

2020/11/27

テスト前なので、提出は任意です。解答も同時に掲載しました。日本語の使い方が難しいので、解き次第添削を受けることをおすすめします。

出典:総合的研究・記述式答案の書き方問題集数学1A(旺文社)601

確率に関する以下の3つの主張は、いずれも正しくない。主張の問題点を指摘せよ。

1. コインを1回投げたときに表が出る確率は $\frac{1}{2}$ だから、コインを2回投げたときに1回以上表が出る確率は $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ である。つまり、コインを2回投げれば、必ず1回は表が出る。
2. 将棋では引き分けはほとんど生じないので、1局指せば勝つか負けるかの2通りの結果しか出ないとしてよい。すると、私が藤井聡太二冠と将棋を3局指すと、全敗する確率は $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ だから、少なくとも1勝する確率は $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ である。
3. サイコロを3回振るとき、目の和が9になるのは

$$6 + 2 + 1, 5 + 3 + 1, 5 + 2 + 2, 4 + 4 + 1, 4 + 3 + 2, 3 + 3 + 3$$

の6通り。また、目の和が10になるのは

$$6 + 3 + 1, 6 + 2 + 2, 5 + 4 + 1, 5 + 3 + 2, 4 + 4 + 2, 4 + 3 + 3$$

の6通り。よって、目の和が9になる確率と、目の和が10になる確率とは等しい。

解答・解説(2020/11/27)

確率を数学的に正しく理解するには、よく使う言葉の意味を正確に把握することが重要です。自分の言葉で説明できるようにしておきましょう。

以下は解答です。今回は手書きではないので、大事そうなところは強調しました。

1. 1回目のコイン投げと、2回目のコイン投げは、別々の**試行**である。**確率とは、試行における事象の起こりやすさを示す割合**であるから、異なる試行ごとの確率を加えることには数学的な意味はない。つまり、ここでの

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

という計算は、無意味である。

2. 将棋を1局指すという試行で、**根元事象**を「私が勝つ」と「私が負ける」の2つだと考えたとき、この2つは**同様に確からしい**とはいえない。それゆえ、

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

という計算は、「私が負ける」確率を $\frac{1}{2}$ としている点で誤りである。

3. 3回サイコロを振るとき、それぞれの試行は**独立**であり、また1~6の6種類の目が出る根元事象は同様に確からしい。よって、3回サイコロを振るという試行の全事象は $6^3 = 216$ 通りの同様に確からしい根元事象からなっている。

ここで、たとえば「3回サイコロを振って、6が1回、2が1回、1が1回出る」という事象は、6つの根元事象からなる。一方、「3回サイコロを振って、5が1回、2が2回出る」という事象は、3つの根元事象からなる。したがって、この2つの事象は、同様に確からしいとはいえない。

以上のように具体的に数えると、「目の和が9になる」事象は25個の根元事象からなるが、「目の和が10になる」事象は27個の根元事象からなる。よって、目の和が9になる確率と、目の和が10になる確率とは等しくない。

この主張は、同様に確からしいとはいえない事象を、同様に確からしいかのように扱っている点が誤っている。