

עזריאלי

מכללה אקדמית להנדסה

ירושלים



מספר נבחן: 28
 מחברת מס': _____
 מתוך _____ מחברות

לפני תחילת הבחינה, נא מלא/י את כל הפרטים בכתב ברור וקרא/י בעיון את ההוראות:

הוראות לסטודנט/ית

1. נא להכין תעודה מזהה לביקורת.
2. יש להניח את כל החפצים בצד לרבות מכשירי טלפון סלולאריים, כשהם כבויים.
3. נא לא להשתמש בנוזל מחיקה (טיפקס).
4. אין לתלוש דפים ממחברת הבחינה.
5. עזיבת אולם הבחינה ללא מסירת מחברות הבחינה והשאלון דינה ציון "אפס".
6. לפני מסירת מחברת הבחינה יש לסמן את הטיוטה באופן ברור.
7. בתום הבחינה יחזיר הנבחן את מחברות הבחינה והשאלון למשגיח/ה.
8. יש להשמע להוראות המשגיח/ה.
9. אין לקום מהמקום ללא קבלת רשות מהמשגיח/ה.
10. הנוהג/ת בניגוד להוראות ולנוהל תקנון בחינות, צפוי/ה להעמדה לדין משמעת.

אין לכתוב מעבר לקו האדום משני צדי הדף.
 יש לכתוב את הבחינה בעט כחול/שחור בלבד!

**אנא שמור/שמרי
 על טוהר הבחינה!**

31639

למילוי ע"י הסטודנט/ית:

מס' זהות:

3	1	4	7	6	9	8	4	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---

שם הקורס: מכניקה

שם המרצה: ד"ר

חוג: הנדסת מכונות

תאריך הבחינה: 17/12/23

מועד: 11/11



ת.ד. 314769845

בחינה : 001010006910



(88)



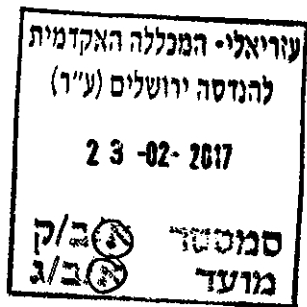
למילוי ע"י בודק/ת הבחינה:

ציון: 72

תאריך: 11/11/23

חתימה: [Signature]

שים לב! השוליים יחתכו לפני הסריקה. חל איסור מ



314769845

בס"ד

אוטומטים ושפות פורמליות - 10087 מבחן סופי - מועד א'

קראו היטב ומלאו אחר הנחיות הבחינה.

משך המבחן - 3 שעות.

המבחן ללא חומר עזר.

פתרו את המבחן בצורה מסודרת, ברורה ובהירה.

נמקו תשובותיכם בצורה קצרה ובהירה.

תורדנה נקודות גם בגין:

1. כתב לא קריא ולא חוסר סדר.

2. תשובות לא מנומקות ולא העדר נימוק הולם (היכן שנדרשתם לכך).

3. אריכות יתר ולא תוספות שאינן רלוונטיות לתשובה הנדרשת.

4. תשובות דו משמעיות.

במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה/סעיף - באפשרותכם לכתוב "לא יודעת" ולקבל 20% מהניקוד.

פתרון שאינו עונה במדויק על השאלה - איננו מזכה בניקוד חלקי.

יש להיצמד להנחיות הפתרון המבוקש - פתרון שלא בפורמט המתאים - איננו מזכה בניקוד חלקי.

אין לענות בגוף השאלון.

טיוטה יש למחוק לפני הגשת המבחן או לסמן בצורה ברורה.

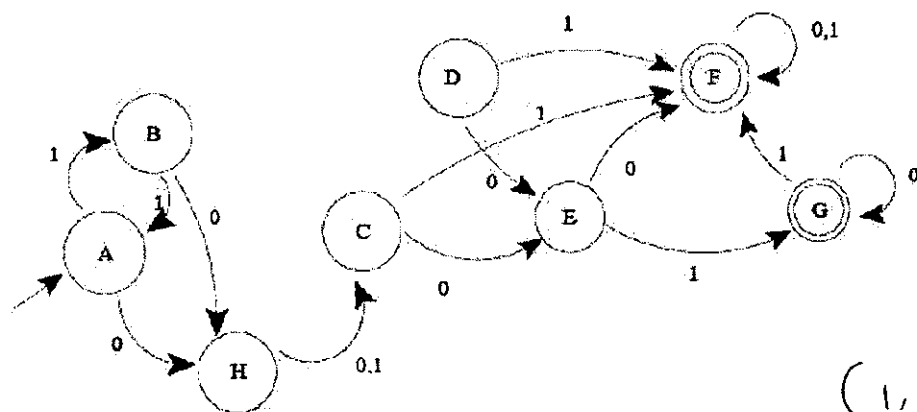
עליכם לענות על 4 מתוך 6 שאלות.

יש לציין על אילו שאלות בחרתם לענות, במידה ולא תציינו - השאלות תיבדקנה ע"פ סדר הפתרונות במחברת הבחינה.

בחרתי לענות על שאלות:

5	4	3	1
16	21	19	17

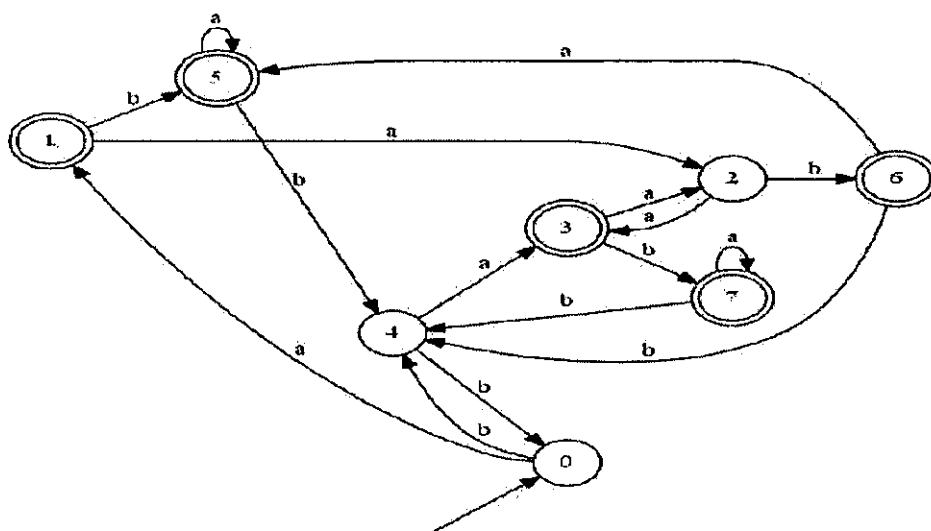
1. אוטומטים סופיים (FAs).
 א. צמצום אוטומטים (DFA).
 השתמשו באלגוריתם שלמדנו בכיתה וצמצמו את ה-DFA הבא. באוטומט החדש יש להשתמש במסכמות שלמדנו בכיתה (בנוגע לשמות המצבים באוטומט החדש). (11 נק')



(1, 5, 4, 3, 2, 6, 2, 0)

(3 נק')

ב. לפניכם אוטומט, שכמות שהוא נתון - ניתן לצמצום:



נניח וכל המצבים היו מקבילים, האם עדיין ניתן היה לצמצם את האוטומט? אם כן - כמה מצבים יהיו באוטומט החדש ומדוע? אם לא - הסבירו מדוע לא ניתן לצמצמו ואיזה שינוי יאפשר זאת.

- ג. בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את שפת כל המילים מעל א"ב $\Sigma = \{a, b, c\}$, המכילות לפחות שני רצפים של 'cc'. (6 נק')
- ד. בנו אוטומט סופי לא דטרמיניסטי (ללא מהלכי אפסילון) עבור השפה הנ"ל (מסעיף ג'). (5 נק')

דקדוקים חסרי הקשר (Context Free Grammars):

- א. בנו דקדוק חסר הקשר עבור השפה $L = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, \text{ and } i = j \text{ or } i = k \}$ (נק' 12)
- ב. נתון דקדוק רב משמעי (ambiguous), G , אשר חוקי הגזירה שלו הם:

$$S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \epsilon.$$

1. מאיזה סוג (type) בהיררכיית הדקדוקים של צ'ומסקי הדקדוק G ? (2 נק')
 2. האם הדקדוק הוא RL/LLG או לא אחד מהנ"ל? (2 נק')
 3. מצאו מילה בת 4 אותיות שמראה שהדקדוק אכן רב משמעי (ambiguous). (4 נק')
 - הראו 2 גזירות ימניות עבורה. (4 נק')
- ג. כתבו האם הטענה הבאה נכונה או לא, אם כן - הסבירו בקצרה תשובתכם. (5 נק')
- "עבור כל שפה רגולרית ניתן להציג דקדוק חסר הקשר (CFG) מתאים ולבנות עבורה אוטומט מחסנית דטרמיניסטי. מאידך - לא לכל שפה חסרת הקשר ניתן לבנות אוטומט מחסנית דטרמיניסטי, אך ישנן שפות חסרות הקשר שניתן לבנות עבורן אוטומט סופי (= לא מחסנית)".

3. אוטומט מחסנית (PDA):

בשאלה זו יש להשתמש באנוטציות שראינו בכיתה:

1. $Z = Z_0$
2. Z_0 נמצא בתחתית המחסנית כבר בתחילת ריצת האוטומט.
3. בגמר ריצת האוטומט יש להחזיר את Z_0 למחסנית.

מ"ב י"א

- א. בנו אוטומט מחסנית עבור השפה $L_1 = \{ a^n b^n \mid n \geq 1 \}$ (ראינו בכיתה). (5 נק')
- ב. בנו אוטומט מחסנית עבור השפה $L_2 = \{ a^n b^{2n} \mid n \geq 1 \}$ (ראינו בכיתה). (5 נק')
- ג. בנו אוטומט מחסנית עבור השפה $L = L_1 \cup L_2$ (8 נק')
- ד. הראו ריצה (בעזרת "קונפיגורציות") של המילה 'aabb' באוטומט מחסנית שמייצג את L מסעיף ג'. (7 נק')

a . b b b b

9 9 9 9

$\gamma \rightarrow \epsilon$

$S \rightarrow xy | y$

$X \rightarrow abb | axb | \epsilon$
 $Y \rightarrow c | cY$

$$G = (V, \Sigma, R, S)$$

$$V = \{S, X, Y\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

4. CNF and CYK Algorithm

א. נתון דקדוק G הבא:

ו-0 סט החוקים R, הינו:

$$S \rightarrow XY$$

$$X \rightarrow abb | aXb | \epsilon$$

$$Y \rightarrow c | cY$$

הפכו את הדקדוק לצורה המנורמלת של צ'ומסקי, לפי האלגוריתם שראינו בכיתה, מבלי לשנות את השפה כמובן. (15 נק')

ב. נתון G, דקדוק חסר הקשר (CFG) הבא:

$$S \rightarrow \epsilon | AB | XB$$

$$T \rightarrow AB | XB$$

$$X \rightarrow AT$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

(3 נק')

נרצה להריץ עליו את אלגוריתם CYK.

האם יש צורך לבצע שינויים בדקדוק לפני שנוכל להריץ את אלגוריתם CYK?
 אם כן - בצעו אותם כהכנה לסעיף הבא, במידה ואין צורך לבצע שום שינוי - הסבירו מדוע.

(7 נק')

ג. האם המילה $w = 'aaabbbb'$ שייכת לשפה שהדקדוק מייצג?
 הריצו את אלגוריתם CYK כפי שראינו בכיתה, הראו את הטבלה המלאה ולבסוף הסבירו מדוע המילה בשפה או לא.

$L = \{b^n a^n \mid n \geq 1\}$

5. שפות וביטויים רגולריים:

תהי L , שפת כל המילים מעל $\Sigma = \{0, 1\}$, שבהן מספר המופעים של התו '1' קטן ממספר המופעים של התו '0'.

א. האם L רגולרית? נמק תשובתך.

ב. נתונות שתי שפות: R - שפה רגולרית, L - שפה לא רגולרית. נגדיר שפה חדשה: $L_1 = L - R$.

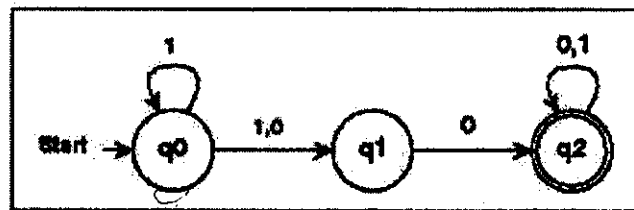
האם L_1 - תמיד רגולרית? אם כן הסבר מדוע.

תמיד לא רגולרית? אם כן הסבר מדוע.

פעמים רגולרית ופעמים לא רגולרית? תן דוגמה לכל כיוון.

(5 נק')

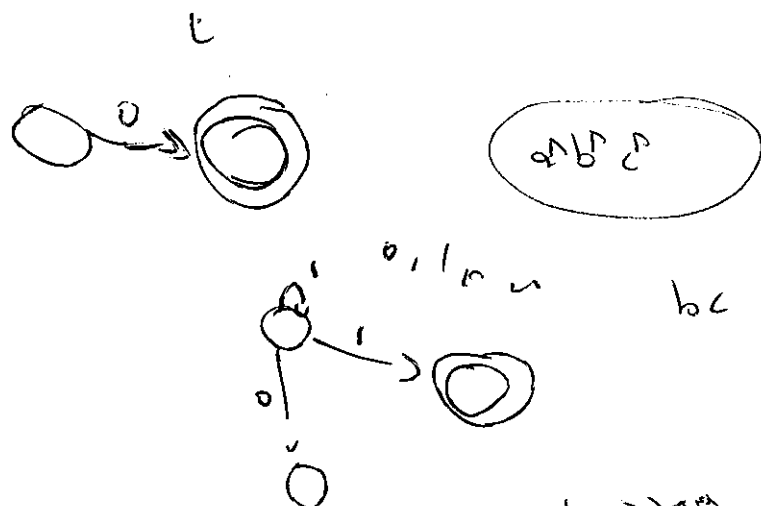
ד. לפניכם אוטומט:



כתבו ביטוי רגולרי קצר ככל האפשר עבור השפה שהאוטומט מייצג.

$L = a^n b^n$

$R =$ ~~_____~~



$50 \leq$
 ABA
 00
 $67 \leq$
 $6 \leq$
 $11 \leq$

$6 \leq 11 = 17$

$a^n b^n$

8. אוטומטי מחסנית (PDA):

א. בנו אוטומט מחסנית לא דטרמיניסטי, עם מעברי אפסילון (NPDA) עבור השפה: (16 נק')

$$L = \{a^*wc^k \mid w \in \{a,b\}^* \text{ and } k = |w|_a \text{ (} k = \text{the number of } a\text{s in } w)\}$$

דרישות האוטומט:

1. משתנה תחתית המחסנית Z - ייוצג ע"י הסימן '\$'.
2. משתנה תחתית המחסנית Z - לא נמצא במחסנית בתחילת הריצה - עליכם להכניס אותו.
3. בגמר ריצת האוטומט יש להוציא את משתנה תחתית המחסנית Z ולסיים את הריצה עם מחסנית ריקה.

ב. אוטומטי מחסנית - PDAs.

לפניכם PDA 'P'. כתבו האם הוא דטרמיניסטי (DPDA) או לא (NPDA). (3 נק')
הסבירו תשובתכם:

$$PDA P = \{\{p, q\}, \{0,1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0\}$$

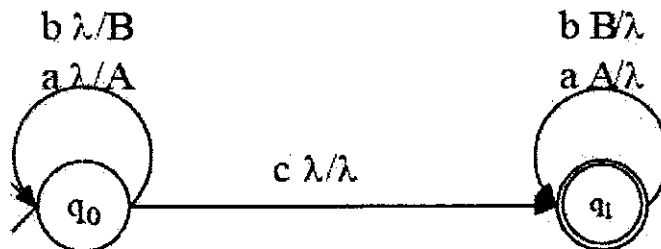
ופונקציית המעברים שלו:

1. $\delta(q, 1, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}$
2. $\delta(q, 1, X) = \{(q, XX)\}$
3. $\delta(q, 0, X) = \{(p, X)\}$
4. $\delta(q, \epsilon, X) = \{(p, \epsilon)\}$
5. $\delta(p, 1, X) = \{(p, \epsilon)\}$
6. $\delta(p, 0, Z_0) = \{(q, Z_0)\}$

(6 נק')

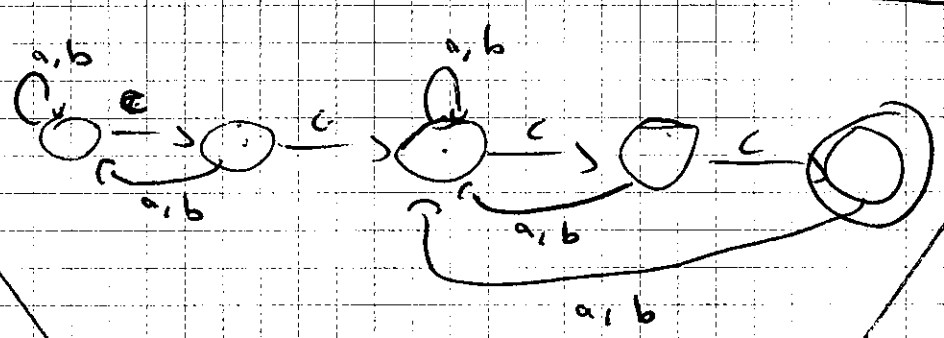
ג. לפניכם אוטומט מחסנית (לא דטרמיניסטי).

הא"ב של השפה הינו $\Sigma = \{a, b\}$, ומשתני המחסנית הינם A ו-B. מהי השפה שהאוטומט מקבל?



בהצלחה!

$$R(i, j, u) = R(i, j, u) \cup R(i, u+1, u) \cup R(u+1, u+1, u) \cup R(u+1, j, u)$$



שים לב! השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט לכתוב כאן.

	0	1
A	H	B
B	H	A
C	E	F*
D	E	F*
E	F*	G*
F	F*	F*
G	G*	F*
H	C	C

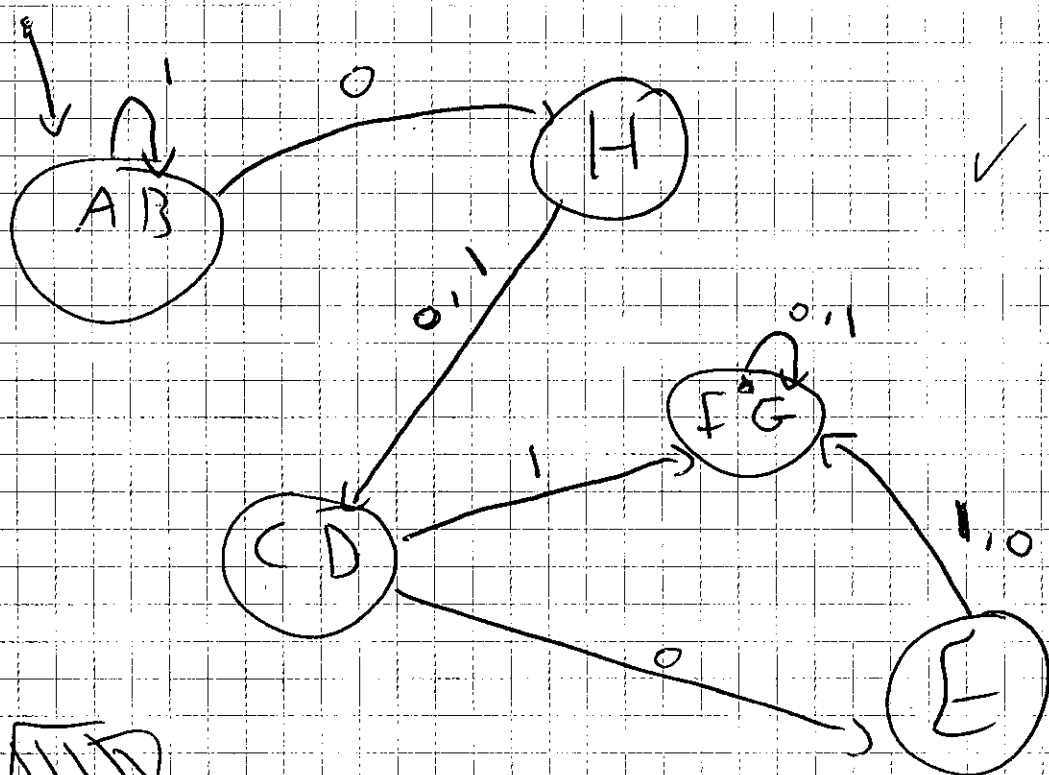
Size $(A, B, H), (C, D), (E), (F, G)$

$$= (A, B), H, (C, D), (E), (F, G)$$

3. Since $(A, B), H, (C, D), E, (F^*, G^*)$

שים לב! השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט לכתוב כאן.

	0	1
$\{AB\}$	$\{H\}$	$\{AB\}$
$\{CD\}$	$\{E\}$	$\{FG\}$
$\{E\}$	$\{FG\}$	$\{FG\}$
$\{FG\}$	$\{FG\}$	$\{FG\}$
$\{H\}$	$\{CD\}$	$\{CD\}$



$\{AB\} \sim \delta$ $\{H\} \sim \delta$ $\{CD\} \sim \delta$ $\{FG\} \sim \delta$ $\{E\} \sim \delta$

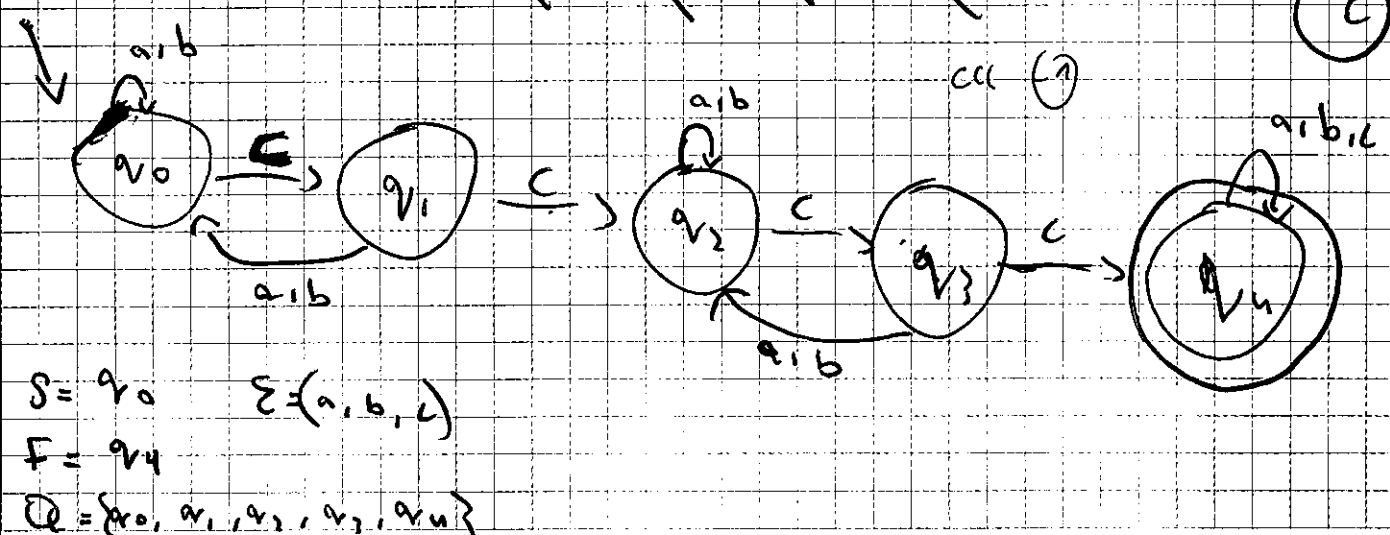
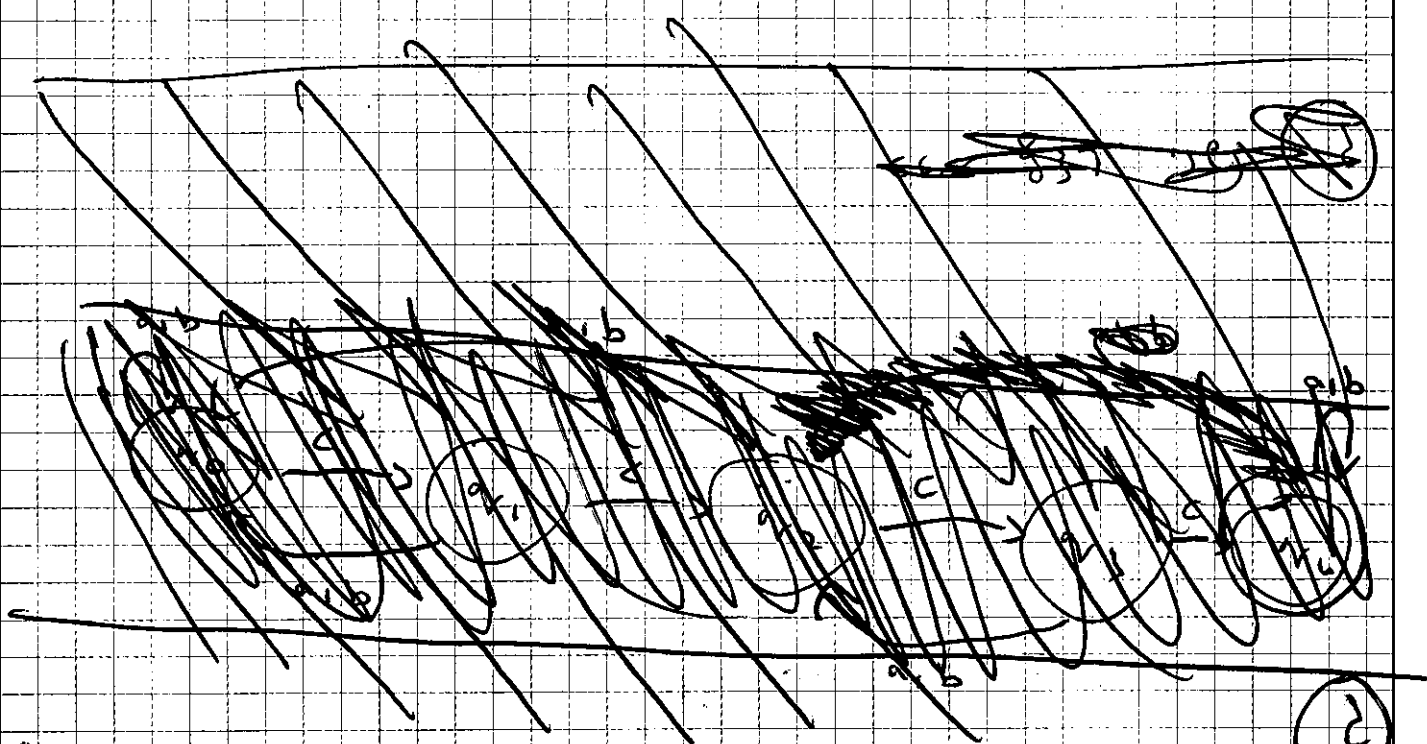
[illegible]

$\frac{108}{\underline{\quad}} = 717$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{14}, \alpha_{15}, \alpha_{16}, \alpha_{17}, \alpha_{18}, \alpha_{19}, \alpha_{20}, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \alpha_{24}, \alpha_{25}, \alpha_{26}, \alpha_{27}, \alpha_{28}, \alpha_{29}, \alpha_{30}, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}, \alpha_{34}, \alpha_{35}, \alpha_{36}, \alpha_{37}, \alpha_{38}, \alpha_{39}, \alpha_{40}, \alpha_{41}, \alpha_{42}, \alpha_{43}, \alpha_{44}, \alpha_{45}, \alpha_{46}, \alpha_{47}, \alpha_{48}, \alpha_{49}, \alpha_{50}, \alpha_{51}, \alpha_{52}, \alpha_{53}, \alpha_{54}, \alpha_{55}, \alpha_{56}, \alpha_{57}, \alpha_{58}, \alpha_{59}, \alpha_{60}, \alpha_{61}, \alpha_{62}, \alpha_{63}, \alpha_{64}, \alpha_{65}, \alpha_{66}, \alpha_{67}, \alpha_{68}, \alpha_{69}, \alpha_{70}, \alpha_{71}, \alpha_{72}, \alpha_{73}, \alpha_{74}, \alpha_{75}, \alpha_{76}, \alpha_{77}, \alpha_{78}, \alpha_{79}, \alpha_{80}, \alpha_{81}, \alpha_{82}, \alpha_{83}, \alpha_{84}, \alpha_{85}, \alpha_{86}, \alpha_{87}, \alpha_{88}, \alpha_{89}, \alpha_{90}, \alpha_{91}, \alpha_{92}, \alpha_{93}, \alpha_{94}, \alpha_{95}, \alpha_{96}, \alpha_{97}, \alpha_{98}, \alpha_{99}, \alpha_{100}$

[illegible]
$$1. f|_D = 0 \quad \text{if } D \cap \{x \mid f(x) = 0\} \neq \emptyset$$

0.228 11.11 1081



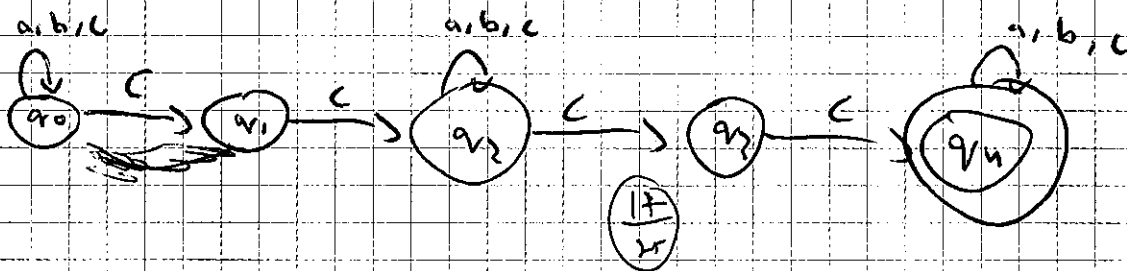
שים לב: השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט לכתוב כאן.

(-1) ccc

? cacc cc
? ccc bcc

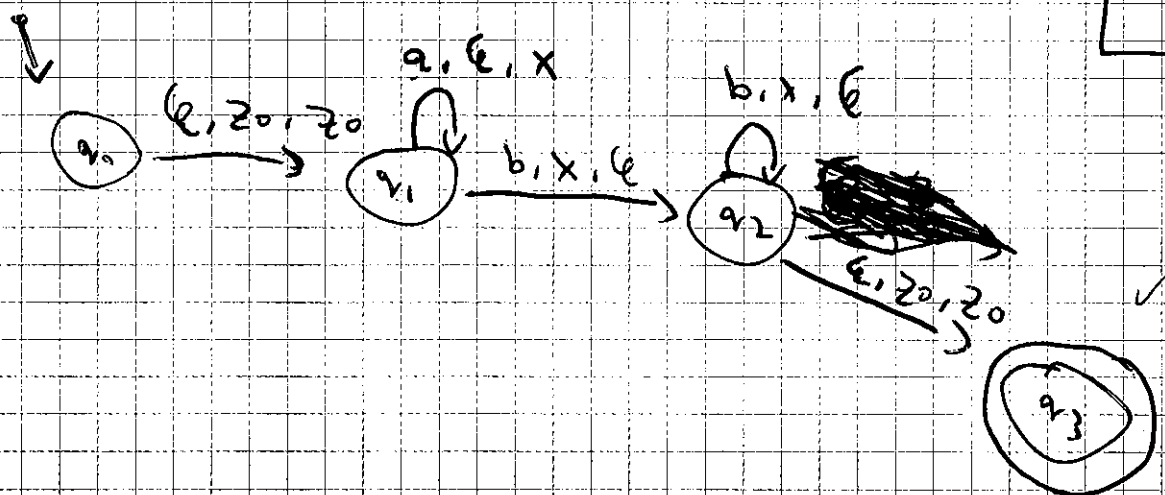
(-3)

(2)

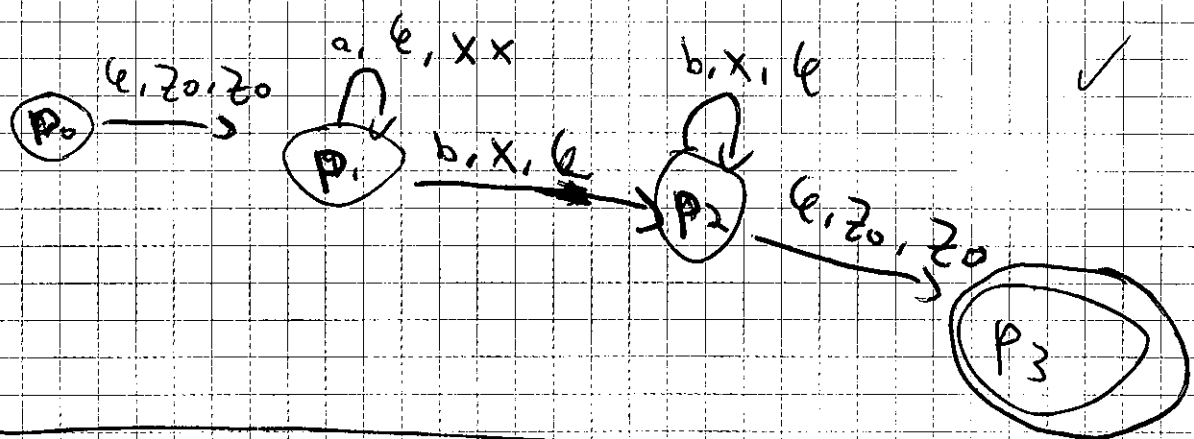


$$L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$$

1181cc
(2)



(1c)



(2)

Size 4

$$S \rightarrow XY$$

$$X \rightarrow abb \mid aXb \mid \cancel{\epsilon}$$

$$Y \rightarrow c \mid cY$$

1. ϵ is not allowed

$$S \rightarrow XY \mid Y$$

$$X \rightarrow abb \mid aXb$$

$$Y \rightarrow c \mid cY$$

$$S \rightarrow XY \mid \epsilon \mid cY$$

$$X \rightarrow abb \mid aXb$$

2. ϵ is not allowed

שים לב: השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט לכתוב כאן.

הקדמה
 סעיף 1

$$S \rightarrow xy$$

$$S \rightarrow c$$

$$S \rightarrow cy$$

$$x \rightarrow zb \mid Hb$$

$$z \rightarrow aa$$

$$H \rightarrow ax$$

$$z \rightarrow aa$$

$$H \rightarrow ax$$

הקדמה
 סעיף 1

הקדמה
 סעיף 1

$$S \rightarrow xy$$

$$S \rightarrow c$$

$$S \rightarrow My$$

$$M \rightarrow c$$

$$x \rightarrow zL \mid HL$$

$$L \rightarrow b$$

$$z \rightarrow RR$$

$$R \rightarrow a$$

$$H \rightarrow Rx$$

$$S \rightarrow xy$$

$$S \rightarrow c$$

$$S \rightarrow My$$

$$M \rightarrow c$$

$$x \rightarrow zL$$

$$x \rightarrow HL$$

$$L \rightarrow b$$

$$z \rightarrow RR$$

$$R \rightarrow a$$

$$H \rightarrow Rx$$

$$S \rightarrow xy \mid my \mid c$$

$$M \rightarrow c$$

$$x \rightarrow zL \mid HL$$

$$L \rightarrow b$$

$$z \rightarrow RR$$

$$R \rightarrow a$$

$$H \rightarrow Rx$$

ראו דוגמה נוספת של פירוק של מילה. הפירוק של מילה הוא הפירוק של המילה למילים הבסיסיות.

① אין צורך שגורם ~~ל~~ ציון בהצדקה ≤ 5

כי אין שני מצבים ϕ , ~~S~~ אין שני $S \rightarrow S$

אין שני מקרים אחרים. אין שני מקרים יחידים

אולי שני אופציות CYH והציון איננו שייך

② ש בקצוק כי

$(1,6)$ שמוציא S

6	ϕ					
5	ϕ	ϕ				
4	ϕ	T, S	ϕ			
3	ϕ	X	ϕ	ϕ		
2	ϕ	ϕ	S, T	ϕ	ϕ	
1	A	A	A	B	B	B
	2	2	2	6	6	6

④

קטנה

קטנה

קטנה

קטנה

קטנה

קטנה

1,3 x
2,2
3,1

~~ϕ~~
 ~~ϕ~~
 ~~ϕ~~
 ~~ϕ~~

~~ϕ~~
 ~~ϕ~~
 ~~ϕ~~
 ~~ϕ~~
 ~~ϕ~~

~~ϕ~~

$\frac{H}{4}$

שים לב: השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, חל איסור מוחלט לכתוב כאן.

עמוד 5

$$L = \left\{ \begin{array}{l} \text{שם לא מוכר} \\ |a| < |b| \end{array} \right\} \quad (10)$$

נניח שהשפה L רגילה אז קיימת

מחר נניסו n כך $\epsilon < n$ אם נבחר

$$n \in \mathbb{N} \quad |s| < n \quad w = xyz$$

אז אם n ניהל מילה שיהיה δ ~~ל~~

~~שם לא מוכר~~

אם $w \in L$ $w = a^n b^n a^n$

קצר מדי
אז
למה
(3)

$$w = a^n b^n a^n$$

אם n קטן אז $|a| < |b|$ אז $w \notin L$

אלו קיימים סגורים

אלו הם שפה סגורה

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$L = \{a^n b^m, n \geq 0\} \quad R = \{a\} \quad (2)$$

$$L_1 = L - R = \{a^n b^m, n \geq 1\}$$

$$L_1 = \{a^n b^m, n \geq 1\}$$

$$L = \{a^n b^m, n \geq 0\}$$

$$R = \{a^n, n \geq 0\} \quad (4)$$

$$L_1 = L - R = \{a^n b^m, n \geq 1\}$$

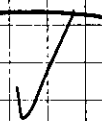
השפה
 $L - R$
היא

השפה L_1 היא

אלו הם שפה סגורה

סגורה

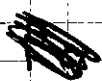
(2) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



(2)

(2)

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



$L = \left\{ \begin{array}{l} \text{שני כדורים שונים} \\ \text{שני כדורים זהים} \end{array} \right\}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{16}{24}$

שים לב: השוליים יחתכו יחד עם איסור מוחלט לכתוב כאן.

שים לב! השוליים יחתכו לפני הסריקה. לכן, תל איסור מוחלט לכתוב כאן.

