第 8 回 模試テロ

【1】(1) x の不等式 $|2x-6| < x-2$ を解け.

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3-\sqrt{5}}}$ を有理化せよ.

【2】正三角形 OAB の辺 OA を $3:2$ に内分する点を C, $3:8$ に外分する点を D とし, 点 P を $\mathrm{PC} \perp \mathrm{PD}$ を満たすようにとる.

(1) 線分の長さの比 $\mathrm{OA}:\mathrm{OP}$ を求めよ.

(2) $\mathrm{OA}=2$ のとき, $\triangle\mathrm{PAB}$ の面積の最大値と最小値をそれぞれ求めよ.

【3】箱の中に赤球が 3 個, 白球が 5 個入っている. 箱の中から無作為に球を 1 個ずつ取り出していき, どちらか 1 色の球をすべて取り出したら終了する.

(1) 球をちょうど 5 個取り出して終了する確率を求めよ.

(2) 終了時に箱の中に赤球が残るとき, 最初に赤球を取り出す条件付き確率を求めよ.

【4】m を実数の定数とする. 放物線 $C: y=(x-2)^2$, 直線 $l: y=mx$ について考える.

(1) C と l が異なる 2 点で交わるような m の値の範囲を求めよ.

(2) (1) のとき, C と l の 2 交点を x 座標が小さい順に A, B とする. 線分 AB の中点 M の軌跡を求めよ.

【5】t を正の定数とする. 曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ 上の点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{t}\right)$ における接線を l とし, P を通り l に垂直な直線を m とする.

(1) 導関数の定義に従って, 関数 $y=\dfrac{1}{x}$ を微分せよ.

(2) 直線 l, m の方程式をそれぞれ求めよ.

(3) 直線 m と曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ の 2 交点のうち, P でないものを Q とする. Q の座標を t を用いて表せ.