

三大分布：

1,  $\chi^2$  分布:  $X_i \sim N(0, 1^2), i=1, 2, \dots, n$ , 则  $X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 \sim \chi^2(n)$

2,  $t$  分布:  $X \sim N(0, 1^2), Y \sim \chi^2(n)$ , 则  $\frac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim t(n)$

3,  $F$  分布:  $X_1 \sim \chi^2(n_1), X_2 \sim \chi^2(n_2)$ , 则  $\frac{X_1/n_1}{X_2/n_2} \sim F(n_1, n_2)$

四大定理：

设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

分别是样本均值和样本方差, 则

1,  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1^2)$

2,  $\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

3,  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

4, 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  的样本,  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  是来自正态总体

$N(\mu_2, \sigma_2^2)$  的样本, 且两个样本相互独立,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  以及

$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i, S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$  分别是两个样本均值和样本方差, 则

$\frac{S_x^2/\sigma_1^2}{S_y^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$

### 置信区间:

#### 单正态总体

待估参数	条件	枢轴变量	分布	置信区间
$\mu$	$\sigma^2$ 已知	$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$	$N(0, 1^2)$	$\bar{X} \pm u_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
$\mu$	$\sigma^2$ 未知	$\frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$	$t(n-1)$	$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$
$\sigma^2$	$\mu$ 未知	$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$	$\chi^2(n-1)$	$\left( \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)} \right)$

#### 双正态总体

待估参数	条件	枢轴变量	分布	置信区间
$\sigma_1^2 / \sigma_2^2$	$\mu_1, \mu_2$ 未知	$\frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2}$	$F(n_1-1, n_2-1)$	$\left( \frac{1}{F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)} \frac{S_1^2}{S_2^2}, \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(n_2-1, n_1-1)} \frac{S_1^2}{S_2^2} \right)$

### 假设检验:

$H_0$	$H_1$	条件	统计量及分布	拒绝域
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\sigma^2$ 已知	$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1^2)$	$ u  > u_{\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\sigma^2$ 未知	$\frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$	$ t  > t_{\alpha/2}(n-1)$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\mu$ 未知	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$	$\chi^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 > \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\mu_1, \mu_2$ 未知	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$	$F < F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或 $F > F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$

注：最后一行双正态总体的假设检验