# Sztuczna inteligencja. Przeszukiwanie z informacją

Paweł Rychlikowski

Instytut Informatyki UWr

8 marca 2018

# DLS. Przypomnienie

DLS = Depth Limited Search

## Opis

- Określamy maksymalną głębokość poszukiwania.
- Przeszukujemy w głąb, ale nie rozwijamy węzłów na głębokości większej niż L.
- Wygodnie implementuje się rekurencyjnie (proste ćwiczenie)

## Iterative Deepening

#### Uwaga

Iteracyjne pogłębianie to po prostu wywoływanie DLS na coraz to większej głębokości (bez zapamiętywania żadnych pośrednich wyników)

Może wydawać się to stratą czasu, ale:

- działamy w pamięci O(bd),
- ullet na czas wpływa ostatnia wartstwa, czyli  $O(b^d)$

# Przykładowe literative Deepening

W drugiej kolumnie czas do tej pory, w trzeciej – czas *i*-tego pogłębienia.

```
10 0.02 0.04
11 0.06 0.1
12 0.16 0.27
13 0.44 0.75
14 1.19 2.23
15 3.42 5.91
16 9.33 16.63
17 25.96 47.02
```

## Przykładowo dla ostatniego poziomu mamy:

- Czas działania to 25.96 + 47.02 = 72.98
- Czyli narzut to 35%.



## UCS. Właściwości

- UCS = Uniform Costs Search
- Zamiast kolejki FIFO mamy kolejkę priorytetową, z priorytetem równym kosztowi dotarcia do węzła.

## Uwaga

Oczywiście umożliwia to różnicowanie kosztów dotarcia z węzła do węzła.

## Uwaga 2

UCS rozwiązuje ten sam problem co algorytm Dijkstry (i w bardzo podobny sposób). Ale jest różnica powiedzmy filozoficzna

## Uniform Cost Search a Dijkstra

- UCS jest na sztucznej inteligencji, Dijkstra na algorytmach (to oczywiście nie jest poważna różnica).
- UCS jest przedstawiany najczęściej jako instancja algorytmu typu Best First Search
- Graf który przeszukujemy może być duży, nieznany w całości, nieskończony, itd.

## Przeszukiwanie dwukierunkowe

## Pomysł

Prowadźmy poszukiwania jednocześnie od przodu i od tyłu

# Rysunek: Goal Goal

# Przeszukiwanie dwukierunkowe. Problemy i korzyści

#### Problemy

Nie zawsze jest możliwe do zastosowania:

- 1. Musimy znać stan końcowy (vide hetmany czy obrazki logiczne)
- 2. Najlepiej jak jest jeden (albo niewiele i umiemy je wszystkie wymienić)
- Musimy umieć odwrócić funkcję następnika (vide problem Knutha i funkcja int ( ))
- Musimy pamiętać odwiedzone stany (przynajmniej z jednej strony)

```
BFS + IDS (lub BFS + BFS) zamiast IDS+IDS
```

#### Korzyści

Podstawowa korzyść to czas działania. Dlaczego?

Odpowiedź: Zamiast jednego przeszukania na głębokości d mamy dwa przeszukania na głębokości d/2.

## Przeszukiwanie bez wiedzy. Podsumowanie

Criterion	Breadth- First	Uniform- Cost	Depth- First	Depth- Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	Yes <sup>a</sup>	$\mathrm{Yes}^{a,b}$	No	No	Yesa	$Yes^{a,d}$
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	O(bm)	$O(b\ell)$	O(bd)	$O(b^{d/2})$
Optimal?	$\mathrm{Yes}^c$	Yes	No	No	$\mathrm{Yes}^c$	$\mathrm{Yes}^{c,d}$

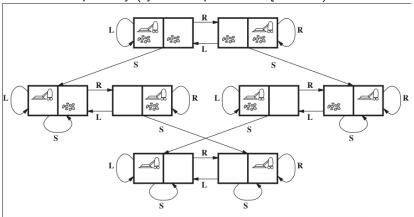
**Figure 3.21** Evaluation of tree-search strategies. b is the branching factor; d is the depth of the shallowest solution; m is the maximum depth of the search tree; l is the depth limit. Superscript caveats are as follows: a complete if b is finite; b complete if step costs  $\geq \epsilon$  for positive  $\epsilon$ ; c optimal if step costs are all identical; d if both directions use breadth-first search.

# Problemy bezczujnikowe (sensorless)

- Czujniki są drogie. Czasem wolimy na przykład znaleźć sekwencje akcji, która doprowadzi do celu niezależnie od stanu.
- Przykład 1 Szeroko działający antybiotyk
- Przykład 2 Robot w linii produkcyjnej, który składa jakieś części wykonując akcje niezależne od tego, jak te części się ułożyły.
- (czasem akcje są "puste" i generalnie robi ich się trochę za dużo)

## Problemy bezczujnikowe (przykładowy odkurzacz)

Wszyscy wiemy o inteligentych odkurzaczach. Ten będzie trochę prostszy (rysunek z przestrzenią stanów):



## Przestrzeń przekonań

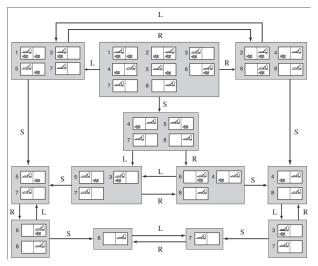
## Definicja

Stanem przekonań jest zbiór stanów oryginalnego problemu, w których agent (być może) się znajduje.

#### Pytanie

Jak się poruszać w takiej przestrzeni?

# Przestrzeń przekonań odkurzacza. Przykład



(pętle dla wszystkich stanów usunięte ze względu na czytelność.)



## Graf przestrzeni przekonań

- 1. Przejścia w przestrzeni przekonań powstają przez zaaplikowanie funkcji przejścia do stanu (obliczenia obrazu funkcji)
- 2. Stan jest końcowy jeżeli wszystkie stany w nim zawarte są końcowe.
- 3. Koszt jednostkowy (spory problem w innym przypadku)
- 4. Stan startowy: zbiór wszytskich stanów.

## Komandos z mapą. Mniej trywialny przykład

- Rozważmy zadanie, w którym do labiryntu wrzucony zostaje komandos z mapą...
- ale zrzut jest w nocy i nie wiadomo, gdzie trafił.
- Problem:

znajdź sekwencję akcji, która **na pewno** doprowadzi do jednego z celów (akcje niedozwolone nie przesuwają komandosa).

## Komandos. Jak go rozwiązać

- Zadanie z komandosem będzie na liście P2.
- Warto zatem poświęcić chwilę na "zbadanie" jak działa taka przestrzeń przekonań.

## Zmniejszanie niepewności

Zobaczmy, jakie są możliwości zmniejszania niepewności w tym zadaniu (program commando.py).

## Dodatkowa wiedza o problemie

- Opłaca się iść w kierunku rozwiązania.
- Co to oznacza?

Zakładamy, że umiemy szacować odległość od rozwiązania.

#### Przykłady

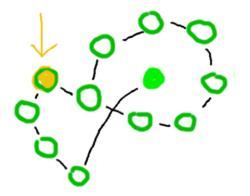
- 1. Odległość w linii prostej w zadaniu szukania drogi.
- 2. Odległość taksówkowa (Manhattan distance) w labiryncie.

## Przeszukiwanie zachłanne

- Rozwijamy ten węzeł, który wydaje się najbliższu rozwiązania.
- Proste, intuicyjne, ale są problemy. Jakie?

Można ten algorytm "oszukiwać", w skrajnym przypadku sprawić, żeby rozwiązanie w ogóle nie zostało znalezione.

# Plansza nieprzyjazna dla algorytmu zachłannego



# Algorytm A\*

## Definicje

- g(n) koszt dotarcia do węzła n
- h(n) szacowany koszt dotarcia od n do (najbliższego) punktu docelowego (h(s) > 0)
- $\bullet \ \mathsf{f(n)} = \mathsf{g(n)} + \mathsf{h(n)}$

## Algorytm

Przeprowadź przeszukanie, wykorzystując f(n) jako priorytet węzła (czyli rozwijamy węzły od tego, który ma najmniejszy f).

# Wymagania dla heurystyki

## Oczywiście od wyboru funkcji h zależą właściwości algorytmu A\*

Wymienimy najważniejsze właściwości funkcji h.

- 1. Rozsądna:  $h(s_{end}) = 0$
- Dopuszczalna (admissible):
   h(s) < prawdziwy koszt dotarcia ze stanu s do stanu końcowego Inaczej: optymistyczna
- 3. **Spójna** (consistent),  $s_1$ ,  $s_2$  to sąsiednie stany:

$$h(s_2) + \mathsf{cost}(s_1, s_2) \ge h(s_1)$$

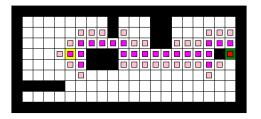
Ostatnia własność przypomina własność trójkąta w definicji metryki.



## Kilka prostych konsekwencji

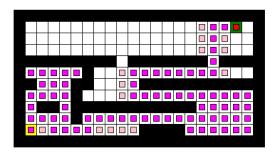
- 1. UCS to  $A^*$  z super-optymistyczną heurystyką (h(s) = 0)
- Spójna heurystyka jest optymistyczna Dowód: Indukcja po węzłach (na ćwiczeniach)
- 3. Wyżej wymienione heurystyki (Manhattan, Euklidesowa) są optymistyczne, spójne i rozsądne.

# $A^*$ w labiryncie (1)



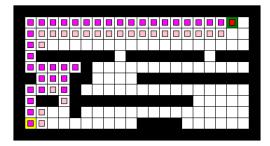
Jedynie dwa rozwinięte węzły poza optymalną ścieżka.

# A\* w labiryncie (2)



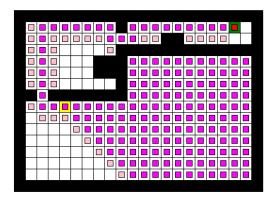
W dolnej części labiryntu heurystyka trochę prowadzi na manowce

# A\* w labiryncie (3)



ale jeżeli w poprzednim labiryncie przebić drzwi, to wówczas znowu prawie idealnie.

# A\* w labiryncie (4)



Heurystyka mocno "oszukana" przebiegiem labiryntu.

## Właściwości A\*

#### Twierdzenie 1

A\* jest zupełny (warunki jak dla UCS).

#### Twierdzenie 2

Jeżeli h jest spójna, to  $A^*$  zwraca optymalną ścieżkę (wersja grafowa)

#### Twierdzenie 3

Jeżeli h jest optymistyczna, to  $A^*$  w drzewie zwraca optymalną ścieżkę.

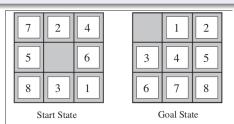
Dowody: za chwile, najpierw jeszcze trochę praktyki.



## Heurystyki dla ósemki

#### Uwaga

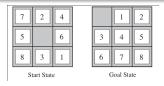
Pewne aspekty tworzenia heurystyk można dość dobrze prześledzić na przykładzie ósemki



#### Pytanie

Jak (optymistycznie) oszacować odległość tych dwóch stanów?

# Heurystyki dla ósemki (2)



## Pomysł 1

Jak coś jest nie na swoim miejscu, to musi się ruszyć o co najmniej 1 krok. Zliczajmy zatem, ile kafelków jest poza punktem docelowym ( $h_1(s) = 8$ )

## Pomysł 2

Jak coś jest nie na swoim miejscu, to musi pokonać cały dystans do punktu docelowego. Zliczajmy zatem, ile kroków od celu jest każdy z kafelków ( $h_2(s) = 3 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 2 = 18$ )

## Pytanie

Która intuicyjnie jest lepsza?

## Relaksacja

Kiedy możliwy jest ruch w łamigłówce ósemka? Docelowe pole jest: (koniunkcja warunków):

- a) sąsiadujące
- b) wolne

Możemy rezygnować z części (lub wszystkich) warunków, otrzymując łatwiejsze łamigłówki.

#### Uwaga

Liczba ruchów w łatwiejszym zadaniu od startu do punktu docelowego jest często sensowną heurystyką w zadaniu orygialnym.

## Heurystyka $h_1$

Ruch możliwy jest zawsze.

## Heurystyka h<sub>2</sub>

Ruch możliwy jest gdy pole jest obok (niekoniecznie puste).

#### Heurystyka h<sub>3</sub>

Ruch możliwy jest gdy pole jest puste (niekoniecznie obok).

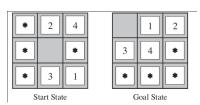
## Efektywność w praktyce

- Dla  $h_2$  efektywność  $A^*$  jest 50000 razy większa niż IDS.
- Istnieją heurystyki dające jeszcze 10000 krotne przyspieszenie dla 15-ki, a milionowe dla 24-ki (wobec h<sub>2</sub>)

## Bazy wzorców

Heurystyki możemy budować korzystając z baz wzorców, zapamiętujących koszty rozwiązań podproblemów danego zadania.

## Przykład:



# Działanie bazy wzorców

- Znajdujemy wszystkie podproblemy dla danego stanu (które mamy w bazie)
- A następnie bierzemy maksimum kosztów jako wartość heurystyki
- Możemy do tego maksimum dołożyć jakieś proste heurystyki (typu  $h_2$ ).

#### Pytanie

A czy nie moglibyśmy użyć sumowania, zamiast maksimum?



# Działanie bazy wzorców (2)

- Niestety suma daje niedopuszczalne heurystyki (bo pewne ruchy liczymy wielokrotnie, gwiazdki w jednym wzorcu są istotnymi kafelkami w innym)
- Da się temu zapobiec, stosując "rozłączne" wzorce (nic się nie powtarza) i w każdym wzorcu liczyć tylko ruchy kafelków z liczbami.

To to są te najefektywniejsze heurystyki dla 8-ki

#### Uwaga

Niemniej warto wiedzieć, że czasem rezygnuje się z optymalności i stosuje niedopuszczalne heurystyki (które czasem przeszacowują odległość), ze względu na szybkość działania.

## Własności A\*

#### Plan

Spróbujemy dowieść następujących rzeczy:

- 1) A\* zwraca najkrótszą drogę
- 2) A\* jest zupełny.

# Dowód optymalności

#### Potrzebujemy dwóch faktów:

F1. Jeżeli *h* jest spójna, wówczas na każdej ścieżce wartości *f* są niemalejące.

D-d (n' jest następnikiem n):

$$f(n') = g(n') + h(n') = g(n) + c(n, n') + h(n') \ge g(n) + h(n) = f(n)$$

F2. Zawsze, gdy algorytm bierze węzeł do rozwinięcia, to koszt dotarcia do tego węzła jest optymalny (najmniejszy możliwy).



## Dowód F2

- Bierzemy nie wprost węzeł n, do którego kolejne dotarcie daje mniejszy koszt niż dotarcie pierwsze.
- Wartość f dla tego węzła drugi raz jest mniejsza (h takie same, g mniejsze)
- Na ścieżce od początku do n-a drugiego mamy "różowy" węzeł n'
- Z własności F1 mamy:  $f(n') < f(n_1)$

Zatem algorytm powinien wybrać n' a nie  $n_1$ . **Sprzeczność.** 



# Optymalność

Popatrzmy na pierwszy znaleziony węzeł docelowy  $(n_{end})$ 

- $f(n_{end}) = g(n_{end}) + h(n_{end}) = g(n_{end})$  (bo h jest rozsądna)
- Każdy kolejny węzeł docelowy jest nielepszy, bo dla niego  $g(n) \ge g(n_{\text{end}})$



## Zupełność

Niech  $C^*$  będzie kosztem najtańszego rozwiązania  $(g(n_{end}))$ 

- ullet Algorytm ogląda wszystkie węzły, dla których  $f(n) < C^*$
- Być może oglądnie również pewne węzły z konturu  $f(n) = C^*$ , przed wybraniem docelowego n, t.że  $f(n) = g(n) + 0 = C^*$

#### Uwaga

Skończona liczba węzłów o  $g(n) \leq C^*$  gwarantuje to, że algorytm się skończy. Do skończoności z kolei wystarczy założyć, że istnieje  $\varepsilon>0$ , t.że wszystkie koszty są od niego większe bądź równe.

# Lepsze heurystyki

#### Uwaga

 $A^*$  nie rozwija węzłów t.że  $f(n)>C^*$ . Zatem im większa h (przy założeniu spełniania warunków dobrej heurystyki), tym lepsza.

## Konsekwencja

Mając dwie spójne (optymistyczne) heurystyki  $h_1$  i  $h_2$ , możemy stworzyć  $h_3(n) = \max(h_1(n), h_2(n))$ , która będzie lepsza od swoich składników (szczegóły na ćwiczeniach).