

# 2020/10/16

---

出典:黄チャート数1\_practice116(1)

満点:20点 / 目標:14点

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする. $\theta$  の関数  $y = \cos^2 \theta - 2\sin \theta - 1$  について, 次の問に答えよ.

1.  $t = \sin \theta$  において,  $y$  を  $t$  を用いて表せ.
2.  $y$  の最大値と最小値, およびそのときの  $\theta$  の値を求めよ.

## 解答・解説 (2020/10/22)

三角関数で味付けされた2次関数の問題です. 基本的です. 本来は2学期中間テストの範囲なのですが, 全く触れられてなかったのでここで取り上げました.

- 問1では,  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  を用いて与式を  $\sin \theta$  のみで表すことが求められています. 基本です.
  - $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  は基本的にいつでも成り立つので, 三角関数の関係式が与えられる問題では頻繁に使うことになります.
- 問2は, 2次関数の最大・最小を求める問題です.
  - $t = \sin \theta$  と置換したとき, 変域が変わることに注意しましょう. **一般に, 文字を置換したときは, 置換した文字の範囲を必ず確認しなければなりません.** 高校数学最重要事項のひとつです.
  - あとは定義域に従ってグラフを描き, 最大値・最小値を求めるだけです. 記述するときは,  $t$  の値に対応する  $\theta$  を, 対応関係がわかるように書いておく必要があります.

採点基準です.

- 問1は6点です.
  - 式変形ができている (6点)
- 問2は14点です.
  - 平方完成してグラフを描いている (4点)
    - 定義域ミスは-2点
    - グラフの不備は, 解答に関わる部分は-1点, 他は注意にとどめました
    - 因数分解し, 定義域内で単調減少であることに言及して, グラフを描かずに処理してもよい
  - 最大値・最小値を求めている (4点)
    - どちらか片方だけだと加点されません
  - 最大値・最小値をとる  $t$  に対応する  $\theta$  の値を求めている (6点)
    - どちらか片方だけでも計算が合っていれば+2点

以下は解答です(A4用紙1枚).

10/16 数Ⅰ027

$$y = \cos^2 \theta - 2 \sin \theta - 1 \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$

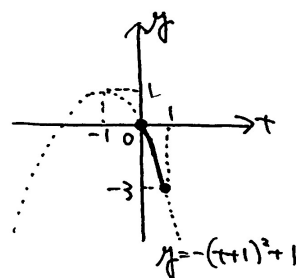
$$\begin{aligned} (1) \quad y &= \cos^2 \theta - 2 \sin \theta - 1 \\ &= (1 - \sin^2 \theta) - 2 \sin \theta - 1 \\ &= -\sin^2 \theta - 2 \sin \theta \end{aligned}$$

$$t = \sin \theta \text{ とおくと } \underline{y = -t^2 - 2t}$$

(2)  $\theta$  の変域は  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  だから,  $t$  の変域は  $0 \leq t \leq 1$ .

$$y = -t^2 - 2t = -(t+1)^2 + 1 \quad \text{で } 0 \leq t \leq 1 \text{ の範囲で}$$

$$\begin{cases} t=0 \text{ のとき 最大値 } 0 \\ t=1 \text{ のとき 最小値 } -3 \end{cases} \quad \text{である.}$$



また,  $t=0$  のとき  $\sin \theta = 0$  所以  $\theta = 0^\circ, 180^\circ$

$t=1$  のとき  $\sin \theta = 1$  所以  $\theta = 90^\circ$

$$\text{よって 求める答えは } \begin{cases} \theta = 0^\circ, 180^\circ \text{ のとき 最大値 } 0 \\ \theta = 90^\circ \text{ のとき 最小値 } -3 \end{cases}$$