

# **Отчет по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва - вариант 2**

Ярметов Кямран Расул оглы НФИбд-02-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Задача . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>11</b>

# List of Figures

3.1	График численности хищников от времени . . . . .	9
3.2	График численности жертв от времени . . . . .	10
3.3	График численности хищников от численности жертв . . . . .	10

# 1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

## 2 Задание

1. Построить график зависимости  $x$  от  $y$  и графики функций  $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет  $X$  хищников и  $Y$  жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр  $a$  определяет коэффициент смертности хищников,  $b$  – коэффициент естественного прироста хищников,  $c$  – коэффициент прироста жертв и  $d$  – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит

никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва:  $x > 0, y > 0$  Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

## 3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-0.13x(t) + 0.042y(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (0.33y(t) - 0.03y(t)x(t)) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 12, y_0 = 7$  Найдите стационарное состояние системы

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math
```

```
a = 0.13
b = 0.042
c = 0.33
d = 0.03
```

```

y0 = [7, 12]

def syst2(y, t):
    y1, y2 = y
    return [-a*y1 + b*y1*y2, c*y2 - d*y1*y2 ]

t = np.arange( 0, 200, 0.1)
y = odeint(syst2, y0, t)
y11 = y[:,0]
y21 = y[:,1]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)

fig3 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)

```



```
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig3.savefig('03.png', dpi = 600)
```

```
print("Xcr = ", a/b)
print("Ycr = ", c/d)
```

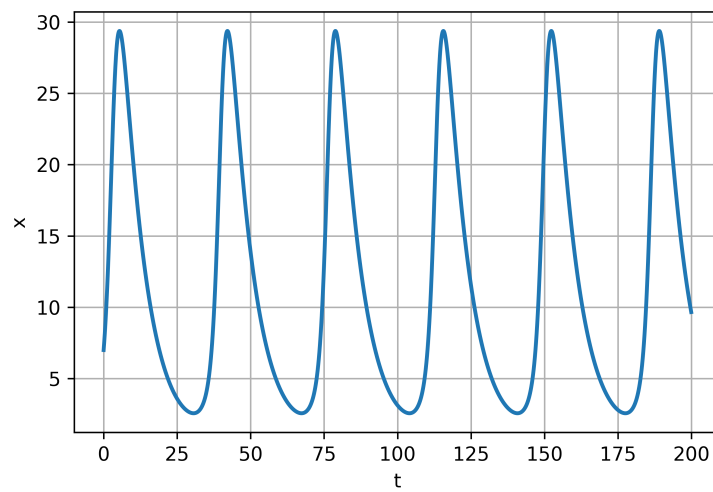


Figure 3.1: График численности хищников от времени

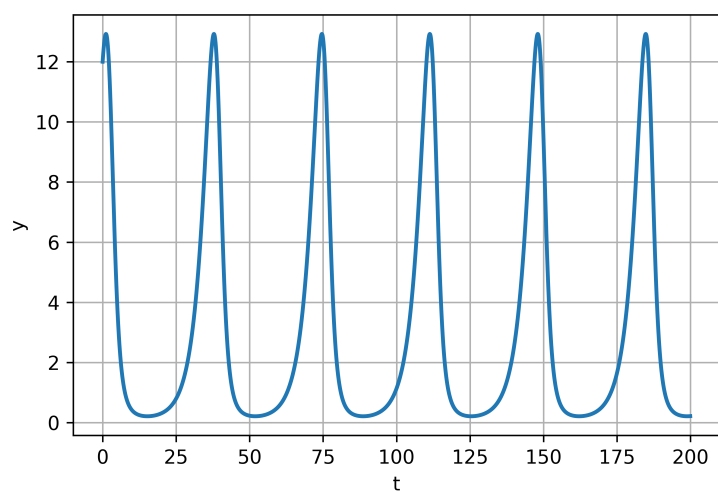


Figure 3.2: График численности жертв от времени

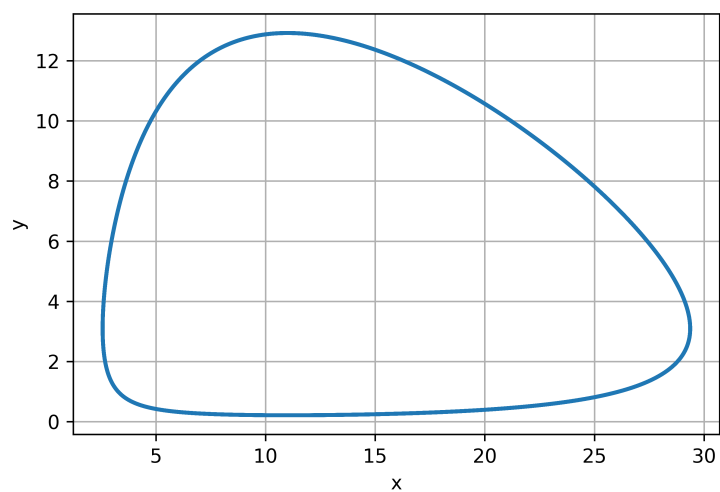


Figure 3.3: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние  $x_0 = 3.095$ ,  $y_0 = 11$

## **4 Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.