一、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1，设 A,B 是两个事件，$P\left(B\right)=0.7,P\left(\overline{A}B\right)=0.3$，则 $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=$______；

2，三个人独立破译一密码，他们单独译出这一密码的概率分别是 $\frac{1}{5},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，则此密码被译的概率为______；

3，已知随机变量 X 只能取 $-1,0,1,2$ 四个数值，其相应的概率依次是 $\frac{1}{2c},\frac{3}{4c},\frac{5}{8c},\frac{2}{16c}$，则 $c=$_______；

4，设随机变量 X 服从 $\left(0,2\right)$ 上的均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 落入 $\left(0,4\right)$ 的概率是_____；

5，设 $X_1,X_2,...,X_n,...$ 是独立同分布的随机变量，且 $E\left(X_i\right)=\mu,D\left(X_i\right)=\sigma^2,i=1,2,...$，令 $P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k-\mu\right|<3\sigma\right\}\geq$______.

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1，设事件 A,B 为对立事件，则（　　）不成立：

（A）$P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=0$　（B）$P\left(B\mid A\right)=\phi$　（C）$P\left(\overline{A}\mid B\right)=1$　（D）$P\left(A\cup B\right)=1$

2，下列函数中，（　）可以作为连续随机变量的概率密度函数：

（A）$f\left(x\right)=\begin{cases}\sin x, & \pi\leq x\leq\frac{3}{2}\pi\\ 0, & otherwise\end{cases}$　（B）$f\left(x\right)=\begin{cases}-\sin x, & \pi\leq x\leq\frac{3}{2}\pi\\ 0, & otherwise\end{cases}$

（C）$f\left(x\right)=\begin{cases}\cos x, & \pi\leq x\leq\frac{3}{2}\pi\\ 0, & otherwise\end{cases}$　（D）$f\left(x\right)=\begin{cases}1-\cos x, & \pi\leq x\leq\frac{3}{2}\pi\\ 0, & otherwise\end{cases}$

3，设随机变量 $X\sim N\left(0,1^2\right)$，则 $Y=$（　　）$\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$

（A）$\frac{X-\mu}{\sigma}$　（B）$\sigma X-\mu$　（C）$\sigma X+\mu$　（D）$\sigma\left(X+\mu\right)$

4，若随机变量 X,Y 的方差 $D\left(X\right),D\left(Y\right)$ 都存在，且 $D\left(X\right)\neq 0,D\left(Y\right)\neq 0$，$E\left(XY\right)=E\left(X\right)E\left(Y\right)$，则

（A）X,Y 一定相互独立　（B）X,Y 一定不相关

（C）$D\left(XY\right)=D\left(X\right)D\left(Y\right)$　（D）$D\left(X-Y\right)=D\left(X\right)-D\left(Y\right)$

5，若相互独立的随机变量 X,Y 的方差分别是 4 和 2，则 $3X-2Y$ 的方差为（　　）

（A）8　　　（B）16　　　（C）28　　（D）44

三、计算题（每小题 13 分，共 65 分）

1，某商场出售的灯泡来自甲、乙、丙三个工厂，甲厂产品占 80%，合格率为 90%，乙厂产品占 10%，合格率为 95%，丙厂产品占 10%，合格率为 80% .

（1）某顾客购买了一灯泡，求它是合格品的概率；

（2）若顾客购买了一灯泡，发现是不合格品，求它是甲厂生产的概率。

2，设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=Ae^{-|x|},-\infty<x<\infty$，求

（1）$A=?$ （2）$P\{0<X<1\}=?$ （3）分布函数 $F(x)$.

3，设二维离散型随机向量 (X,Y) 的联合分布律为：

$X\backslash Y$	-2	-1	0
-1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	0
3	$\frac{2}{12}$	0	$\frac{2}{12}$

试求（1）$E(X)$，（2）$D(X)$，（3）$\operatorname{cov}(X,Y)$，（4）X,Y 是否相互独立；

4，设二维连续型随机向量 (X,Y) 的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}ce^{-(3x+4y)}, x>0, y>0\\ 0,\quad otherwise\end{cases}$$

试求（1）$c=?$ （2）边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$，（3）X,Y 是否相互独立；

（4）$P\{0<X\le 1, 0<Y\le 2\}$；

5，某电站供应 10000 户用电，假设用电高峰时，每户用电的概率为 0.9，问同时用电户在 9030 户以上的概率是多少？

四、证明题（5 分）

设 $P(A)>0$，试证：$P(B|A)\ge 1-\dfrac{P(\overline{B})}{P(A)}$