

第 4 回 模試テロ

【1】 (1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, θ の不等式 $\sin \theta - \cos \theta < 1$ を解け.

(2) a, b, x, y を実数とする. 不等式

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

が成り立つことを示せ.

【2】 4 桁の整数の千の位, 百の位, 十の位, 一の位をそれぞれ a, b, c, d ($a \neq 0$) とする.

(1) $a < b < c < d$ を満たす 4 桁の整数の個数を求めよ.

(2) $a \geq b \geq c \geq d$ を満たす 4 桁の整数の個数を求めよ.

【3】 a を実数の定数とし, $a > 0, a \neq 1$ とする. 以下に示す x の不等式を解け.

$$a^{2x+1} - a^{x+2} - a^x + a < 0$$

【4】 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} - a_n = \int_{n-1}^n (2x^2 - 5x - 3)dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める.

(1) 一般項 a_n を n の式で表せ.

(2) a_n が最小になるときの n の値を求めよ.

【5】 中心 $(-1, 0)$, 半径 $\sqrt{2}$ の円 C と, 定点 $(1, 0)$ を通り, 傾きが m の直線 l を考える.

(1) 円 C , 直線 l の方程式をそれぞれ求めよ.

(2) C と l が異なる 2 点で交わるような m の値の範囲を求めよ.

(3) C が l から切り取る線分の長さが 2 のとき, m の値を求めよ.