桂林电子科技大学试卷

2020-2021 学年第 2 学期　　　　课号 ________

课程名称 高等数学AII （A卷 闭卷） 适用班级（或年级、专业） 2020级

考试时间 120 分钟　　班级 ______　　学号 ______　　姓名 ______

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	成绩
满 分	18	16	24	14	12	12	4				
得 分											
评卷人											

一、填空题（每小题3分，共18分）

1. 已知向量 $\vec{a}=(t,\ 1,\ -2)$，$\vec{b}=(1,\ 3,\ 1)$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $t=$ ________.

2. 直线 $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{-7}=\frac{z}{3}$ 和平面 $x+y+z=0$ 的关系为（填"平行"或"垂直"）________.

3. 已知函数 $z=x^2+y^2$，则 $\mathrm{d}z=$ ________.

4. 数项级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2+1}$ 的收敛性为（填"收敛"或"发散"）________.

5. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{\sin(x^2y)}{y}, & (x,y)\neq(1,0)\\ 1, & (x,y)=(1,0)\end{cases}$ 在点 $(1,0)$ 处（填"连续"或"间断"）________.

6. 设光滑曲线 L 的弧长为 π，则 $\int_L 3\,\mathrm{d}s=$ ________.

二、选择题（每小题4分，共16分）

1. xOz 坐标面上的抛物线 $z^2=x$ 绕 x 轴旋转一周所得曲面的方程为（　　）.

(A) $x^2+y^2=z$　　(B) $y^2+z^2=x$　　(C) $x^2+z^2=y$　　(D) $y^2+z^2=x^2$

2. 若 $f(x)$ 的周期为 2π，在 $[-\pi,\pi)$ 上 $f(x)=2x^2$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数中的傅里叶系数 a_0 等于（　　）.

(A) $\frac{\pi^2}{3}$　　(B) $\frac{2\pi^2}{3}$　　(C) $\frac{4\pi^2}{3}$　　(D) $\frac{2\pi^2}{5}$

3. 已知 l 为 $f(x)=xy^2$ 在 $(1,1)$ 处增加最快的方向，则 $f(x)$ 在该点沿 l 的方向导数为（　　）.

(A) 1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) -3　　(D) $\sqrt{5}$

4. 设函数 $f(x,y)$ 的定义域为有界闭域 D，点 $P_0\in D$，以下说法中，错误的是（　　）

(A) 若 f 在 D 上连续，则 f 在 D 上一定有界

(B) 若 f 的两个一阶偏导数都在 P_0 处连续，则 f 在 P_0 处也连续

(C) 若 f 在 P_0 处连续，则它在 P_0 处沿任一方向的方向导数都存在

(D) 若 f 在 D 上连续，则 f 在 D 上的二重积分一定存在

三、计算题一（每小题8分，共24分）

1. 求过点 $(1,2,3)$ 且与两平面 $2x-z=1$ 和 $3y-z=2$ 都平行的直线方程.

2. 已知二元函数 $z=xy+\frac{x}{y}$，计算偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 设 $x^2-y^2+z^2-3z=0$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$.

四、计算题二（每小题7分，共14分）

1. 计算二重积分 $\iint_D(x+y)\mathrm{d}\sigma$，其中积分区域 D 是顶点为 $(0,0),(1,0),(1,1)$ 的三角形闭区域.

2. 计算 $\int_L y\,\mathrm{d}s$，其中 L 为曲线 $y=x^3$ 上点 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 之间的一段弧.

五、计算题三（每小题6分，共12分）

1. 计算曲面积分 $\iint_\Sigma xy\mathrm{d}S$，其中 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限中的部分.

2. 计算曲面积分 $\oiint_\Sigma x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，其中 Σ 为 Ω 的表面外侧，Ω 由 $x^2+y^2=z$ 及 $z=1$ 所围成.

六、解答题（每小题6分，共12分）

1. 曲线积分 $\int_L 3x^2y\mathrm{d}x+(x^3+1)\mathrm{d}y$ 是否与路径无关？并说明理由. 若 L 为一条从点 $A(0,0)$ 到点 $B(1,1)$ 的光滑曲线，且可表示为 $y=f(x)$，那么该积分的值是多少？

2. 将 $f(x)=\frac{1}{x+1}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数，并求该级数的收敛域.

七、证明题（共4分）

若 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 绝对收敛，证明 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛；进一步，设 $f(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内具有连续的二阶导数，且 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=0$，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}f\left(\frac{1}{n}\right)$ 收敛.