Kamil Michalak

PIZZO – Zadanie domowe nr 1

a. *3COL* $\leq_p$ *Tutorzy*

Redukcja

Mamy graf G = (V,E), |V| = n, |E| = m, który chcemy pokolorować na 3 kolory: c_1, c_2, c_3.

Wynik redukcji f(G) to n+1 studentów takich, że

- dla i = 1, 2, …, n student s_i reprezentuje wierzchołek v_i w grafie G tj. jeśli $(v_i, v_j) \in E$, to s_i nie lubi s_j
- Student s_{n+1} nie lubi nikogo

Dowód poprawności

- Istnieje 3-kolorowanie dla grafu G.

  Weźmy to kolorowanie. Jeśli wierzchołek v_i ma kolor c_k to student s_i trafia do tutora t_k. Student S_{n+1} trafia do tutora t_4. Żadne 2 wierzchołki połączone krawędzią w G nie mają tego samego koloru, więc żaden student nie w grupie studenta, którego nie lubi.

- Nie istnieje 3-kolorowanie grafu G.

  Załóżmy, że istnieje poprawny podział studentów dla f(G), ale wtedy jeśli dla studenta s_i, w grupie t_k, pokolorujemy wierzchołek v_i na kolor c_k to otrzymamy poprawne 3-kolorowanie G – sprzeczność.

b. Problem *Tutorzy*, można rozwiązać w czasie wielomianowym dla co najwyżej 15 zrzęd

1. Znajdujemy wszystkie poprawne przydziały tutorów dla samych zrzęd. Do sprawdzenia mamy najwyżej 4^{15} przydziałów, sprawdzenie poprawności przydziału zajmie najwyżej O(n).
2. Bierzemy poprawne rozmieszczenie zrzęd i sprawdzamy czy każdego z pozostałych studentów możemy przydzielić do jakiegoś tutora, jeśli tak to zwracamy rozwiązanie. Sprawdzenie jednego studenta zajmie O(n), czyli $O(n^2)$ dla wszystkich studentów.
3. Powtarzamy krok 2. dla wszystkich poprawnych przydziałów zrzęd z kroku 1.