第 2 回 模試テロ

【1】(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき, $\tan^3\theta+\dfrac{1}{\tan^3\theta}$ の値を求めよ.

(2) x の不等式 $4^x-2^{x+2}-32>0$ を解け.

【2】四面体 OABC において, 辺 AB を 1 : 2 に内分する点を P, 線分 PC を 2 : 3 に内分する点を Q とする. また, 辺 OA の中点を D, 辺 OB を 2 : 1 に内分する点を E, 辺 OC を 1 : 2 に内分する点を F とする.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いて表せ.

(2) 平面 DEF と線分 OQ の交点を R とする. 線分の長さの比 OR : OQ を求めよ.

【3】p を実数の定数とする. $x \geqq 0$ の範囲で, x の不等式

$$x^3+32 \geqq px^2$$

が常に成り立つような p の最大値を求めよ.

【4】箱の中に白球が 3 個入っている. これから, 以下の**操作**を連続して 3 回行う.

> **操作** この箱に, 赤球を 1 個入れ, 次に箱の中から無作為に球を 1 個取り出す. 取り出した球は箱の中に戻さない.

(1) **操作**が終了したあと, 箱の中に赤球がちょうど 3 個入っている確率を求めよ.

(2) **操作**が終了したあと, 箱の中に赤球がちょうど 1 個入っている確率を求めよ.

【5】数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1=3,\quad a_{n+1}=\frac{3a_n+1}{a_n+3}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$$

で定める. 一般項 a_n を求めよ.