

一次独立

「一次独立」とはいいますが, 実際は英語の linear independence を訳したものなので, 線形独立のほうが正しいんじゃないかなって思います.

正確な定義

n 本のベクトル $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ が**線形独立**である (linearly independent) とは, c_1, c_2, \dots, c_n をスカラーとして,

$$\sum_{i=1}^n c_i \vec{v}_i = 0 \Rightarrow c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$$

が成り立つことをいう. また, 線形独立でないことを線形従属という.

具体例

平面上のベクトル

普段はこんな感じで使います.

$s\vec{a} + t\vec{b} = 0$ を満たす実数 s, t の組が $s = t = 0$ のみのとき, \vec{a} と \vec{b} は一次独立である.

そして**平面上のベクトルでは特に**

$\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$ で, \vec{a} と \vec{b} が平行でない $\Leftrightarrow s\vec{a} + t\vec{b} = 0$ を満たす実数 s, t の組が $s = t = 0$ のみ

が成り立ちます. そこで, 記述答案に軽率に

\vec{a} と \vec{b} は一次独立なので,

と書いても, 結果的にうまくいってしまいます.