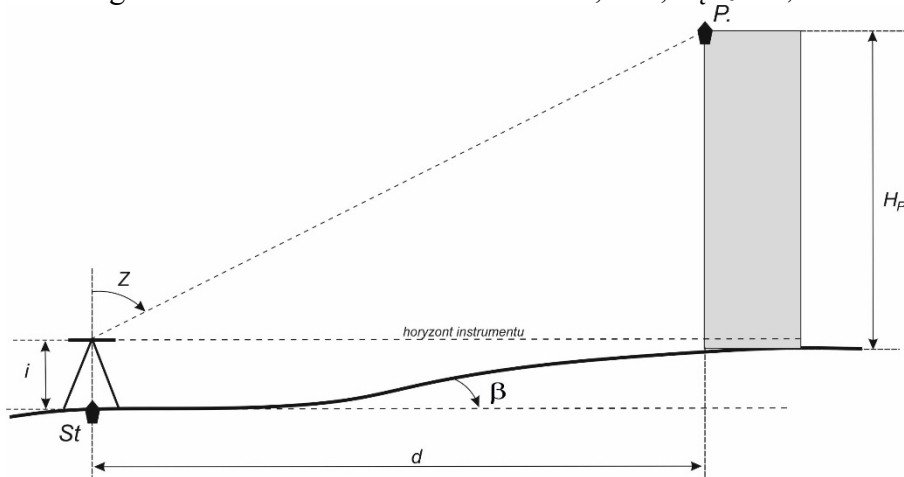
$$\Delta h_{\text{średnie}} = \mathbf{1,988 \text{ m}}$$

- 7) Obliczenie wysokości wierzchołka szczytu (punkt C): (3 pkt)

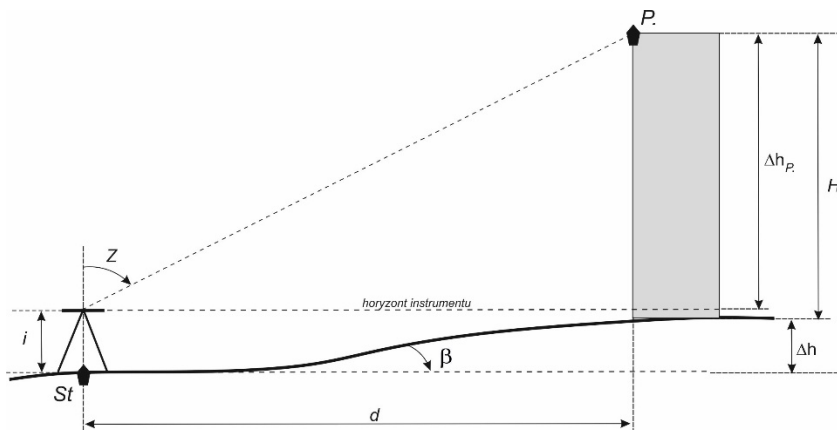
$$h_C = h_{RP} + \Delta h_{RP-A} \text{ śred} + \Delta h_{AC} \text{ śred} = \mathbf{2043,375 \text{ m}}$$

Nieuwzględnienie średniego przewyższenia AB (z pomiaru w obu kierunkach), średniego przewyższenia AC (z pomiaru AC i BC) oraz średniego przewyższenia RP-A (z pomiaru w obu kierunkach) powodują błąd wysokości ok $\pm 4\text{-}5\text{mm}$ (-5 pkt)

2. Geodeta wykonał pomiar mający na celu wyznaczenie wysokości budowli wieżowej (w szczególności wyznaczenie wysokości punktu niedostępnego P). Obliczyć wysokość punktu P z uwzględnieniem poprawek wynikających z krzywizny Ziemi i zjawiska refrakcji. Stanowisko pomiarowe wysokości budowli znajduje się w terenie o nachyleniu $\beta=+0,2\%$. Dane uzyskane z pomiaru są następujące: wysokość instrumentu $i=1,54\text{m}$; odległość od stanowiska do budowli $d=75,50\text{m}$; kąt $z=52,3790^\circ$.



Rozwiązanie (przykładowe)



1. Obliczenie różnicy wysokości Δh pomiędzy poziomem stanowiska a posadowieniem budowli

$$\Delta h = d\beta = 75,50(0,2/100) = 0,15\text{m}$$

2. Obliczenie różnicy wysokości Δh_P pomiędzy poziomem osi celowej a punktem P

$$\begin{aligned} \text{tg}(100,0000^\circ - z) &= \frac{\Delta h_P}{d} \rightarrow \Delta h_P = d \text{tg}(100,0000^\circ - z) \\ \Delta h_P &= 75,50 \text{tg}(47,6210^\circ) = 70,06\text{m} \end{aligned}$$

3. Obliczenie wysokości punktu P bez uwzględnienie krzywizny Ziemi i refrakcji

$$H_P = \Delta h_P + i - \Delta h = 70,06 + 1,54 - 0,15 = 71,45\text{m}$$

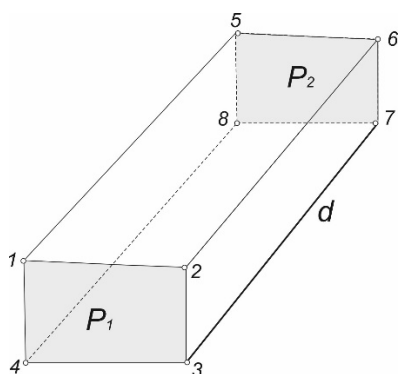
4. Obliczenie wysokości punktu P z uwzględnieniem krzywizny Ziemi i refrakcji (przyjęto współczynnik refrakcji $k=0,13$ oraz promień Ziemi $R=6370km$)

$$\begin{aligned}H_P &= \Delta h_P + i - \Delta h + (1 - k) \frac{d^2}{2R} \\H_P &= \Delta h_P + i - \Delta h + (1 - k) \frac{d^2}{2R} \\&= 70,06 + 1,54 - 0,15 + (1 - 0,13) \frac{75,50^2}{2 * 6370000} = 71,45m\end{aligned}$$

Punktacja:

- Obliczenie wysokości bez uwzględnienia wpływu krzywizny Ziemi i refrakcji: 7 pkt
- Obliczenie wysokości z uwzględnieniem wpływu krzywizny Ziemi i refrakcji: 15 pkt
- Rysunek: 5 pkt

3. Podczas prac projektowych dotyczących optymalnego zaplanowania przebiegu kanałów melioracyjnych na odcinku prostoliniowym, geodeta musiał obliczyć objętość mas ziemnych bazując na danych zawartych na przekrojach poprzecznych. Geodeta określił powierzchnię przekrojów $P_1=14,00\text{m}^2$ oraz $P_2=11,50\text{m}^2$, oraz odległość pomiędzy przekrojami $d=20,00\text{m}$. Uznając, że bryła utworzona przez dwa sąsiednie przekroje P_1 oraz P_2 to ostrosłup ścięty, należy obliczyć jego objętość. Dodatkowo zakładając, że błąd wyznaczenia odległości $m_d = 0,10\text{m}$ oraz błędy wyznaczenia powierzchni przekrojów $m_{P_1} = m_{P_2} = 0,50\text{m}^2$ przeprowadzić ocenę dokładności wyznaczenia objętości pojedynczego graniastosłupa.



Rozwiązanie (przykładowe)

1. Objętość bryły zawartej pomiędzy przekrojami

$$V = \frac{1}{3}d(P_1 + P_2 + \sqrt{P_1P_2}) = 254,59\text{m}^3 = 255\text{m}^3$$

2. Wzór na obliczenie błędu objętości pojedynczego graniastosłupa

$$m_v^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial P_1}\right)^2 m_{P_1}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P_2}\right)^2 m_{P_2}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d}\right)^2 m_d^2$$

$$m_v^2 = \left(\frac{1}{3}d + \frac{dP_2}{6\sqrt{P_1P_2}}\right)^2 m_{P_1}^2 + \left(\frac{1}{3}d + \frac{dP_1}{6\sqrt{P_1P_2}}\right)^2 m_{P_2}^2$$

$$+ \left(\frac{1}{3}(P_1 + P_2 + \sqrt{P_1P_2})\right)^2 m_d^2$$

3. Obliczenie objętości

$$m_v = \pm 7\text{m}^3$$

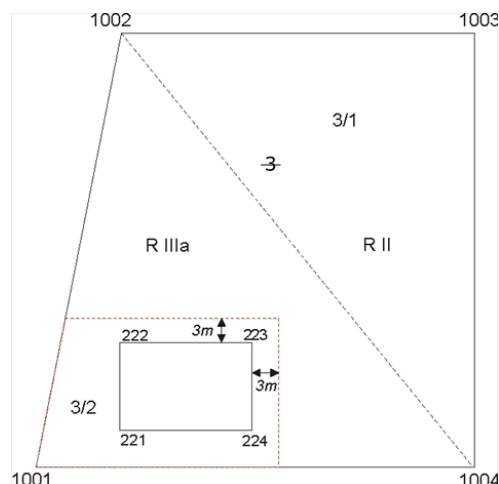
Punktacja:

- Obliczenie objętości bryły: 5 pkt
- Analiza dokładności - prawidłowe wyprowadzenie wzoru: 10 pkt
- Analiza dokładności - prawidłowe obliczenie błędu wyznaczonej objętości: 5 pkt

4. Zaprojektować wydzielenie działki budowlanej (3/2), niezbędnej do korzystania z budynku mieszkalnego. Wiadomo, że powierzchnia ewidencyjna działki wynosi 0.2251 ha. Projektowane odległości od budynku, do nowej granicy to 3 m. Proszę określić współrzędne nowych punktów, rozliczyć powierzchnię w nowopowstałych działkach, uzupełnić fragment wykazu zmian danych ewidencyjnych. Obliczenia proszę prowadzić w układzie lokalnym.

Dane są współrzędne narożników działki nr 3 oraz narożników budynku:

Lp.	Nr punktu	X	Y
1	1001	100,00	100,00
2	1002	150,00	110,00
3	1003	150,00	150,00
4	1004	100,00	150,00
5	221	104,00	110,00
6	222	114,00	110,00
7	223	114,00	125,00
8	224	104,00	125,00

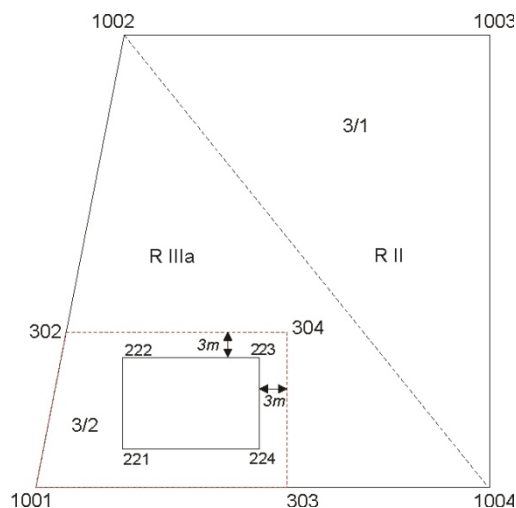


WYKAZ ZMIAN DANYCH EWIDENCYJNYCH DOTYCZĄCYCH DZIAŁKI

WYKRAJ ZMIAN DANYCH EWIDENCYJNYCH DOTYCZĄCYCH DZIAŁEK												
l.p.	STAN DOTYCHCZASOWY						STAN NOWY					
	Identyfikator działki ewidencyjnej	Pole powierzchni działki w ha	Rodzaj użytku i klasa			Pole powierzchni użytków i klas w działce	Numer	Pole powierzchni działki w ha	Rodzaj użytku i klasa			Pole powierzchni użytków i klas w działce
			OFU	OZU	OZK		działki ewidencyjnej		OFU	OZU	OZK	
1	022302_2.0026.3	0,2251	R	R	II	0,1001						
			R	R	IIIa	0,1250						
	Razem stan dotychczasowy	0,2251					Razem stan nowy					
Słownie: dwa tysiące dwieście pięćdziesiąt jeden								Słownie:				

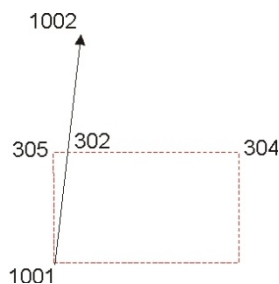
Rozwiązanie:

1. kontrola powierzchni działki pierwotnej:
 - a. pow. to 0,2250 ha (uczniowie obliczają met. analityczną ze współrzędnych)
 - b. porównanie z pow. ewidencyjną – należy dodać 1 metr do obliczonej powierzchni (na czerwono w potędze wyniku) **(2pkt)**
2. projektowanie nowej działki:



- a. jak łatwo zauważyć nowe punkty graniczne będą miały wsp.

303	X 100,00	Y 128,00	
304	X 117,00	Y 128,00	(1pkt), suma na danym etapie = 3pkt
- b. wsp. punktu 302 można liczyć różnie, np. przecięcie odcinków 304-305 z 1001-1002:



jak łatwo zauważyć wsp. 305 (117.00, 100.00), wtedy:

$$\begin{cases} y_{302} = y_{305} - ak \\ x_{302} = x_{305} - bk \end{cases}, \text{ gdzie } \begin{cases} y_{305} - y_{304} = a, x_{305} - x_{304} = b \\ y_{1001} - y_{1002} = c, x_{1001} - x_{1002} = d \\ y_{305} - y_{1001} = e, x_{305} - x_{1001} = f \end{cases}, k = \frac{\begin{vmatrix} e & f \\ c & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{ed - cf}{ad - cb}$$

Po podstawieniu wsp. 302 (117,00; 103,40).

(5 pkt) 8

3. kontrola powierzchni nowych działek:
 - a. 3/1 (pow. ze wsp.) = 0,1803 ha
 - b. 3/2 (pow. ze wsp.) = 0,0447 ha

- c. $3/1 + 3/2 = 0,1803 + 0,0447 = 0,2250$ (2pkt) 10
d. porównanie z pow. ewidencyjną – należy dodać 1 metr do jednej z obliczonych powierzchni (na czerwono w potęgde wyniku) (1pkt) 11

4. rozliczenie użytków:

- a. pow. użytku R II (obliczenia pow. ze wsp.) = 0,1000 ha; B = 0,0447 ha
b. drugi użytek R IIIa przez odjęcie $0,2250 - 0,0447(B) - 0,1000(R \text{ II}) = 0,0803$ ha (2pkt) 13
c. kontrola obliczeń $0,1000 + 0,0803 + 0,0447 = 0,2250$ (1pkt) 14
d. uwaga, do RII należy dodać 1 metr (na czerwono w potęgde wyniku)

l.p.	STAN DOTYCHCZASOWY						STAN NOWY					
	Identyfikator działki ewidencyjnej	Pole powierzchni działki w ha	Rodzaj użytku i klasa			Pole powierzchni użytków i klas w działce	Numer	Pole powierzchni działki w ha	Rodzaj użytku i klasa			Pole powierzchni użytków i klas w działce
			OFU	OZU	OZK		działki ewidencyjnej		OFU	OZU	OZK	
1	022302_2.0026.3	0,2251	R	R	II	0,1001	3/1	0,1804	R R	R R	II IIIa	0,1001 0,0803
								Razem:			0,1804	
			R	R	IIIa	0,1250	3/2	0,0447	B			0,0447
	Razem stan dotychczasowy	0,2251					Razem stan nowy	0,2251				
Słownie: dwa tysiące dwieście pięćdziesiąt jeden								Słownie: dwa tysiące dwieście pięćdziesiąt jeden				

(6pkt) 20