# Pakiety statystyczne Sprawozdanie 3

Michał Cerazy, Kamil Zawistowski 229969, 229924

24 czerwca 2018

# Spis treści

| 1 | Cel |  | 3  |
|---|-----|--|----|
| 2 | Zbi | ór danych  | 3  |
|   | 2.1 | Opis zmiennych                                   | 3  |
| 3 | Dop | pasowanie modelu                                 | 5  |
|   | 3.1 | Poprawność modeli                                | 5  |
|   | 3.2 | Model I: umiejętności rzutowe zawodników         | 5  |
|   | 3.3 | Model II: pozycje zawodników                     | 7  |
|   | 3.4 | Model III: pochodzenie zawodników                | 8  |
|   | 3.5 | Porównanie modeli                                | 9  |
| 4 | Inn | e testowane modele                               | 10 |
|   | 4.1 | Model uwzględniający cechy motoryczne zawodników | 10 |
|   |     | 4.1.1 Model WWW                                  | 11 |
|   |     | 4.1.2 Model WW                                   | 11 |
|   |     | 4.1.3 Model WB                                   | 12 |
|   | 4.2 | Porównanie modeli                                | 12 |
| 5 | Pod | lsumowanie                                       | 12 |

# 1 Cel

Celem prowadzonych badań jest odszukanie występowania zależności między statystykami, w koszykówce, przy użyciu modeli regresji.

# 2 Zbiór danych

Przedmiotem badań są statystyki poszczególnych zawodników występujących na parkietach NBA w sezonie 2014/2015. Podczas tego sezonu w lidze wystąpiło 490 zawodników (każda drużyna może zatrudniać jednocześnie 15 graczy), co przekłada się na taką samą długość próbki. Polecenie wymaga co najmniej 500 pomiarów, jednak w związku z atrakcyjnością omawianych danych, zdecydowaliśmy się na ich użycie. Dane pochodzą ze strony kaggle.com.

## 2.1 Opis zmiennych

Zmienne kategoryczne wyróżnione są poprzez nawiasy zawierające wartości, które zmienna może przyjąć. W sprawozdaniu zostały użyte następujące zmienne:

- "Name" imię oraz nazwisko,
- "Age" wiek,
- "Birth Place" miejsce urodzenia (US, NONUS),
- "Height" wzrost,
- "Pos" pozycja, na której gra dany zawodnik (PG, SG, C, PF, SF),
- "Team" ostatni zespół, w którym grał zawodnik,
- "Weight" waga zawodnika,
- "BMI" wskaźnik Body Mass Index,
- "Games Played" ilość rozegranych meczy w sezonie,
- "MIN" ilość minut spędzonych na boisku w sezonie,
- "PTS" ilość punktów zdobytych w sezonie,
- "FGM" ilość trafionych rzutów z gry w sezonie,
- "FGA" ilość rzutów z gry w sezonie,
- "FGp" procentowa skuteczność rzutów z gry w sezonie,

- "ThreePM" ilość trafionych rzutów za 3 punkty w sezonie,
- "ThreePA" ilość rzutów za 3 punkty w sezonie,
- "ThreePp" procentowa skuteczność rzutów za trzy punkty w sezonie,
- "FTM" ilość trafionych rzutów osobistych w sezonie,
- "FTA" ilość rzutów osobistych w sezonie,
- "FTp" procentowa skuteczność rzutów osobistych w sezonie,
- "OREB" ilość zbiórek ofensywnych w sezonie,
- "DREB" ilość zbiórek defensywnych w sezonie,
- "REB" ilość zbiórek w sezonie,
- "AST" ilość asyst w sezonie,
- "STL" ilość przechwytów w sezonie,
- "BLK" ilość bloków w sezonie,
- "TOV" ilość strat w sezonie,
- "PF" ilość fauli osobistych w sezonie,
- "EFF" wydajność zawodnika,
- "AST/TOV" stosunek ilości asyst do ilości strat,
- "STL/TOV" stosunek ilości przechwytów do ilości strat.

Dodatkowo, na potrzeby modeli wprowadziliśmy dodatkowe kolumny takie jak:

- "PPG" średnia ilość punktów zdobywanych na mecz,
- "MPG" średnia ilość minut rozegranych na mecz,
- "FTAPG" średnia ilość rzutów osobistych na mecz,
- "FGAPG" średnia ilość rzutów z pola na mecz,
- "ThreeAPG" średnia ilość rzutów za 3 punkty na mecz.

# 3 Dopasowanie modelu

Jako zmienną zależną będziemy rozważać średnią ilość punktów zdobywanych na mecz. Zasugerowane przez nas modele będą się różnić doborem zmiennych niezależnych, jednakże w każdym z nich używać będziemy średniej ilości rozegranych minut na mecz, gdyż jest to niezbędna informacja do analizy modelu. Dodatkowo, w naszych modelach będziemy korzystać z cech fizycznych zawodników, statystyk rzutowych, pochodzenia i pozycji, dlatego usuniemy dane dotyczące asyst, bloków, zbiórek, przechwytów, strat i drużyn, w których skończyli sezon.

## 3.1 Poprawność modeli

Na wstępie należy zaznaczyć, że żaden z naszych modeli nie spełnia warunku normalności residuów. Pomimo wielu podjętych prób nie udało nam się przekształcić danych tak, by residua modelu pochodziły z rozkładu normalnego. Normalizaji residuów próbowaliśmy dokonać poprzez:

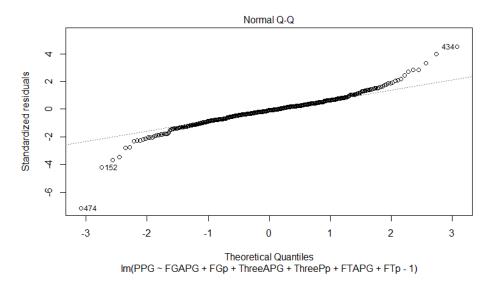
- nałożenie logarytmu na zmienną zależną,
- nałożenie pierwiastków na zmienną zależną,
- nałożenie potegi na zmienna zależna,
- usuwanie wartości odstających,
- usuwanie wartości o dużej dźwigni.

### 3.2 Model I: umiejętności rzutowe zawodników

Przy pierwszym ze sprawdzanych przez nas modeli skupimy się na zdolnościach rzutowych, a więc zmiennymi objaśniającymi będą średnia ilość rzutów z pola, skuteczność z pola, średnia ilość rzutów za 3 punkty, skuteczność rzutów za 3 punkty, średnia ilość rzutów osobistych, skuteczność rzutów osobistych oraz średnia ilość minut przegranych w meczu. W tabeli 1 przedstawione zostały wartości współczynników oraz pozostałe statystyki dla omawianego modelu.

| Zmienna  | Estymacja | Błąd standardowy | T-wartość | $\Pr(< t )$ |
|----------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| FGAPG    | 0.961931  | 0.025304         | 38.015    | <2e-16      |
| FGp      | 0.012008  | 0.003441         | 3.490     | 0.000528    |
| ThreeAPG | 0.130223  | 0.032714         | 3.981     | 7.93e-05    |
| ThreePp  | 0.001808  | 0.002931         | 0.617     | 0.537764    |
| FTAPG    | 0.842080  | 0.044256         | 19.027    | <2e-16      |
| FTp      | -0.007247 | 0.002059         | -3.519    | 0.000474    |

Tabela 1: Model rzutowy - współczynniki modelu



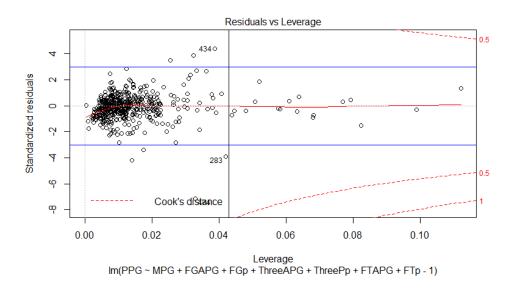
Rysunek 1: QQplot dla modelu rzutowego

Jak można zauważyć, wszystkie parametry poza skutecznością rzutów za 3 punkty są istotne (co może dziwić przy obecnych realiach gry w koszykówkę, gdzie coraz większą wagę przykłada się do szybkich rzutów trzypunktowych). P-value dla testu F wynosi p-value:<2.2e-16, a więc nasz model jest lepszy niż pewna stała. Jak się okazało, w przypadku tego modelu założenia nie są spełnione: test Shapiro-Wilka i spojrzenie na Rysunek 1 pozwoliły odrzucić hipotezę o normalności residuów. Testy badające stałą średnią i wariancję (polegające na wielokrotnym losowaniu próbki 50 elementów i przeprowadzaniu t.testu i var.testu) wykazały, że średnia jest różna od zera oraz wariancja nie jest stała na poziomie istotności  $\alpha=0.05$ . Wyniki zawarte zostały w Tabeli 2.

| W       | p-value   | ConstMeanMC | ConstVarMC |
|---------|-----------|-------------|------------|
| 0.92953 | 2.028e-14 | 0.1019      | 0.2892     |

Tabela 2: Model rzutowy - testy założeń

Na Rysunku 2 niebieskimi liniami zaznaczono próg dla wartości odstających, czarną natomiast dla tych o wysokiej dźwigni. Niestety, po ich usunięciu model nadal nie spełniał założeń i pojawiły się kolejne problematyczne obserwacje (próbowaliśmy eliminować je do skutku, jednak również to nie przyniosło oczekiwanych rezultatów).



Rysunek 2: Wykres residuów i dźwigni dla modelu rzutowego

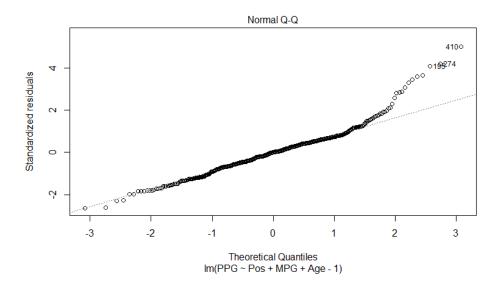
# 3.3 Model II: pozycje zawodników

Podczas tworzenia tego modelu staraliśmy się określić, czy pozycja zawodnika wpływa na ilość zdobywanych przez niego punktów, dlatego jako zmienne objaśniające przyjęliśmy pozycję danego gracza, średnią ilość czasu spędzanego na boisku oraz jego wiek. W tabeli 3 przedstawione są współczynniki dopasowanego modelu. Wszystkie zmienne poza wiekiem są oznaczone jaki zmienne istotne modelu.

| Zmienna | Estymacja | Błąd standardowy | T-wartość | $\Pr(< t )$ |
|---------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| PosC    | -2.654071 | 0.807253         | -3.288    | 0.001084    |
| PosPF   | -2.535002 | 0.793808         | -3.193    | 0.001498    |
| PosPG   | -2.506314 | 0.799289         | -3.136    | 0.001819    |
| PosSF   | -3.007021 | 0.810325         | -3.711    | 0.000231    |
| PosSG   | -2.355508 | 0.782667         | -3.010    | 0.002753    |
| MPG     | 0.542043  | 0.012523         | 43.282    | < 2e - 16   |
| Age     | -0.008325 | 0.026757         | -0.311    | 0.755835    |

Tabela 3: Model pozycyjny - współczynniki modelu

W tabeli 4 przedstawione są wyniki testu Shapiro-Wilka oraz testów średniej i wariancji residuów. Jak wyżej wspomnieliśmy, niestety model nie spełnia założenia normalności badanych danych (jak widać również na rysunku 3). Na rysunku 4 zaznaczne zostały wartości odstające, których usu-



Rysunek 3: QQplot dla modelu uwzględniającego pozycje

nięcie również nie pomogło w normalizacji residuów.

| W       | p-value   | ConstMeanMC | ConstVarMC |
|---------|-----------|-------------|------------|
| 0.95198 | 1.644e-11 | 0.0424      | 0.1784     |

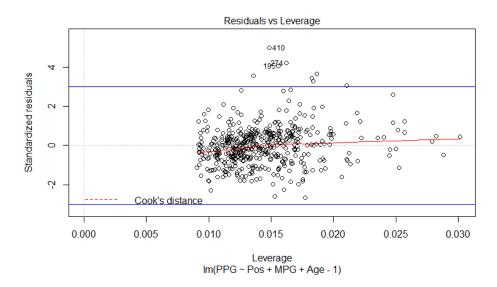
Tabela 4: Model pozycyjny - testy założeń

# 3.4 Model III: pochodzenie zawodników

Przy ostatnim z badanych modeli chcieliśmy zbadać, czy zawodnicy ze Stanów Zjednoczonych, stanowiący większość ligi, są lepszymi punktującymi niż obcokrajowcy. Jako zmienne objaśniające przyjęliśmy średnią ilość minut na mecz oraz pochodzenie zawodnika. W tabeli 5 przedstawione są współczynniki dobranego modelu jak widać wszystkie zmienne są zmiennymi istotnymi.

| Zmienna           | Estymacja | Błąd standardowy | T-wartość | $\Pr(< t )$ |
|-------------------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| MPG               | 0.49746   | 0.02803          | 17.746    | < 2e - 16   |
| Birth Placenon us | -2.05640  | 0.60703          | -3.388    | 0.000762    |
| Birth Placeus     | -3.02104  | 0.30683          | -9.846    | < 2e - 16   |
| MPG:Birth Placeus | 0.05583   | 0.03123          | 1.788     | 0.074431    |

Tabela 5: Model uwzględniający pochodzenie - współczynniki modelu



Rysunek 4: Wykres residuów i dźwigni dla modelu uwzględniającego pozycje

W tabeli 6 zaprezentowane są wyniki przeprowadzanych we wszystkich modelach testów. Na podstawie tych wyników można stwierdzić, że residua modelu nie pochodzą z rozkładu normalnego. Podjęte przez nas próby normalizacji residuów nie przyniosły efektów również w tym przypadku.

| W       | p-value   | ConstMeanMC | ConstVarMC |
|---------|-----------|-------------|------------|
| 0.95802 | 1.347e-10 | 0.0443      | 0.1693     |

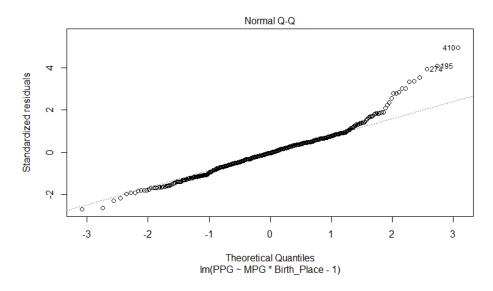
Tabela 6: Model uwzględniający pochodzenie - testy założeń

Na rysynku 5 przedstawiony jest wykres "qqplot" i jego ocena jest bardzo prosta i utwierdza nas w przekonaniu, że residua nie pochodzą z rozkładu normalnego. Rysunek 6 przedstawia wartości odstające oraz o dużej dźwigni, których usunięcie również nie zmieniło poprawności modelu.

#### 3.5 Porównanie modeli

Znając współczynniki dobranych modeli wyznaczyliśmy:

- współczynnik determinacji, oznaczany jako  $R^2$ .
- skorygowany współczynnik determinacji, oznaczany jako  $aR^2$ ,
- kryterium Akaikego, oznaczane jako AIC,
- logarytm wskaźnika wiarygodności, oznaczany jako LogLik.



Rysunek 5: QQplot dla modelu uwzględniającego pochodzenie

| Model | $R^2$   | $aR^2$ | AIC      | LogLik    |
|-------|---------|--------|----------|-----------|
| I     | 0.99317 | 0.993  | 1204.576 | -594.288  |
| II    | 0.9374  | 0.9365 | 2283.041 | -1133.52  |
| III   | 0.9375  | 0.937  | 2281.154 | -1135.577 |

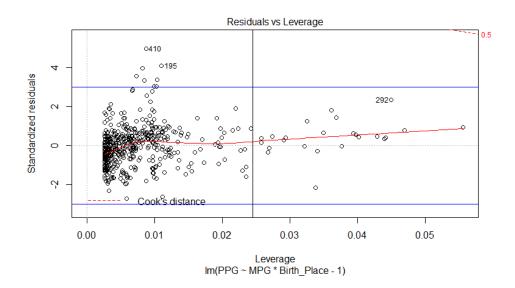
Tabela 7: Porównanie modeli

Podsumowując wyżej wymienione modele można stwierdzić, że najlepszym z nich jest model uwzględniający zdobywanie punktów przez zawodników. Taki wniosek nasuwa się po analizie tabeli 7. Współczynnik determinacji jest największy dla tego właśnie modelu, co oznacza, że jest on najlepiej dopasowany do naszych danych. Taką konkluzję potwierdza również kryterium informacyjne Akaikego, które najmniejszą wartość przyjmuje dla modelu nr I.

## 4 Inne testowane modele

# 4.1 Model uwzględniający cechy motoryczne zawodników

Podjęliśmy trzy próby dobrania najlepszego modelu, który uzależniony jest od predyspozycji fizycznych zawodników. Oczywiście, model musi być rozszerzony o ilość rozegranych minut na mecz, gdyż jest niezbędna informacja do analizy modelu.



Rysunek 6: Wykres residuów i dźwigni dla modelu uwzględniającego pochodzenie

#### 4.1.1 Model WWW

Pierwszy z dopasowywanych modeli uwzględnia wzrost, wiek oraz wagę zawodników. Zmienne istotne dla dobranego model to minuty na mecz (jak zakładaliśmy wyżej, jest to najważniejszy czynnik) oraz waga. W tabeli 8 przedstawione zostały wartości współczynników oraz pozostałe statystyki dla omawianego modelu.

| Zmienna        | Estymacja | Błąd standardowy | T-wartość | $\Pr(< t )$ |
|----------------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| Minuty na mecz | 0.54219   | 0.01242          | 43.638    | < 2e-16     |
| Wzrost         | -0.03394  | 0.02154          | -1.576    | 0.1156      |
| Wiek           | -0.01660  | 0.02667          | -0.622    | 0.5340      |
| Waga           | 0.02721   | 0.01462          | 1.861     | 0.0634      |
| Stała          | 1.63120   | 3.35589          | 0.486     | 0.6271      |

Tabela 8: Model WWW - współczynniki modelu

### 4.1.2 Model WW

Drugi z dopasowywanych modeli uwzględnia wiek oraz wagę zawodników. Odjęcie wzrostu ma na celu sprawdzenie jak zachowa się model po odjęciu jednej zmiennej nie będącej zmienną istotną. W tabeli 9 przedstawione zostały współczynniki modelu WW. Jak można zauważyć zmienne istotne dla modelu nie są już takie same, do minut na mecz dołączyła wartość stała.

Ponadto waga zawodnika przestała należeć do istotnych zmiennych.

| Zmienna        | Estymacja | Błąd standardowy | T-wartość | $\Pr(< t )$ |
|----------------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| Minuty na mecz | 0.54356   | 0.01241          | 43.78     | <2e-16      |
| Wiek           | -0.01304  | 0.02661          | -0.490    | 0.62428     |
| Waga           | 0.00852   | 0.00857          | 0.994     | 0.32059     |
| Stała          | -3.35012  | 1.13018          | -2.964    | 0.00318     |

Tabela 9: Model WW - współczynniki modelu

## 4.1.3 Model WB

Trzeci z dopasowywanych modeli uwzględnia wiek oraz wskaźnik BMI. Omawiany wskaźnik jest popularną statystyką mówiącą o stanie zdrowia fizycznego i wyliczana jest na podstawie poniższego wzoru:

$$BMI = \frac{waga}{wzrost^2}.$$

W związku z tym niejawnie do modelu włączamy wagę i wzrost zawodników ligi. Wyniki tego zabiegu przedstawione są w tabeli 10. Podobnie jak w modelu WW istotne zmienne to liczba minut na boisku oraz stała.

| Zmienna        | Estymacja | Błąd standardowy | T-wartość | $\Pr(< t )$ |
|----------------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| Minuty na mecz | 0.54259   | 0.01238          | 43.838    | <2e-16      |
| Wiek           | -0.01608  | 0.02667          | -0.603    | 0.54676     |
| BMI            | 0.09639   | 0.05878          | 1.640     | 0.10166     |
| Stała          | -4.84181  | 1.60703          | -3.013    | 0.00272     |

Tabela 10: Model WB - współczynniki modelu

#### 4.2 Porównanie modeli

W tabeli 11 widać, że model WB cechuje się najlepszym dopasowaniem do danych według współczynnika  $R^2$ . Kryterium informacyjne Akaikego również przemawia za wybraniem trzeciego modelu jako najlepiej opisującego badany zbiór wartości. Jedyną statystyką przemawiającą za innym modelem niż WB jest logarytm wskaźnik wiarygodności, który wskazuje, że to pierwszy model jest najlepszy. Na podstawie zaprezentowanych wyników należy wybrać model uwzględniający wiek oraz BMI zawodników. Ponadto wykorzystując analizę wariancji ustaliliśmy, że to właśnie model WB jest modelem istotnym.

# 5 Podsumowanie

Model opisujący zdolności rzutowe okazał się być istotnie najlepszym spośród wszystkich testowanych przez nas.

| Model | $R^2$  | AIC      | LogLik    | W       |
|-------|--------|----------|-----------|---------|
| WWW   | 0.7977 | 2282.972 | -1135.486 | 0.95495 |
| WW    | 0.7971 | 2283.475 | -1136.737 | 0.95403 |
| WB    | 0.7978 | 2281.766 | -1135.883 | 0.95493 |

Tabela 11: Porównanie modeli