2020/12/04

> **全部で2回解いてもらいます.**
> 1回目は, **制限時間10分**とします. 記述は必要ありません. 答えだけ求めてください.
> 2回目は, いつも通り丁寧に記述してください. 提出は2回目の答案だけでOKです.

出典:2020年センター試験数学1A第1問[3]

満点:12点 / 目標:10点 / 早解き目標時間:5分

c を定数とする. 2次関数 $y=x^2$ のグラフを, 2点 $(c,\ 0)$, $(c+4,\ 0)$ を通るように平行移動して得られるグラフを G とする.

1. G をグラフに持つ2次関数を, c を用いて表せ.
2. 2点 $(3,\ 0)$, $(3,\ -3)$ を両端とする線分と G が共有点をもつような c の値の範囲を求めよ.
3. $2 \leqq c \leqq 3$ の場合を考える. G が点 $(3,\ -1)$ を通るとき,
    1. G は2次関数 $y=x^2$ のグラフをどのように平行移動したものか求めよ.
    2. G と y 軸との交点の y 座標を求めよ.

解答・解説(2020/12/10)

昨年度(2020年1月)のセンター試験で出題された問題です. これで12点です.
この程度の問題を5分以内に処理できるなら, 7割取れるかなって感じです.
数テロでは記述を求めているので, 時間はかかってしまいますが, 記述模試であれば10分以内に片付けてしまいたいところです.

- x 軸上の2点を通ることに気がついて, 分解形で表せるかがポイントです. (2次関数の決定)
- 当然ながら平方完成でミスってはいけません
- 縦の線分と共有点をもつことを, $-3 \leqq f(x) \leqq 0$ と読み替えられるか
- 連立不等式を解ききれるか(ここは必ずできる必要がある)
- 「y 軸との交点」を「$x = 0$」と読み替えられれば完答です

ちなみに元の問題は[ここ]で見られます

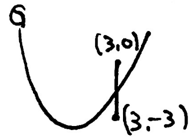
12/4 数II改

(1) 2点 $(c,0)$, $(c+4,0)$ を通り, $y=x^2$ のグラフを平行移動したグラフ G は,

$$G:\ y=(x-c)(x-(c+4))$$

$$= \underline{x^2-2(c+2)x+c(c+4)} \quad \cdots ①$$

(2) $f(x)=x^2-2(c+2)x+c(c+4)$ とすると,



問題の線分と G とが共有点をもつのは

$-3 \leqq f(3) \leqq 0$ $\cdots ②$ のときである.

すなわち, $-3 \leqq c^2-2c+3 \leqq 0$

これを解いて, ② を満たす c の値の範囲は $\underline{-1 \leqq c \leqq 0,\ 2 \leqq c \leqq 3}$ となる.

(3) 1. $2 \leqq c \leqq 3$ で, G が $(3,-1)$ を通るとき,

$c^2-2c+3=-1$ を解いて $c=1+\sqrt{3}$

① を平方完成して,

$$y=(x-(c+2))^2-4$$

と表せるので, $c=1+\sqrt{3}$ を代入して $y=(x-(3+\sqrt{3}))^2-4$

よって このとき G は $y=x^2$ のグラフを

$\underline{x\text{軸方向に } 3+\sqrt{3},\ y\text{軸方向に } -4}$ だけ平行移動したものである.

2. G と y 軸との交点は, ① より $x=0$ であることを考えて

$$y=c(c+4)=\underline{8+6\sqrt{3}}$$