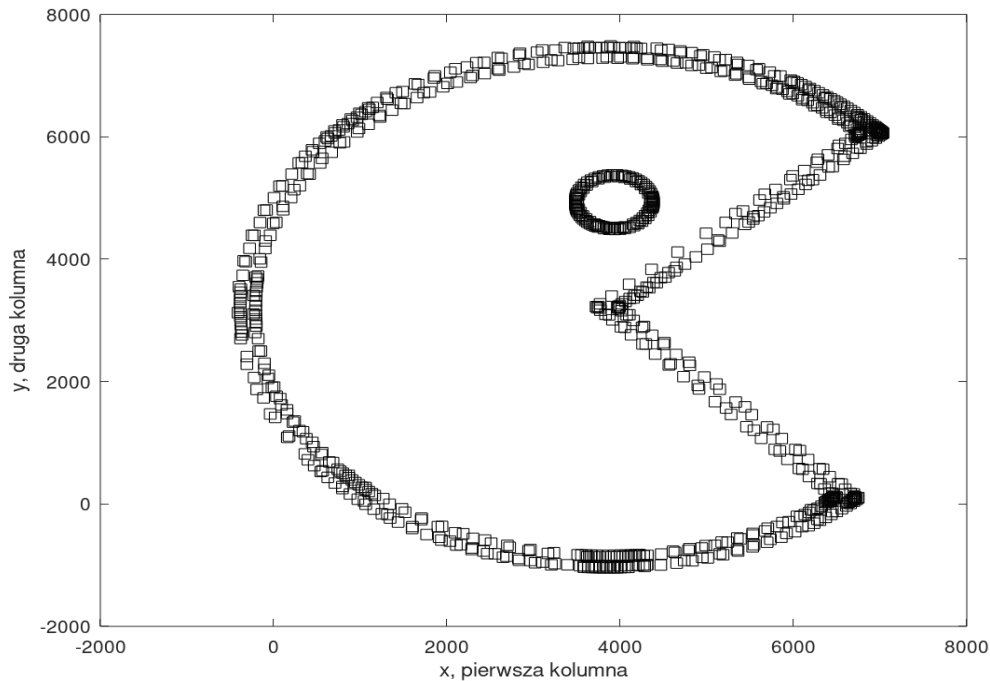


Proszę wykonać podane niżej zadania dla obrazka wektorowego składającego się z punktów zawartych w pliku „punktman.csv” (powstałym na bazie obrazka z wikipedii). Plik można wczytać poleceniem **csvread()**. Każdy wiersz określa pojedynczy punkt, pierwsza kolumna opisuje wartości „x”, druga wartości „y” kolejnych punktów. Nie należy korzystać z gotowych funkcji dokonujących obróbki obrazka.



Teoria przetwarzania położenia punktów 2d za pomocą macierzy

Istnieją 3 podstawowe operacje związane z obróbką położenia punktów, a tym samym z obróbką obrazów wektorowych:

- skalowanie – w celu zastosowania skalowania względem punktu (0; 0) należy użyć wzoru

$$\begin{aligned} x_{nowe} &= x_{stare} * s_x \\ y_{nowe} &= y_{stare} * s_y \end{aligned},$$

gdzie x_{stare} , y_{stare} to położenie punktu przed zmianą, x_{nowe} , y_{nowe} określa położenie punktu po zmianie, s_x , s_y określa stosunek odległości nowej do starej od osi OX lub OY. Warto zwrócić uwagę, że dla $s_x=s_y=1$ położenie punktu się nie zmienia, natomiast jeśli użyje się s_x albo s_y równe -1, wtedy dokonano się lustrzanego odbicia.

- translacja (przesuwanie) – w celu zastosowania przesunięcia położenia danego punktu należy użyć wzoru:

$$\begin{aligned} x_{nowe} &= x_{stare} + t_x \\ y_{nowe} &= y_{stare} + t_y \end{aligned},$$

gdzie t_x , t_y określa o jaką wartość należy przesunąć przetwarzany punkt.

- obrót – w celu obrócenia punktu względem położenia (0, 0) o zadany kąt przeciwnie do ruchu wskazówek zegara należy użyć wzoru:

$$\begin{aligned} x_{nowe} &= x_{stare} * \cos(obr) - y_{stare} * \sin(obr) \\ y_{nowe} &= x_{stare} * \sin(obr) + y_{stare} * \cos(obr) \end{aligned} ,$$

gdzie *obr* określa kąt obrotu przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

Warto zwrócić uwagę, że wiele operacji można wykonać przez złożenie kilku operacji widocznych wyżej na przykład:

- obrót względem punktu (x=2; y=1) o kąt *obr* zgodnie z ruchem zegara to:
 - translacja (tx=-2; ty=-1)
 - obrót o *-obr*
 - translacja (tx=+2; ty=+1)
- lustrzane odbicie względem prostej pionowej $x = 123$
 - translacja (tx=-123; ty=0)
 - skalowanie ($s_x = -1$; $s_y = 1$)
 - translacja (tx=+123; ty=0)

W celu przetwarzania położenia punktu bardzo często korzysta się z przetwarzania używając macierzy. W celu umożliwienia wykonania tych 3 operacji podstawowych (skalowanie, translacja, obrót) za pomocą mnożenia przez macierz punkt pojedynczy przed zmianą opisany jest przez wektor transponowany (pionowy):

$$\begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Następnie powyższe 3 operacje opisane są przez odpowiednie działania macierzowe

$$\begin{bmatrix} x_{nowe} \\ y_{nowe} \\ 1 \end{bmatrix} = MacierzObróbki * \begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix} , \text{ gdzie } MacierzObróbki \text{ (wielkości } 3 \times 3) \text{ zależy od użytego}$$

działania:

- skalowanie względem (0; 0)

$$MacierzObróbki = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} x_{nowe} \\ y_{nowe} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix} , \text{ gdzie } s_x, s_y \text{ określa}$$

stosunek odległości nowej do starej od osi OX lub OY.

- translacja (przesuwanie)

$MacierzObrobki = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} x_{nowe} \\ y_{nowe} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix}$, gdzie t_x, t_y określa o jaką wartość należy przesunąć przetwarzany punkt.

- obrót względem (0; 0) odwrotnie do ruchu wskazówek zegara

$MacierzObrobki = \begin{bmatrix} \cos(obr) & -\sin(obr) & 0 \\ \sin(obr) & \cos(obr) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} x_{nowe} \\ y_{nowe} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(obr) & -\sin(obr) & 0 \\ \sin(obr) & \cos(obr) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix}$, gdzie obr określa kąt obrotu przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

Warto zwrócić uwagę, że wiele operacji można wykonać przez złożenie kilku operacji widocznych wyżej w jedną na przykład:

- obrót względem punktu ($x=2; y=1$) o kąt 45° zgodnie z ruchem zegara to 3 operacje: translacja $(-2, -1)$, obrót (-45°) , translacja $(2, 1)$,

$$\begin{bmatrix} x_{nowe} \\ y_{nowe} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & +2 \\ 0 & 1 & +1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{translacja}(t_x=+2; t_y=+1)} * \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(-45^\circ) & -\sin(-45^\circ) & 0 \\ \sin(-45^\circ) & \cos(-45^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{obrot}(-45^\circ)} * \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{translacja}(t_x=-2; t_y=-1)} * \begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix}$$

z uwagi na to, że mnożenie macierzy jest łączne, dlatego można powyższą operację zapisać jako:

$$\begin{bmatrix} x_{nowe} \\ y_{nowe} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & +2 \\ 0 & 1 & +1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(-45^\circ) & -\sin(-45^\circ) & 0 \\ \sin(-45^\circ) & \cos(-45^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{MacierzObrobki_{\text{całkowitej}}} * \begin{bmatrix} x_{stare} \\ y_{stare} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Operacje macierzowe umożliwiają łatwą pracę na wielu punktach jednocześnie. Na przykład, aby dokonać tego samego przekształcenia względem kilku punktów należy najpierw policzyć $MacierzObróbki_{\text{całkowitej}}$. Macierz ta to wynik mnożenia wielu macierzy składowych. Pojedyncza macierz składowa dotyczy jednej operacji elementarnej (skalowanie, translacja, obrót). Kolejność wystąpienia macierzy dot. składowych pojedynczych operacji ($MacierzObrobki_1, MacierzObrobki_2 \dots$) jest bardzo istotna.

$$MacierzObrobki_{\text{całkowitej}} = MacierzObrobki_{\text{ostatniej}} * \dots * MacierzObrobki_2 * MacierzObrobki_1,$$

gdzie $MacierzObróbki_i$ oznacza macierz stworzoną dla i -tej operacji elementarnej.

W celu przetwarzania położenia wielu punktów jednocześnie można zastosować wzór:

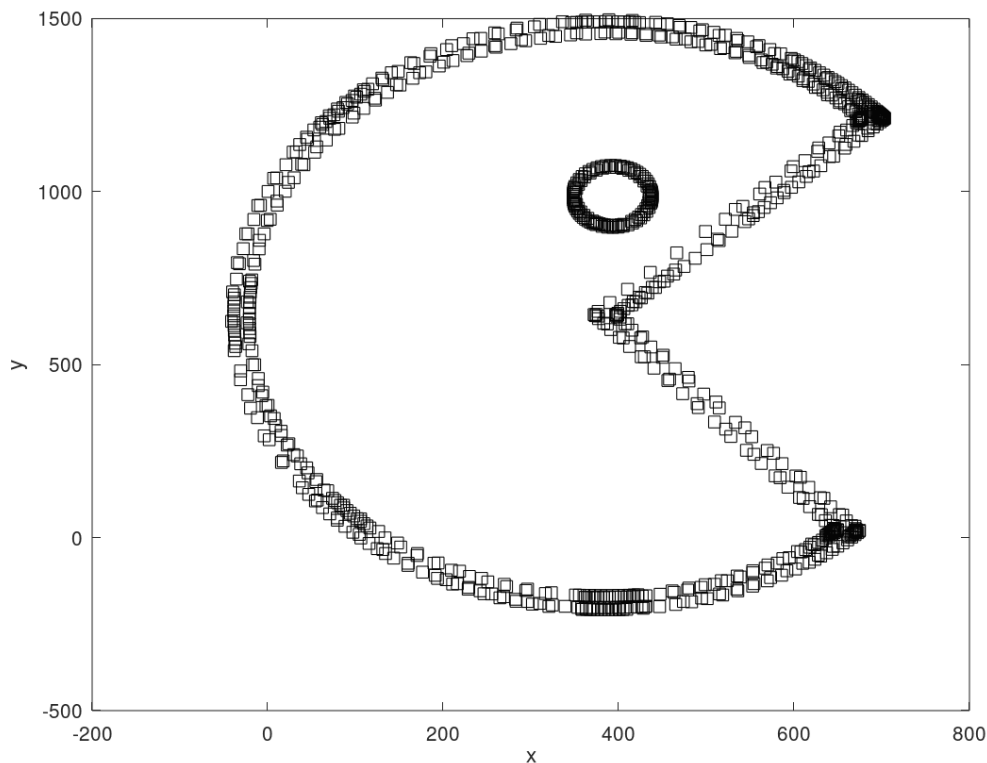
$$\begin{bmatrix} x_{nowe,1} & x_{nowe,2} & \dots \\ y_{nowe,1} & y_{nowe,2} & \dots \\ 1 & 1 & \dots \end{bmatrix} = MacierzObrobki_{\text{całkowitej}} * \begin{bmatrix} x_{stare,1} & x_{stare,2} & \dots \\ y_{stare,1} & y_{stare,2} & \dots \\ 1 & 1 & \dots \end{bmatrix},$$

gdzie $x_{stare,i}$, $y_{stare,i}$ to położenie i -tego punktu przed obróbką, $x_{nowe,i}$, $y_{nowe,i}$ to położenie i -tego punktu po obróbce.

W przypadku przetwarzania punktów trójwymiarowych istnieje bardzo podobny mechanizm służący do przetwarzania położenia punktów. Położenie pojedynczego punktu wyrażane jest przez wektor transponowany $[x \ y \ z \ 1]^t$, natomiast pozostałe podstawowe operacje jak translacja, skalowanie i obrót względem dowolnej osi (OX, OY albo OZ) wykorzystują podobne macierze do tych dla operacji dwuwymiarowych.

Zadanie 1. Skalowanie o (0,1; 0,2)

Proszę napisać funkcję, która zwraca MacierzObrobki (rozmiar 3x3) dla skalowania zadanymi wartościami s_x i s_y . Następnie należy jej użyć względem wszystkich punktów opisujących obrazek, aby przeskalować obrazek używając $s_x=0,1$, $s_y=0,2$ i wynik wyświetlić na ekranie.



Podpowiedź: operacje niezbędne do wykonania tego zadania:

1. Stworzyć funkcję zwracającą macierz 3x3 odpowiedzialną za skalowanie na podstawie podanych parametrów s_x i s_y .

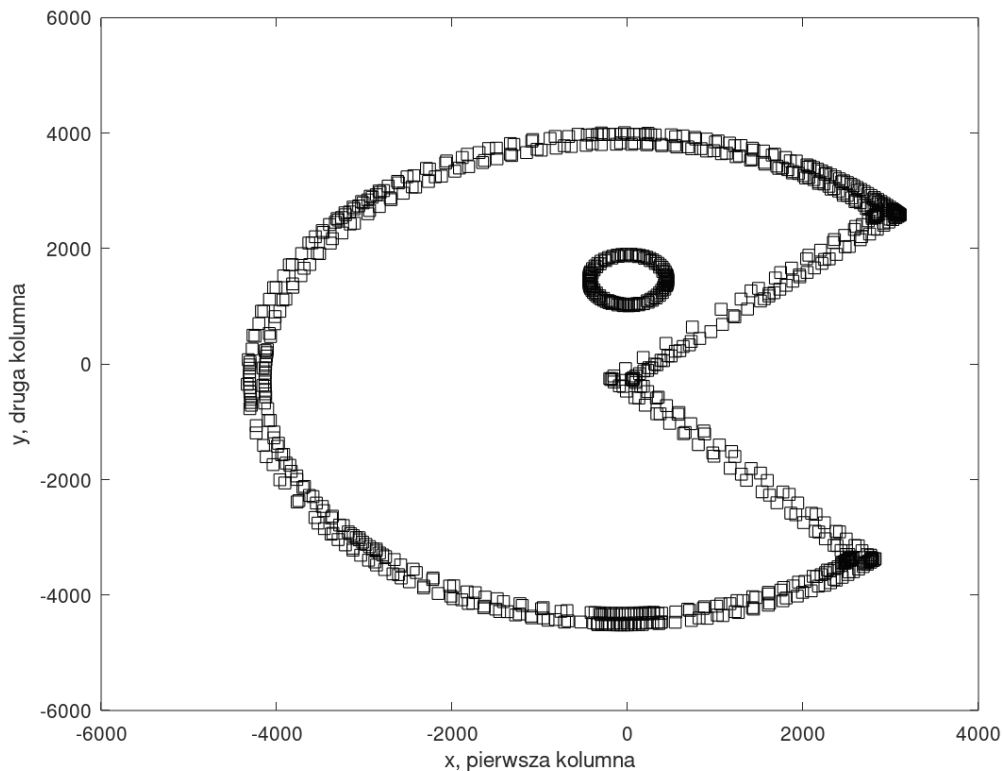
2. Odczytać punkty i przetworzyć je na postać
$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots \\ y_1 & y_2 & \dots \\ 1 & 1 & \dots \end{bmatrix}.$$

3. Dokonać wyliczenia położenia nowych punktów za pomocą mnożenia macierzy.

4. Wyciągnąć z otrzymanej macierzy nowe położenie punktów. Przy okazji warto się upewnić, że w dolnym wierszu tej macierzy są same jedynki.

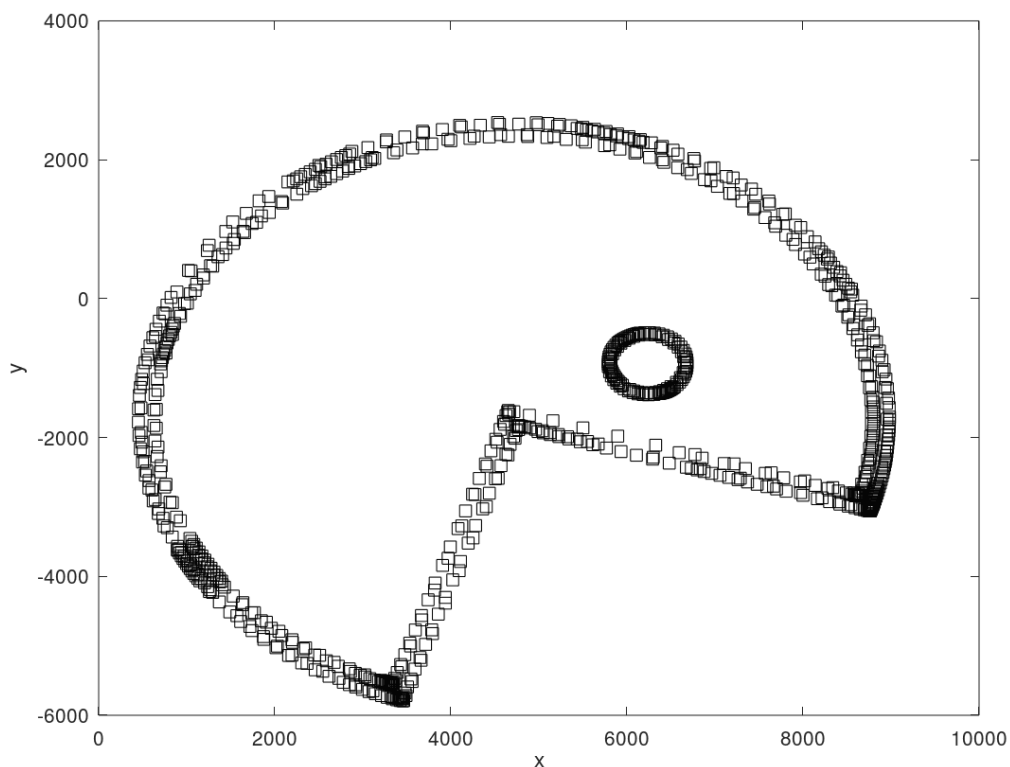
Zadanie 2. Przesunięcie do „środk ciężkości”

Proszę napisać funkcję, która zwraca MacierzObrobki (rozmiar 3x3) dla przesunięcia o zadanych wartościach t_x i t_y . Następnie proszę wyliczyć średnią wartość x, y i użyć jej aby przesunąć obrazek tak, by jego środek ciężkości (średnie wartości x i y) znalazł się w punkcie $(0, 0)$.



Zadanie 3. Obrót o -60°

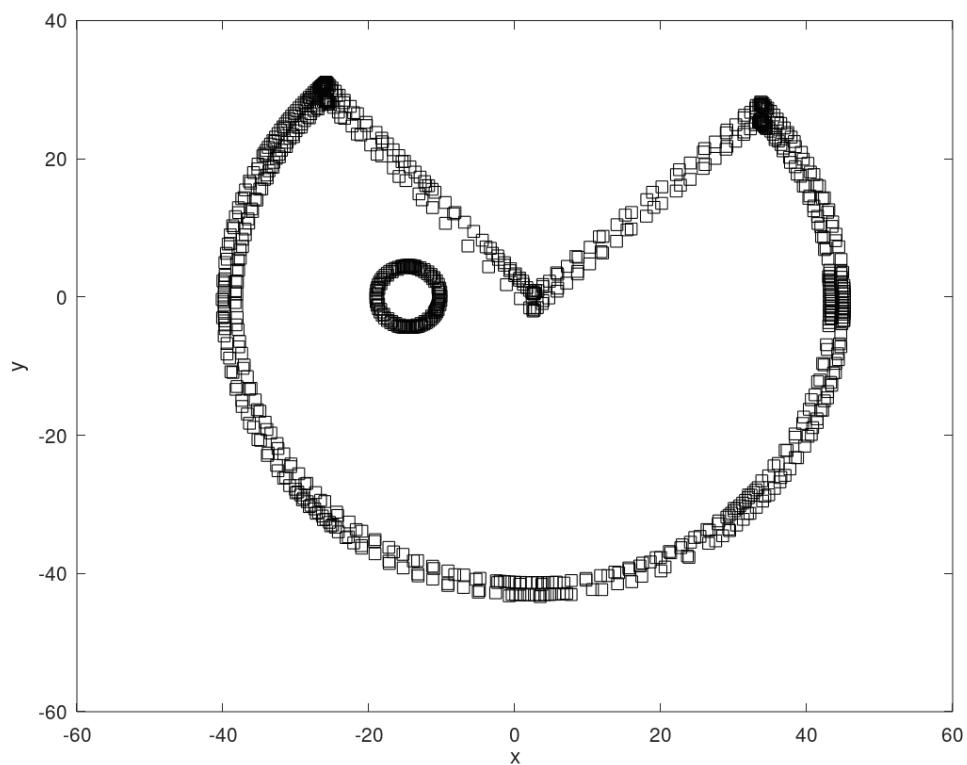
Proszę napisać funkcję, która zwraca MacierzObrobki (rozmiar 3x3) dla obrotu o zadanych wartościach obr . Następnie proszę obrócić obrazek o kąt 60° zgodnie z ruchem wskazówek zegara.



Zadanie 4. Translacja do środka, obrót 90, skalowanie 0,01

Proszę przy użyciu poprzednich funkcji skonstruować macierz $MacierzObrobki_{całkowitej}$ dla następujących operacji:

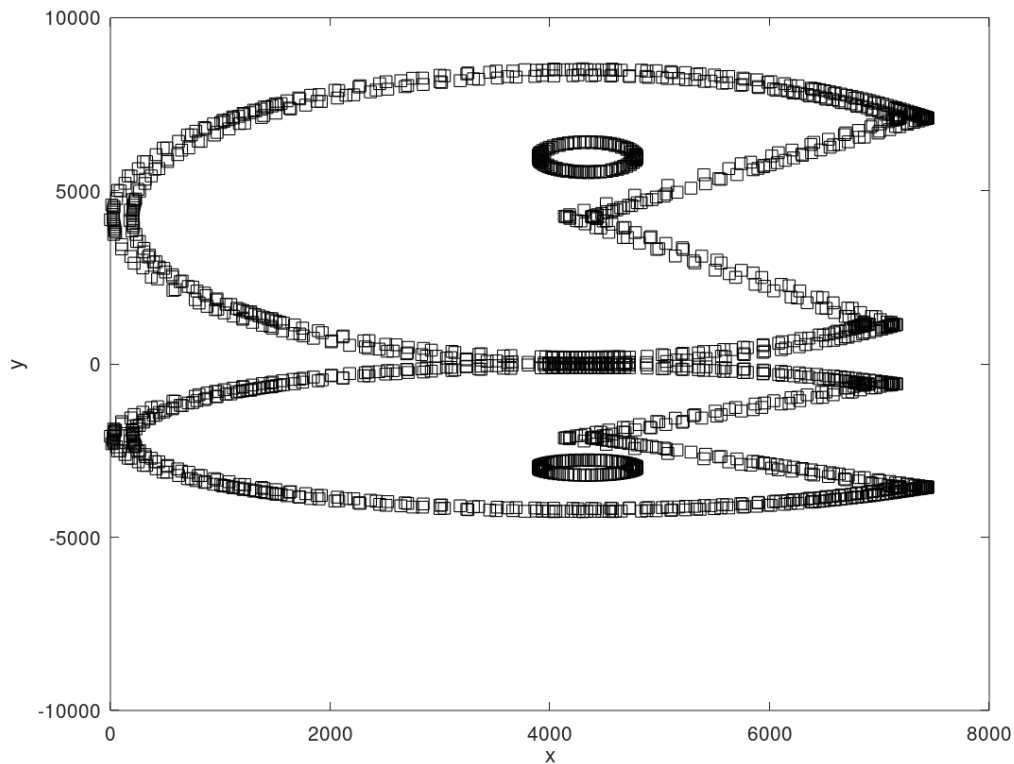
1. przesunięcie obrazka tak, by jego „środek ciężkości” znalazł się w punkcie (0, 0)
2. obrót obrazka o 90° przeciwnie do ruchu wskazówek zegara
3. zmniejszenie obrazka 100-krotnie



powinna powstać $MacierzObrobki_{całkowitej} = \begin{bmatrix} 0.00 & -0.01 & 34.74 \\ 0.01 & 0.00 & -39.24 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$.

Zadanie 5. Oryginał + lustrzane odbicie

Proszę przy użyciu poprzednio napisane funkcje. Należy dosunąć obrazek w prawo i do góry do oś OX i OY, a następnie połączyć go ze swoją lustrzaną pionową kopią spłaszczoną w pionie 2 krotnie.



Podpowiedzi

- Funkcje **cos()** i **sin()** w Octave/Matlab i wielu innych językach operują na kącie wyrażonym w **radianach**, a nie stopniach.
- Do uzyskania widocznych wykresów można użyć polecenia **plot(wartości_x, wartości_y, 'sk')**.

Punktman.csv

```

3256.494
3032.402
2832.402
2648.472
2480.411
2320.241
2168.471
1924.401
1696.401
1484.401
1296.401
1132.401
992.401
880.401
792.401
720.401
672.401
640.401
616.401
600.401
592.401
584.401
576.401
568.401
560.401
552.401
544.401
536.401
528.401
520.401
512.401
504.401
496.401
488.401
480.401
472.401
464.401
456.401
448.401
440.401
432.401
424.401
416.401
408.401
400.401
392.401
384.401
376.401
368.401
360.401
352.401
344.401
336.401
328.401
320.401
312.401
304.401
296.401
288.401
280.401
272.401
264.401
256.401
248.401
240.401
232.401
224.401
216.401
208.401
200.401
192.401
184.401
176.401
168.401
160.401
152.401
144.401
136.401
128.401
120.401
112.401
104.401
96.401
88.401
80.401
72.401
64.401
56.401
48.401
40.401
32.401
24.401
16.401
8.401
0.401

```


[illegible]

2130.000	13.000
2130.010	13.000
2130.020	13.000
2130.030	13.000
2130.040	13.000
2130.050	13.000
2130.060	13.000
2130.070	13.000
2130.080	13.000
2130.090	13.000
2130.100	13.000
2130.110	13.000
2130.120	13.000
2130.130	13.000
2130.140	13.000
2130.150	13.000
2130.160	13.000
2130.170	13.000
2130.180	13.000
2130.190	13.000
2130.200	13.000
2130.210	13.000
2130.220	13.000
2130.230	13.000
2130.240	13.000
2130.250	13.000
2130.260	13.000
2130.270	13.000
2130.280	13.000
2130.290	13.000
2130.300	13.000
2130.310	13.000
2130.320	13.000
2130.330	13.000
2130.340	13.000
2130.350	13.000
2130.360	13.000
2130.370	13.000
2130.380	13.000
2130.390	13.000
2130.400	13.000
2130.410	13.000
2130.420	13.000
2130.430	13.000
2130.440	13.000
2130.450	13.000
2130.460	13.000
2130.470	13.000
2130.480	13.000
2130.490	13.000
2130.500	13.000
2130.510	13.000
2130.520	13.000
2130.530	13.000
2130.540	13.000
2130.550	13.000
2130.560	13.000
2130.570	13.000
2130.580	13.000
2130.590	13.000
2130.600	13.000
2130.610	13.000
2130.620	13.000
2130.630	13.000
2130.640	13.000
2130.650	13.000
2130.660	13.000
2130.670	13.000
2130.680	13.000
2130.690	13.000
2130.700	13.000
2130.710	13.000
2130.720	13.000
2130.730	13.000
2130.740	13.000
2130.750	13.000
2130.760	13.000
2130.770	13.000
2130.780	13.000
2130.790	13.000
2130.800	13.000
2130.810	13.000
2130.820	13.000
2130.830	13.000
2130.840	13.000
2130.850	13.000
2130.860	13.000
2130.870	13.000
2130.880	13.000
2130.890	13.000
2130.900	13.000
2130.910	13.000
2130.920	13.000
2130.930	13.000
2130.940	13.000
2130.950	13.000
2130.960	13.000
2130.970	13.000
2130.980	13.000
2130.990	13.000
2131.000	13.000

[illegible]