

# 超・数テ口 2021秋

- ・ 掲示期間: 2021/10/01 (金) ～ 2021/10/30 (木)
- ・ 出題範囲: 数学I / 数学A / 数学II (微分法・積分法を除く)

## 問題 1

実数  $x, y$  に関する以下の連立方程式の解  $(x, y)$  の個数を求めよ.

$$\begin{cases} x^3 + 2y = 3 \\ 2x + y^3 = 3 \end{cases}$$

## 問題 2

1000 以下の素数は 250 個以下であることを示せ.

## 問題 3

袋の中に 1 と書かれた球が 2 個, 2 と書かれた球が 3 個, 3 と書かれた球が 4 個入っている. これから, 以下の【試行】を 4 回行う.

【試行】袋の中から 1 つ球を取り出し, 書いてある数を記録して袋に戻す.

(1) 記録した数の合計が 6 である確率を求めよ.

(2) 以下の条件を満たす確率を求めよ.

**条件**  $n = 1, 2, 3, 4$  について, 1 回目から  $n$  回目までに記録した数の合計は  $n + 2$  以下である.

(3) 袋の中に, 4 と書かれた球を 1 個追加することを考える. 記録した数の合計が 8 である確率がより大きくなるのは, 球を追加するときと追加しないときのどちらか判定せよ.

## 問題 4

正 5 角形 ABCDE があり, 線分 BE と線分 AC の交点を F とする. また点 F を通る直線が辺 AB, CD とそれぞれ点 G, H で交わり,  $BG = 4$ ,  $CH = 5$  が成り立つ. さらに, GH と CE の交点を I とする. このとき線分 AG の長さを求めよ.

## 問題 5

以下の条件を満たす自然数の組  $(x, y, z, w)$  は存在するか.

$$x + xy + xyz + xyzw = 79, x < y < z < w$$

## 問題 6

$xy$  平面上の 2 点  $(-4, 0)$ ,  $(0, -4)$  を結ぶ線分(両端を含む)を  $L$  とする. また,  $a$  を実数の定数とする. 放物線  $C: y = x^2 - ax - 2a$  が  $L$  と共有点をもつように  $a$  を変化させるとき,  $C$  が通過しうる領域を  $xy$  平面上に図示せよ.