

2020/11/06

出典:Focus Gold 数学1A(啓林館)

満点:20点 / 目標:12点

5個の数字0, 1, 2, 3, 4を用いて作られる3桁の整数のうち, 次の条件を満たす数は何個あるか求めよ. ただし, 0は2回使ってもよいが, その他の数は1回しか使えない.

条件: 4の倍数, または, 5の倍数である数

解答・解説(2020/11/12)

場合の数を正確に数える問題です. 全部数えればいいだけなので, 小学生でもできます.

小学校では「並べ方と組み合わせ方」を, 中学校では「確率」を学習します.

高校数学で学習する「場合の数と確率」との違いは, 手作業だと面倒なものを計算で解決するかしないかだけです. わからなかったら素直に書き出せばいいだけのことです.

記述していくと, 書くのが非常に面倒な場合分けが出てきます. 必要に応じて, 表を使って説明してもよいでしょう.

また, これは数学のすべての分野で有効ですが, **最初にやりたいことを書いておく**のが非常におすすめです. 場合によっては方針を明示するだけで点数をもらえます(受験は相対評価なので, 受験者のでき具合に応じて採点基準が変わる).

採点基準です.

- 和集合の個数の求め方に言及している(8点)
 - 「ド・モルガンの法則」と述べていなくても問題ありません
- 5の倍数の個数を正しく数えている(4点)
- 4の倍数の個数を正しく数えている(4点)
- 20の倍数の個数を正しく数えている(4点)
 - いずれも数え間違いがあれば適宜減点
- 全て書き出して数えた場合, 最終的な答えが合っていれば20点.

11/6 教テロ改

題意を満たす数の個数は、ド・モルガンの法則より

$$(4\text{の倍数の個数}) + (5\text{の倍数の個数}) - (20\text{の倍数の個数})$$

で求められる。

・ 4の倍数の個数

下2桁が 4の倍数に存在するとき、この数は 4の倍数である。

いま、4の倍数である2桁の数は 7通りあり、

下2桁	00	04	12	20	24	32	40	この表より
できる 数の個数	4	3	2	3	2	2	3	4の倍数は全部で19個。

・ 5の倍数の個数

一の位は 0、百の位は 1, 2, 3, 4 の 4通り、十の位は 0 と 5 の 2通り/合計で 4通り。

よって 5の倍数の個数は $1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$ 個。

・ 20の倍数の個数

下2桁が 00, 20, 40 のとき、この数は 20の倍数である。

先に示した表より、20の倍数は全部で 10個。

よって求める場合の数は $19 + 16 - 10 = 25$ 個 である。