

# Kamil Marszałek 331401

## WSI Ćwiczenie 2

### Funkcja f2

Nasz budżet ewaluacji funkcji celu wynosi 10000. Na początku algorytm ewolucyjny zostaje wykonany dla  $\sigma = 1$ . Odpowiednio wybieramy liczbę osobników w populacji spośród kolejnych potęg liczby 2.

rozmiar populacji - $\mu$	max	min	średnia	std
1	177521021376407535616,00	11937598971,09	10972284610997532672,00	35094185523130564608,00
2	1206219,75	1545,86	201421,06	251800,69
4	133410,96	307,83	13726,26	18271,28
8	33871,37	221,04	8418,42	8205,09
16	212451,91	302,76	13226,46	23283,35
32	208485150,83	387,21	3595206,59	20976878,51
64	91941069560,00	1593,99	3742451760,38	13578302727,94
128	1255129663718,43	750,22	45267543848,84	159097482399,69
256	2729822515315,85	128497,95	140854809412,33	414670545239,58
512	7555062615077,14	4819287,26	144411074099,04	761705299503,69

Powyższa tabelka przedstawia rozwiązania znalezione przez algorytm ewolucyjny dla  $\sigma = 1$  oraz dla rozmiaru populacji należącego do zbioru  $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 256, 512\}$ . Dla każdego elementu ze zbioru wykonano algorytm ewolucyjny 100 razy. Najlepiej wypadła próba, kiedy rozmiar populacji wynosił 8. Wtedy średnia wartość znalezionych optimów wynosiła lekko ponad 8400. Można zauważyć, że średni wynik znacząco się pogarszał wraz ze wzrostem liczby osobników populacji powyżej 16, co wynika najprawdopodobniej ze zmniejszającej się liczby pokoleń w czasie ewolucji. Gorsze wyniki obserwujemy również dla mniejszych wartości populacji, co może wynikać z małej szansy wygenerowania na początku obiecującego osobnika. Zatem do dalszych badań wykorzystamy rozmiar populacji wynoszący 8.

Najpierw zbadamy jakie wyniki otrzymujemy dla algorytmu ewolucyjnego dla populacji 8-osobnikowej i dla siły mutacji należącej do zbioru {0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1}. Dla każdej wartości wykonujemy algorytm ewolucyjny 100 razy.

siła mutacji - $\sigma$	max	min	średnia	std
0,2	1611331645125,05	650,82	70362444403,55	291006901012,49
0,4	681174,54	220,69	22757,52	76610,59
0,6	38433,93	313,69	5553,58	5859,94
0,8	31720,10	282,50	9520,73	9205,93
1,0	32035,86	254,64	9426,85	9040,17

Najmniejszą wartość średnią otrzymujemy dla sigmy wynoszącej 0,6 i wynosi ona 5553,58. Również odchylenie standardowe jest w tym przypadku najmniejsze. Dla mniejszych wartości siły mutacji otrzymujemy dużo gorsze średnie wyniki co wynika prawdopodobnie z tego, że algorytm nie zdąży w czasie 1250 pokoleń wyprodukować odpowiedniego osobnika (za mała eksploracja dla funkcji f2).

Następnie wykonałem badania dla siły mutacji ze zbioru {1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2}. Dla każdej wartości siły mutacji wykonujemy 100 razy algorytm ewolucyjny.

siła mutacji - $\sigma$	max	min	średnia	std
1,2	134823,14	388,49	14221,71	20529,20
1,4	320233,63	446,85	36922,91	59190,08
1,6	684914,90	555,34	73095,70	129356,65
1,8	780317,73	653,51	93792,63	152725,84
2,0	1159015,21	1730,04	166483,16	269458,04

W tym przedziale najlepszy rezultat uzyskujemy dla sigmy wynoszącej 1,2. Minimalna wartość wynosi 388,49, średnia natomiast wynosi 14221,71. Widzimy, że wartości średnie wraz ze wzrostem siły mutacji powyżej 1,2 zaczynają stopniowo wzrastać. Algorytm poprzez zbyt dużą wartość sigma jest mocno nastawiony na eksplorację, przez co słabiej bada okolice optimum.

Wykonałem badania jeszcze dla sigma ze zbioru {2,2; 2,4; 2,6; 2,8; 3}. Dla każdej wartości siły mutacji wykonujemy 100 pomiarów.

siła mutacji - $\sigma$	max	min	średnia	std
2,2	1297997,78	1616,08	191402,11	246121,43
2,4	1024548,35	1489,35	180534,33	230445,47
2,6	2134513,65	3777,37	280613,57	389557,52
2,8	3561455,12	1006,29	353512,49	558302,69
3,0	9117595,96	1203,53	749150,82	1528873,27

Dla siły mutacji z tego przedziału najlepszy minimalny rezultat uzyskujemy dla 2,8 gdzie wartość wynosi 1006,29. Najlepszą średnią wartość uzyskujemy natomiast dla siły mutacji 2,4 – średnia 180534,33.

Można zauważyć, że wartości średnie dla sigma większego od 2 są gorsze niż dla mniejszych sił mutacji. Widać trend wzrostowy, dlatego nie badamy już dla sigmy większej od 3. Algorytm znajduje coraz gorsze średnie rozwiązania – sigma jest za duża. Ze wszystkich przeprowadzonych badań najlepszy rezultat uzyskaliśmy dla siły mutacji wynoszącej 0,6 – było to: 5553,58.

Można zatem stwierdzić, że algorytm ewolucyjny całkiem dobrze wyznacza optimum funkcji f2 dla parametrów: siła mutacji  $\sigma = 0,6$  oraz liczba osobników w populacji  $\mu = 8$ , nie są to raczej wartości najlepsze. Dla wartości zbliżonych do tych wyznaczonych radzi sobie podobnie. Dokładność spada, jeśli mamy zbyt mało osobników w populacji (1, 2) lub zbyt dużo (od 32 w górę) lub kiedy wartość siły mutacji jest zbyt duża (powyżej 1,6) lub zbyt mała (poniżej 0,4).

## Funkcja f13

Nasz budżet ewaluacji funkcji celu wynosi 10000. Dla funkcji f13 postępujemy analogicznie jak dla f2. Zaczniemy od sprawdzenia dla jak licznej populacji otrzymujemy najlepsze rezultaty. Siła mutacji wynosi 1. Dla każdej wartości wykonujemy 100 pomiarów.

rozmiar populacji - $\mu$	max	min	średnia	std
1	117248626379,84	756281,00	25645235365,92	29702583558,29
2	69389,75	3332,39	25781,49	15466,18
4	64027,89	4266,05	24729,60	13215,70
8	71486,14	2789,87	19502,18	13067,80
16	64912,07	3419,82	20059,33	11929,46
32	55059,47	3142,40	21489,50	11908,60
64	76230,94	1955,12	24033,78	14642,53
128	83275,53	2729,42	22170,15	15123,85
256	57050,92	2848,16	21884,52	13001,09
512	1271734,22	3052,85	43047,94	125026,03

Najmniejszą wartość minimalną udało się uzyskać dla populacji liczącej 64 osobników (1955,12), jednak wartość średnia w tym przypadku jest większa niż w pozostałych pomiarach. Wynikiem najbardziej różnym od pozostałych jest natomiast ten uzyskany dla 1 osobnika w populacji, co jest prawdopodobnie spowodowane zbyt małą różnorodnością. Podobnie widzimy gorszy wynik dla 512 osobników w populacji. Jest to prawdopodobnie wynik mniejszej liczby pokoleń w ewolucji. Najmniejszą średnią wartość uzyskano dla 8 elementów. Dla takiej liczby osobników przeprowadzimy następne pomiary.

Wykonamy pomiary dla liczby osobników w populacji wynoszącej 8 oraz siły mutacji ze zbioru {0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1}. Dla każdej wartości wykonujemy 100 pomiarów.

siła mutacji - $\sigma$	max	min	średnia	std
0,2	99618,90	1917,47	18948,72	15927,09
0,4	62849,11	2201,46	19839,69	13462,67
0,6	66308,81	2786,19	19982,34	14269,49
0,8	64140,95	2251,09	20998,50	12391,16
1,0	80726,37	2423,23	21717,66	16354,46

Najlepszy rezultat uzyskaliśmy dla sigma wynoszącego 0,2. Minimum w tym przypadku wynosi 1917,47, natomiast wartość średnia 18948,72. Natomiast najgorszy rezultat uzyskujemy dla siły mutacji wynoszącej 1,0, aczkolwiek wyniki średnie dla wszystkich wartości badanych sił mutacji są zbliżone.

Następnie przeprowadziłem badania dla siły mutacji ze zbioru {1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2}. Dla każdej wartości wykonujemy 100 pomiarów.

siła mutacji - $\sigma$	max	min	średnia	std
1,2	93141,45	3217,70	24581,69	14759,90
1,4	75431,90	2763,78	27026,95	16103,62
1,6	74940,17	2831,24	26322,60	15890,99
1,8	97918,01	2785,17	33777,98	21029,00
2,0	121766,69	3485,71	37424,25	27098,30

Najlepszy rezultat pod względem wartości średniej uzyskałem dla siły mutacji wynoszącej 1,2 (24581,69), natomiast jeśli chodzi o najlepszy rezultat pod względem minimalnej wartości znalezione optimum – dla siły mutacji 1,4 (2763,78).

Następnie wykonałem badania dla sigma należącego do zbioru {2,2; 2,4; 2,6; 2,8; 3}. Dla każdej wartości wykonujemy 100 pomiarów.

siła mutacji - $\sigma$	max	min	średnia	std
2,2	127816,13	3357,69	39367,73	25455,67
2,4	191075,01	4606,83	45650,26	37291,90
2,6	137245,98	5016,09	46315,65	27731,20
2,8	298296,26	4036,85	59268,07	44567,17
3,0	194740,96	4378,69	56790,26	37792,09

Najlepszy rezultat pod kątem średniej, jak i minimalnej wartości otrzymujemy dla sigma wynoszącego 2,2 (odpowiednio 39367,73 i 3357,69). Widzimy, jednak, że uzyskane wyniki dla pozostałych pomiarów zaczynają stopniowo rosnąć, dlatego tutaj zakończymy badania.

Ogólnie najlepszy średni rezultat udało uzyskać się dla sigma wynoszącego 0,2.

Można zatem stwierdzić, że algorytm ewolucyjny całkiem dobrze wyznacza optimum funkcji  $f_{13}$  dla parametrów: siła mutacji  $\sigma = 0,2$  oraz liczba osobników w populacji  $\mu = 8$ . Dla wartości zbliżonych do tych wyznaczonych radzi sobie podobnie. Dokładność

spada, jeśli mamy zbyt mało osobników w populacji (1) lub zbyt dużo (512), lub kiedy wartość siły mutacji jest zbyt duża (powyżej 1,6).

Dokonajmy teraz zmiany limitu ewaluacji funkcji celu z 10000 na 50000.

## Funkcja f2

Zbadamy teraz jakie będą wyniki algorytmu ewolucyjnego dla najlepszych parametrów wyznaczonych w poprzednich badaniach: siła mutacji 0.6, rozmiar populacji 8.

Wykonamy 500 razy algorytm ewolucyjny dla tych parametrów.

max	min	średnia	std
419,01	201,51	262,02	49,30

Średnia w tym przypadku wyniosła 262,02, minimum 201,51, maximum natomiast 419,01. Można zauważyć, że dzięki zwiększeniu limitu iteracji udaje się uzyskać dużo lepsze wyniki, nawet największe uzyskane optimum nie odbiega zbyt wiele od rzeczywistego optimum (200). Wynika to prawdopodobnie z tego, że zwiększenie limitu iteracji pozwala dotrzeć do odległych terenów od punktu startowego (lepsz eksploracja), a jednocześnie dzięki małemu współczynnikowi sigma otrzymujemy dokładne wyniki (dobra eksploatacja). Ewolucja ma więcej pokoleń do wyprodukowania lepszego osobnika.

## Funkcja f13

Zbadamy teraz jakie będą wyniki algorytmu ewolucyjnego dla najlepszych parametrów wyznaczonych w poprzedniej: siła mutacji 0.2, rozmiar populacji 8. Wykonamy 500 razy algorytm ewolucyjny dla tych parametrów.

max	min	średnia	std
70453,35	1805,84	16133,76	13357,46

Uzyskaliśmy: średnią na poziomie 16133,76, minimum 1805,84, maximum 70453,35.

Można zauważyć, że po zwiększeniu budżetu w przypadku funkcji f13 można zauważyć lekkie zmniejszenie uzyskanych średnich rezultatów. Może to wynikać, z tego, że ewolucja mimo iż, ma większą ilość pokoleń, aby rozwijać się w dobrym kierunku nie jest w stanie dojść do znacząco lepszych wyników dla funkcji f13.

## Wnioski

Z przeprowadzonych eksperymentów widać, że algorytm ewolucyjny radzi sobie dobrze ze znajdowaniem optimum. Widać to szczególnie na przykładzie funkcji  $f_2$ , gdzie dla budżetu wynoszącego 10000 udaje się znaleźć sensowne przybliżenia. Ustalono zostały sensowne wartości parametrów: rozmiar populacji – 8, siła mutacji 0,6.

Prawdopodobnie nie są to wartości idealne, ale są one wystarczające do znalezienia rozwiązania z satysfakcjonującym przybliżeniem. Zwiększenie limitu iteracji znacząco zwiększyło jakość znajdowanych rozwiązań – średni wynik zmniejszył się nawet kilkakrotnie. Minimalne znalezione rozwiązanie dla pewnych konfiguracji jest bardzo bliskie rzeczywistemu minimum wynoszącemu 200. Jeśli chodzi o funkcję  $f_{13}$ , jesteśmy w stanie uzyskać rozwiązanie, jest ono jednak bardziej odległe od rzeczywistego optimum (1300) niż dla funkcji  $f_2$ . Wyznaczone zostały sensowne parametry: liczność populacji 8, siła mutacji 0,2. Po zwiększeniu FES wartości średnie uzyskane dla poszczególnych populacji zmniejszyły się, jednak nie w tak znaczący sposób jak dla funkcji  $f_2$ .

Można powiedzieć, że aby algorytm ewolucyjny działał poprawnie trzeba znaleźć odpowiedni balans pomiędzy wartościami siły mutacji oraz rozmiaru populacji. Zbyt mała liczba osobników w populacji wpływa negatywnie na uzyskiwane rezultaty, ponieważ wytworzone w ten sposób osobniki, jeśli ich cechy zostały słabo dobrane, mogą mieć trudno, aby dotrzeć do minimum. Zbyt duży rozmiar populacji powoduje natomiast spadek liczby pokoleń w czasie ewolucji, co ogranicza możliwość dotarcia do optimum. Siła mutacji ma wpływ na to jak bardzo potomek będzie różnił się od ojca. Jeśli siła mutacji jest zbyt duża, jest mała szansa, że przebadamy w wystarczająco dogłębny sposób obszar, gdzie znajduje się rzeczywiste optimum. Jeśli natomiast siła mutacji jest zbyt mała istnieje szansa, że jeśli wylosowany osobnik jest odległy od optymalnych wartości, to bardzo długo zajmie następnym pokoleniom zbliżenie się do optimum. Znaczenie ma również ilość ewaluacji funkcji celu. Czym więcej ewaluacji, tym więcej pokoleń. Wiąże się to jednak z wydłużeniem czasu trwania wykonania algorytmu i nie gwarantuje znaczącej poprawy uzyskiwanych rezultatów.