

# Sztuczna inteligencja

## Ćwiczenia 2

### Zajęcia 5

Każde zadanie warte jest 1 punkt. Zadanie z gwiazdką nie wlicza się do maksimum.

**Zadanie 1.** 1 Zaproponuj optymistyczną heurystykę dla zadania z końcówkami szachowymi z P1 (chodzi o heurystykę używaną w algorytmie  $A^*$ ). Jak zmieniłoby się to zadanie (i heurystyka), gdyby czarne też miały wieżę? A gdyby celem był jakikolwiek mat (tzn. mat białych lub czarnych)? W każdym wariancie postaraj się, by heurystyka zwracała możliwie duże wartości (i tym samym była użyteczna).

**Zadanie 2.** 1, ★ Zaproponuj jakąś istotnie inną końcówkę szachową (mile widziane skoczki i gońce), w której możliwy jest mat kooperacyjny. Bądź przygotowany, by wszystko wyjaśnić osobom nie znającym szachów. Podobnie jak w poprzednim zadaniu podaj dla tej końcówki optymistyczną funkcję heurystyki.

**Zadanie 3.** Pokaż, że spójna heurystyka jest zawsze optymistyczna. Podaj przykład heurystyki, która jest optymistyczna, a nie jest spójna.

**Zadanie 4.** Mówiliśmy (bez dowodu) na wykładzie, że heurystyka bazująca na odległości euklidesowej lub manhatańskiej jest spójna. Udowodnij nieco ogólniejsze twierdzenie, mówiące, że jeżeli na przestrzeni stanów zdefiniowana jest odległość (czyli jest to przestrzeń metryczna<sup>1</sup>) to każda heurystyka, która zwraca wartość odległości od najbliższego stanu końcowego jest spójna.

**Zadanie 5.** Jeżeli przestrzeń stanów jest drzewem (czyli do każdego stanu da się dojść na dokładnie 1 sposób), wówczas warunkiem wystarczającym do optymalności algorytmu  $A^*$  jest, że heurystyka  $h$  jest dopuszczalna (optymistyczna). Udowodnij to.

**Zadanie 6.** Powiedzmy, że rozwiązujemy za pomocą  $A^*$  zadanie o podróżowaniu samochodem (warianty z paliwem, paczkami lub dziećmi). Przyjmijmy, że liczba węzłów na mapie jest rzędu 100. Jaki preprocessing wydaje się być użyteczny dla liczenia funkcji  $h$  w każdym z tych wariantów? Zaproponuj optymistyczne heurystyki (o możliwie dużych wartościach) dla każdego wariantu.

**Zadanie 7.** Przedstaw zasady popularnej łamigłówki Sudoku. Zaproponuj najbardziej naturalne sformułowanie tej łamigłówki jako problemu więzowego i powiedz, jaką arność mają więzy (możesz też powiedzieć, jak nazywa się użyteczny w tym zadaniu więz globalny). Zaproponuj inne sformułowanie Sudoku, jako problemu więzowego, spełniające następujące dwa warunki:

a) dziedziny wszystkich zmiennych są istotnie mniejsze niż  $9!$ ,

b) wszystkie więzy są binarne<sup>2</sup>.

**Zadanie 8.** W zadaniu rozważymy ogólną metodę binaryzacji, dla więzów, które są zdefiniowane za pomocą wyrażeń arytmetycznych i symboli relacyjnych (przykładowo  $2a + 4b > 7c + d^2 + ef + g^3$ ). Pokaż, jak zamieniać takie więzy na więzy o arności 2 lub 3 (być może dodając nowe zmienne, pamiętaj o tym, że nowe zmienne muszą mieć dziedziny). A następnie pokaż, jak eliminować więzy o arności 3 (zamieniając je na binarne).

**Zadanie 9.** Przypomnij, co to jest spójność łukowa i algorytm AC-3. Osiąganie spójności łukowej może być kosztowne, zwłaszcza, gdy dziedziny zmiennych są duże (dlaczego?). Można tę spójność przybliżać, zajmując się jedynie krańcami dziedzin (czyli wartością najmniejszą i największą). Powiedzmy, że więzy mają postać:  $\sum_{i=0}^N c_i x_i \circ y$ , gdzie  $c_i$  są stałymi,  $x_i, y$  to zmienne FD, a  $\circ \in \{<, >, \geq, \leq, =, \neq\}$ . Opisz algorytm wnioskowania (propagacji), który analizując kolejne więzy stara się w możliwie największym stopniu ograniczać ich dziedziny (ale zmieniając jedynie dolne i górne ograniczenia tych dziedzin). Oszacuj jego złożoność.

**Zadanie 10.** W tym zadaniu zajmujemy się jednym wierszem z obrazków logicznych (pełnych). Pokaż, jak wyrazić za pomocą więzów udostępnianych przez SWI-Prolog<sup>3</sup> warunek, który łączy położenie początków bloków (jedna grupa zmiennych) z binarnymi zmiennymi opisującymi kolejne piksele, w ten sposób, by więzy te dokładnie opisywały poprawne dla wiersza rozłożenia pikseli.

<sup>1</sup>Odległość  $m$  jest nieujemną funkcją, spełniającą 3 warunki:  $m(x, x) = 0, m(x, y) = m(y, x), m(x, y) + m(y, z) \geq m(x, z)$ , dla każdego  $x, y, z$ . Dodatkowo różne punkty mają niezerową odległość.

<sup>2</sup>Więzy unarne nie są konieczne, bo można je uwzględnić przycinając dziedziny

<sup>3</sup>Mówiliśmy o tym trochę na wykładzie: w5, slajdy: 15-17, 35-38, możesz też przeczytać dokumentację: <http://www.swi-prolog.org/man/clpfd.html>

**Zadanie 11.** (1p, ★) Przedstaw zadanie układania planu zajęć w Twojej szkole/uczelni jako problem spełnialności więzów, w którym oprócz twardych wymagań, określających jakie plany są dopuszczalne, istnieje funkcja określająca jakość dopuszczalnego planu i tym samym jesteśmy zainteresowani znalezieniem dopuszczalnego planu maksymalizującego tę jakość. Najważniejszą częścią tego zadania jest przedstawienie propozycji takiej funkcji, czyli próba precyzyjnego opisanie, co sprawia, że jakiś plan jest lepszy od innego.

Jeżeli jesteś studentem II, powinieneś uwzględnić wyniki głosowania (ale możesz też zaproponować jakąś procedurę zdobycia dodatkowej wiedzy na temat preferencji studentów, jeżeli uznasz, że samo głosowanie to za mało).