Wprowadzenie do automatyki

Sprawozdanie z laboratorium nr 6

Temat zajęć: „Modelowanie obiektu sterownika”

Data laboratorium: 22.05.2024

Wykonawca: Kamil Borkowski 83374

Grupa: WCY22IY1S1

Prowadzący zajęcia: mgr inż. Małgorzata Rudnicka

Treść zadania:

Rozpatrywany jest układ dwóch zbiorników wody ze swobodnym odpływem (model liniowy układu). Strumień wody q(t) wpływający do pierwszego zbiornika stanowi wymuszenie. Stan układu określają poziomy wody w obu zbiornikach.

Oznaczymy: x1(t) - poziom wody w pierwszym zbiorniku, x2(t) - poziom wody w drugim zbiorniku. Interesującą nas wielkością wyjściową jest poziom wody w drugim zbiorniku.

1. Dane:

Wariant 14

C1 = 10 [m^2] C2=5 [m^2] R1=1 [1/m^2] R2=2 [1/m^2]

2. Postać równania stanu i równania wyjścia modelu dwóch zbiorników:

Zlinearyzowane **równanie stanu** ma postać:

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{R_1C_1}x_1(t) + \frac{1}{R_1C_1}x_2(t) + \frac{1}{C_1}u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{R_1C_2}x_1(t) + \left(-\frac{1}{R_1C_2} - \frac{1}{R_2C_2}\right)x_2(t)$$

gdzie:

C_i - pole powierzchni lustra wody i - tego zbiornika,

R_i - współczynnik charakteryzujący opory przepływu przez otwór odpływowy i - tego zbiornika

Jako sygnał wyjściowy przyjęliśmy poziom wody w zbiorniku nr 2, co odpowiada następującemu równaniu wyjścia:

$$y(t) = x_2(t)$$

***Równanie stanu** (dowolnego, liniowego układu) zapisujemy jako:*

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)$$

gdzie: $\boldsymbol{x}(t)$ *- wektor stanu,*

$\boldsymbol{u}(t)$ *- wektor wymuszenia,*

$\boldsymbol{A}$ *- macierz systemu,*

$\boldsymbol{B}$ *- macierz wejścia, określająca wpływ wymuszenia na proces zmian wektora stanu,*

***równanie wyjścia** przedstawia poniższa zależność:*

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t)$$

gdzie: $\boldsymbol{y}(t)$ *- wektor wyjścia,*

$\boldsymbol{C}$ *- macierz wyjścia, tzn. macierz określającasposób obserwacji wektora stanu,*

$\boldsymbol{D}$ *- macierz przenoszenia, tzn. macierz określająca wpływ wymuszenia na wektor wyjścia.*

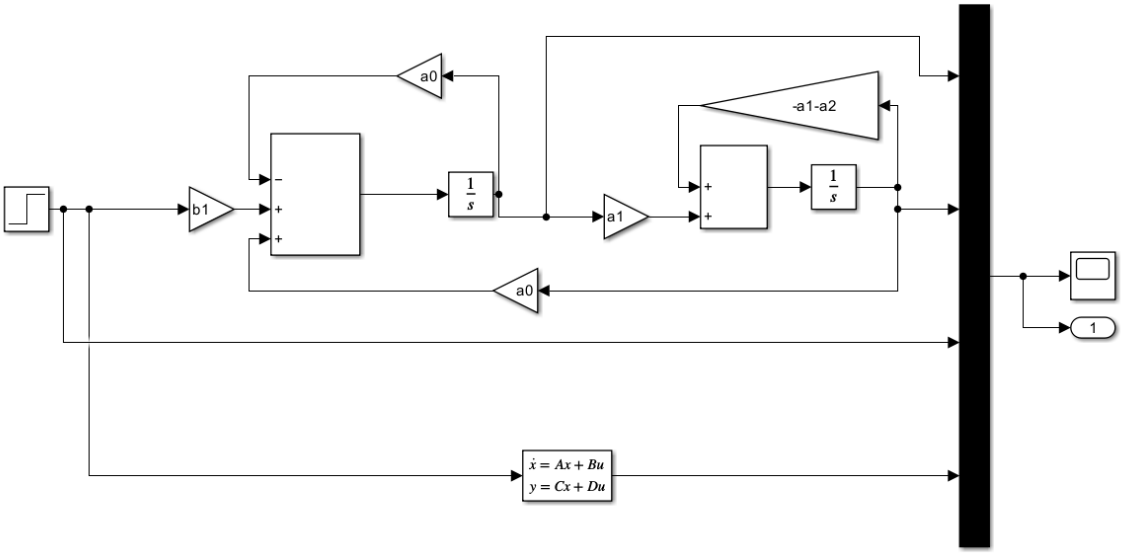
Dla modelowanego układu dwóch zbiorników ostateczna postać zlinearyzowanego **równania stanu** (w Matlabie-Simulinku - State-Space model) jest następująca:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{1}{R_1C_1} & \frac{1}{R_1C_1}\\ \frac{1}{R_1C_2} & -\frac{1}{R_1C_2} - \frac{1}{R_2C_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{1}{C_1}\\ 0\end{bmatrix}u(t)$$

równania wyjścia:

$$y(t) = \begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + [0]u(t)$$

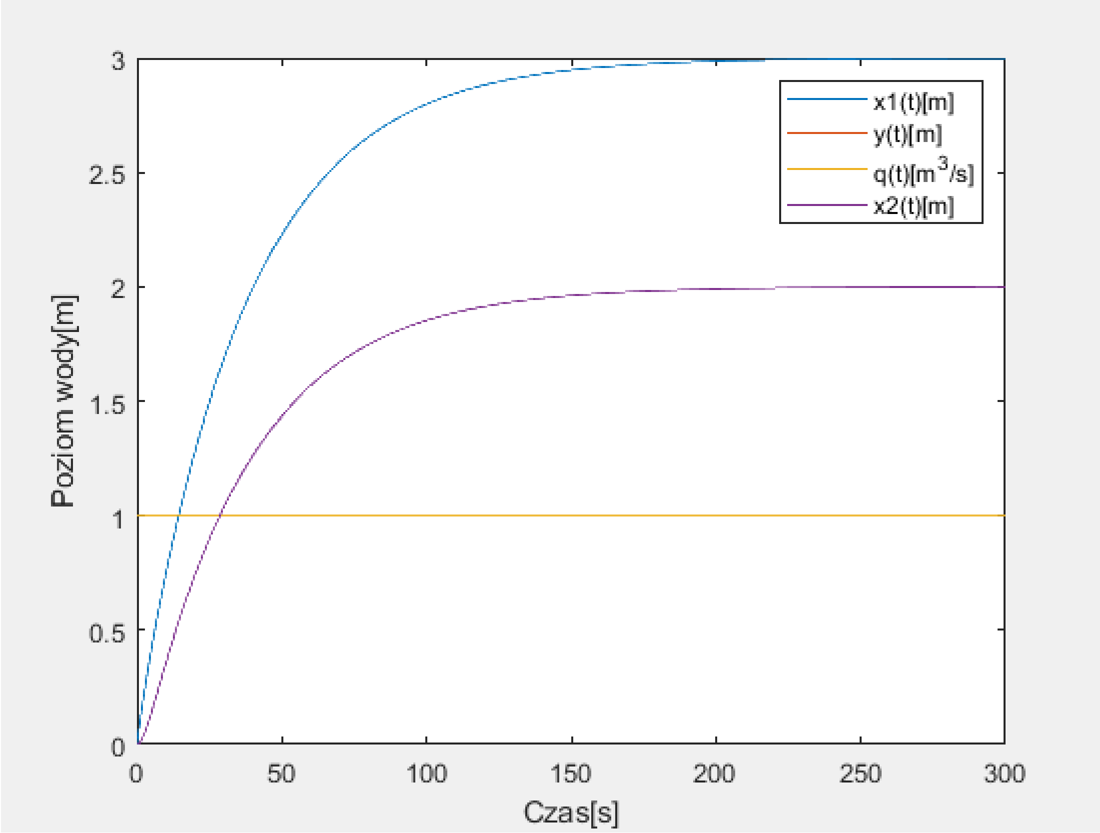
3. Implementacja modelu badanego układu w środowisku Matlab - Simulink:



4. Wydruki wykorzystanych skryptów środowiska Matlab:

```
%Kamil Borkowski WCY22IY1S1 22.05.2024
%wariant 14
%dane:
%C1 = 10
%C2 = 5
%R1 = 1
%R2 = 2
C1 = 10
C2 = 5
R1 = 1
R2 = 2

a0=1/(R1 *C1)
a1=1/(R1*C2)
a2=1/(R2*C2)

b1=1/C1


A=[-a0 a0; a1 -a1-a2]
B=[b1; 0]
C=[0 1]
D=[0]

plot(tout, yout)
legend('x1(t)[m]','y(t)[m]','q(t)[m^3/s]','x2(t)[m]');
ylabel("Poziom wody[m]")
xlabel("Czas[s]")
```

5. Wykresy z punktu 10 zadania laboratoryjnego:



6. Odczytane z wykresu poziomy wody w zbiornikach w stanie równowagi:

Poziom wody zbiornika pierwszego w stanie równowagi: 3 [m]

Poziom wody zbiornika drugiego w stanie równowagi: 2.5 [m]

7. Wyznaczony analitycznie punkt równowagi:

Wzór:

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{R_1C_1}x_1(t) + \frac{1}{R_1C_1}x_2(t) + \frac{1}{C_1}u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{R_1C_2}x_1(t) + \left(-\frac{1}{R_1C_2} - \frac{1}{R_2C_2}\right)x_2(t)$$

Równanie po podstawieniu C1, C2, R1, R2, u(t), $\dot{x}1$(t), $\dot{x}2(t)$:

$$0 = -\frac{1}{1 * 10} x_1(t) + \frac{1}{1 * 10} x_2(t) + \frac{1}{10} * 1$$

$$0 = \frac{1}{1 * 5} x_1(t) + \left(-\frac{1}{1 * 5} - \frac{1}{2 * 5}\right) x_2(t)$$

Obliczamy

$$0 = -\frac{1}{10} x_1(t) + \frac{1}{10} x_2(t) + \frac{1}{10}$$

$$0 = \frac{1}{5} x_1(t) - \frac{3}{10} x_2(t)$$

W drugim równaniu wyznaczamy x1(t) i podstawiamy je do pierwszego równania

$$0 = -\frac{3}{10} x_2(t) + \frac{2}{10} x_2(t) + \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{10} x_1(t) = \frac{3}{10} x_2(t)$$

Wyliczamy wartość x2(t) w pierwszym równaniu i podstawiamy je pod drugie równanie

$$\frac{1}{10}\, x_2(t) = \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{10} x_1(t) = \frac{3}{10} * \frac{20}{10}$$

Wyznaczamy całkowite wartości obu x(t)

$$x_2(t) = 2\,[\mathrm{m}]$$

$$x_1(t) = 3\,[\mathrm{m}]$$

8. Analiza otrzymanych wyników:

Wyliczone wartości dla x1(t) oraz x2(t) są zgodne z odpowiadającymi im wartościami w stanie równowagi z wykresu uzyskanego z programu Matlab – Simulink, co wskazuje na poprawne wykonanie ćwiczenia.