Модель гармонических колебаний

Ярметов Кямран Расул оглы НФИбд-02-18[1]

МатМод–2021, 1 марта, 2021, Москва, Россия

[1]Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Изучить уравнение гармонического осцилятора

Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

Процесс выполнения лабораторной работы

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

Теоретический материал

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x(t_0)} = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x = y \\ y = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Условие задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin 2t$

На итнтервале $t \in [0; 40]$, шаг 0.05, $x_0 = 1, y_0 = 1$

Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3x = 0$$

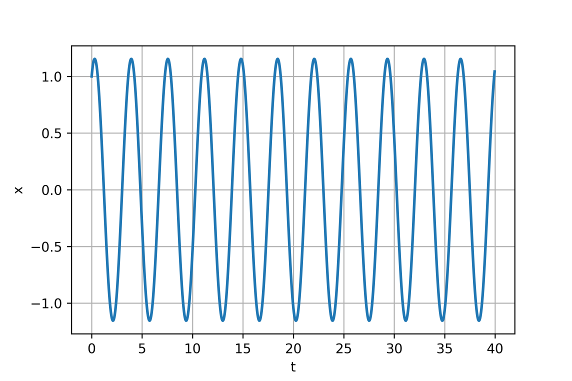

Figure 1: График решения для случая 1

Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3x = 0$$

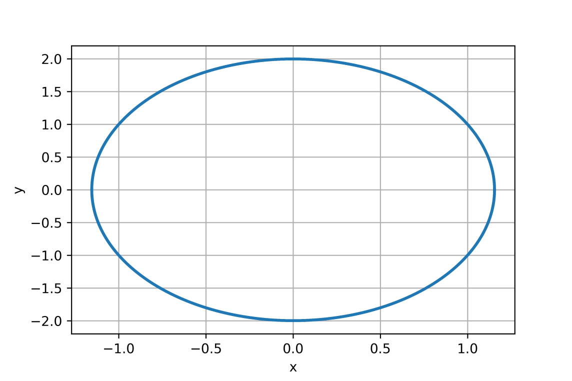

Figure 2: Фазовый портрет для случая 1

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 0$$

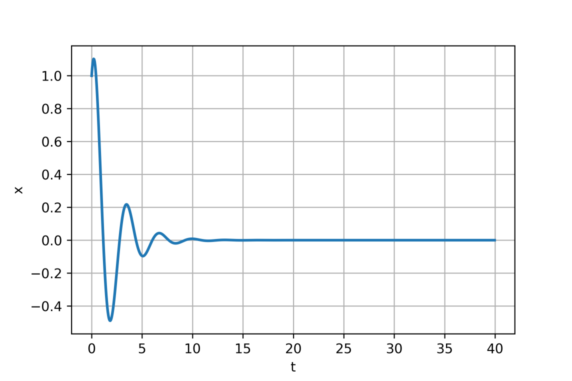

Figure 3: График решения для случая 2

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 0$$

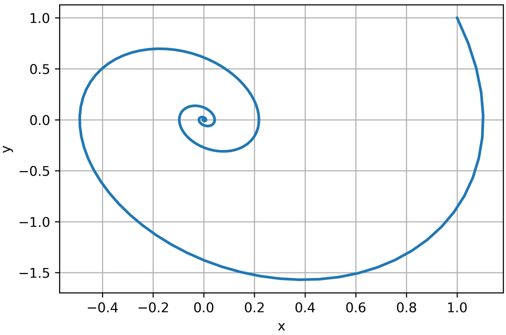

Figure 4: Фазовый портрет для случая 2

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin 2t$$

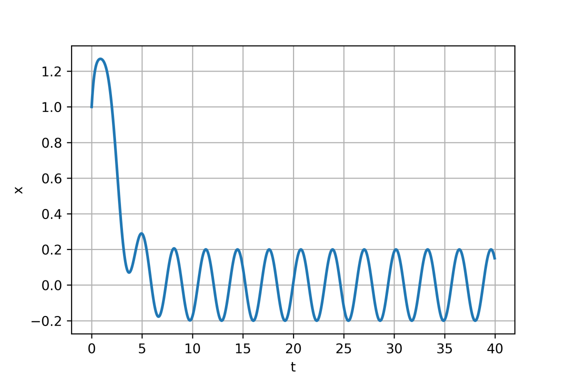

Figure 5: График решения для случая 3

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + x = \sin 2t$$

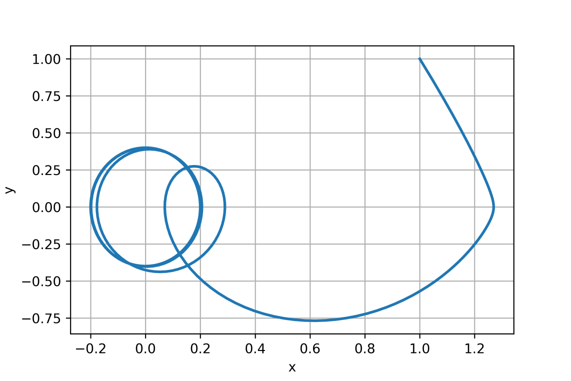

Figure 6: Фазовый портрет для случая 3

Выводы по проделанной работе

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы.