2021/06/04

満点:20点 / 目標:12点

> この問題は誘導をつけるかどうか自分で選べます。必要があれば【誘導あり版】を使ってください。

誘導なし版

線分 AB を直径とする半径 1 の半円上に $\angle\mathrm{PBA}=\theta\ (0^\circ<\theta<90^\circ)$ となるように点 P をとる. また, 弧 AP 上に $\mathrm{AQ}=\mathrm{PQ}$ となる点 Q をとる. このとき, $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BQ}^2$ の最大値を求めよ.

誘導あり版

一般角 α, β に対して, 以下の**加法定理**が成り立つ.

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

(1) 加法定理を参考にして, $\cos 2\theta$ を $\cos\theta$ を用いて表せ.

(2) (1) の結果を利用して, $\cos^2\dfrac{1}{2}\theta$ を $\cos\theta$ を用いて表せ.

線分 AB を直径とする半径 1 の半円上に $\angle\mathrm{PBA}=\theta\ (0^\circ<\theta<90^\circ)$ となるように点 P をとる. また, 弧 AP 上に $\mathrm{AQ}=\mathrm{PQ}$ となる点 Q をとる.

(3) 線分 AP, BQ の長さをそれぞれ θ を用いて表せ.

(4) $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BQ}^2$ の最大値を求めよ.

ヒント・方針

- (1) (2) **2倍角の公式**, **半角の公式**
  - 黄チャートIIB p212
- (3) まず図を描く. 直角三角形に着目する.
- (4) 三角比を統一する. 変数を置換するときは変域に注意.
  - 黄チャートIA 例題116