

Academia Clínica do saber
Pedro Rafael Afonso
Sebenta de Física
Exames de Acesso 2005-2020
Universidade Agostínho Neto
Faculdade de ciêcias e Engenharia

 $W = \Delta E_c$ Teorema das forças vívas

144 EXAMES SOLUCIONADOS

2º<mark>Edição</mark> Editorial Clínica Saber

# **PREFÁCIO**

#### PARA O ESTUDANTE,

O propósito deste manual é de ajudar os estudantes na resolução dos exercícios dos testes de física na área de engenharias e ciências. Portanto, recomendamos a utilizar o seu maior tempo em resolver os exercícios.

Quando se resolve um exercício, se aprende muito mais do que só se lê a resolução. É bem sabido que, a prática leva a perfeição. Onde verdadeira aprendizagem requer uma participação activa de sua parte.

Utilize este manual como incentivo para resolver problemas, não como uma forma de evitar a sua resolução.

As suas críticas, sugestão ou dificuldades que tenha encontrado na hora da resolução, pedimos que entre em contacto connosco urgentemente, afim de aperfeiçoamento do manual e suas ideias são fundamentais para o nosso trabalho.

Contactos: 938-979-070 / 924-572-370 E-mail:delarafapedror@gmail.com

Obs: A venda do presente material sem autorização do autor é punível pela Lei nº 4/19, de março, lei dos direitos do autor, que regula a protecção de Autor e conexos nas áreas das artes, literatura, ciência ou outra forma de reconhecimento. Respeite a lei.

# Índice

SUMÁRIO	
PREFÁCIO	2
I-Exames de Acesso 2020	23
II-Exames 2019	32
III-Exames de Acesso 2018	41
IV-Exames de Acesso 2017	52
V-Exames de Acesso 2016	60
VI-Exame de Acesso 2015	64
VII-Exames de Acesso 2014	74
VIII-Exames de Acesso 2013	79
IX-Exame de Acesso 2012	83
X-Exames de Acesso 2011	87
XI-Exames de Acesso 2010	96
XII-Exames de Acesso 2009	99
XIII-Exames de Acesso 2008	108
XIV-Exames de Acesso 2007	111
XV-Exames de Acesso 2006	115
XVI-Exames de Acesso 2005	119

## **CAP.I-** Mecânica

A mecânica divide-se em cinemática e dinâmica.

#### 1.Cinemática

# 1.1. Movimento retilíneo uniforme (MRU)

Equação horária do movimento  $x=x_o\pm vt$  ,  $\begin{cases} v>0 \text{ ; } movimento \ progressivo } \\ v<0 \text{; } movimento \ retr\'ogrado \end{cases}$ 

Velocidade média do movimento:  $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 

# 1.2. Movimento rectilineo uniformemente variado (MRUV)

Equação horária do movimento:  $s=s_o+v_ot\pm\frac{1}{2}at^2$ ;  $\begin{cases} a>0; M. acelerado \\ a<0; M. retardado \end{cases}$ 

Equação das velocidade:  $v = v_o + at$ 

Equação de torricel:  $v^2 = v_0^2 + 2a \Delta s$ 

Velocidade média do movimento:  $v_m = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$ 

 $\begin{cases} se\ v>0\ e\ a>0, o\ movimento\ \'e\ acelerado\\ se\ v<0\ e\ a>0\ ,o\ movimento\ \'e\ retardado\\ se\ v>0\ e\ a<0, o\ movimento\ \'e\ acelerado\\ se\ v<0\ e\ a<0, o\ movimento\ \'e\ acelerado\\ \end{cases}$ 

#### 1.3- Movimento curvilíneo

#### 1.3.1. Movimento circular uniforme (MCU)

Equação horária do movimento:  $\theta = \theta_o + \omega t$ ;  $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ 

Período e frequência:  $T=\frac{1}{f}$  ;  $f=\frac{1}{T}$  ou  $f=\frac{n}{t}$  ,  $\omega=2\pi f$  ;  $v=\frac{l}{t}$ 

 $n - n^{\circ}$  de oscilações, *l*-comprimento

Aceleração tangencial ( $a_t=0$ ) ; aceleração centrípeta ou normal:  $a_n=\frac{v^2}{R}$ 

Nota: No MCU, aceleração resultante é a centrípeta

#### 1.3.2- Movimento circular variado (MCV)

Equação horária do movimento:  $\theta = \theta_o + \omega_o t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$ 

Equação das velocidades:  $\omega = \omega_o + \alpha t$ ;  $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Lambda t}$ 

Equação de torricel:  $\omega^2 = \omega^2 + 2\alpha \Delta\theta$ 

Aceleração total do movimento:  $a = \sqrt{{a_n}^2 + {a_t}^2}$ ;  $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 

Relação entre as grandezas lineares e as grandezas angulares:

$$s = \theta R$$
;  $v = \omega R$ ;  $a_t = \alpha R$ ;  $\theta = 2\pi N$ 

#### 1.4. Cinemática vectorial

Equação cartesiana ou vectorial da posição:  $\vec{r} = r_{\chi_{\overrightarrow{e\chi}}} + r_{y_{\overrightarrow{e\chi}}}$ 

Módulo vector posição: 
$$|\vec{r}| = \sqrt{{r_x}^2 + {r_y}^2}$$
; onde  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ 

Equação cartesiana ou vectorial da velocidade:  $\vec{v} = v_{x_{\overrightarrow{ex}}} + v_{y_{\overrightarrow{ey}}}$ 

Módulo vector velocidade: 
$$|\vec{v}| = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$
 ; onde  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ 

Equação cartesiana da aceleração:  $\vec{a} = a_{x_{\overrightarrow{ex}}} + a_{y_{\overrightarrow{ex}}}$ 

Módulo vector aceleração: 
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

## Movimento curvilíneo

Equação cartesiana ou vectorial da aceleração total:  $\vec{a} = a_{t\vec{y}t} + a_{n\vec{y}n}$ 

Módulo da aceleração total: 
$$|\vec{a}| = \sqrt{{a_t}^2 + {a_n}^2}$$
, onde  $a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$ 

# 1.5. Lançamento de projetis.

# 1.5.1- caso Particular: Queda livre dos corpos

Equação do movimento 
$$(v_0=0)$$
:  $h=\frac{1}{2}gt^2$  / Tempo de queda:  $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 

Velocidade de queda: v = g t ou  $v^2 = 2 g h$ 

## 1.5.2- Lançamento vertical para cima: -g

Equação do movimento: 
$$h=h_o+v_ot-\frac{1}{2}gt^2$$
 /  $v_y=\frac{dh}{dt} \rightarrow v_y=v_o-gt$ 

Tempo de subida 
$$(v_y = 0) : t_s = t_d = \frac{v_o}{g}$$

Tempo de voo: 
$$t_v = 2 t_s \rightarrow t_v = \frac{2v_o}{g}$$
 / Altura máxima:  $h_{m\acute{a}x} = h_o + \frac{{v_o}^2}{2g}$ 

#### 1.5.3- Lançamento horizontal:

Equações do movimento: 
$$\begin{cases} oy: h = h_o - \frac{1}{2} \ g \ t^2 \rightarrow \ v_y = \frac{dh}{dt} \rightarrow v_y = -gt \\ ox: x = \ v_o \ t \rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \rightarrow v_x = v_o \end{cases}$$

Tempo de queda: 
$$t = \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$$
 , Alcance:  $x = v_o \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$ 

Velocidade de queda (resultante): 
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Ângulo de impacto com o solo: 
$$\alpha = arctg\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

Percurso passado pelo corpo: 
$$s = \sqrt{x^2 + h_o^2}$$

## 1.5.4- Lançamento oblíquo:

Equações do movimento:

$$\begin{cases} oy: h = h_o + v_o sen\alpha \ t - \frac{1}{2}gt^2 \\ ox: x = v_o cos\alpha \ t \rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \rightarrow v_x = v_o cos\alpha \end{cases} \rightarrow v_y = \frac{dh}{dt} \rightarrow v_y = v_o sen\alpha - gt$$

Tempo de subida ou tempo de altura máxima $(v_y = 0)$ :  $t_s = \frac{v_o sen \alpha}{a}$ 

Tempo de voo:  $t_v = 2 t_s \rightarrow t_v = \frac{2 v_o sen \alpha}{a}$ 

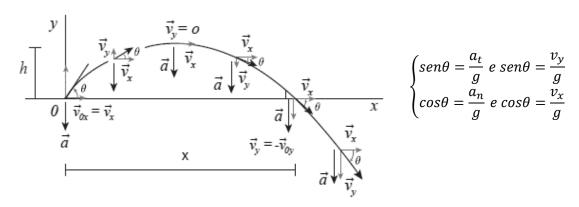
Altura máxima:  $h_{m\acute{a}x}=h_o+\frac{{v_o}^2sen^2\alpha}{2g}$ , Alcance:  $x=\frac{{v_o}^2sen2\alpha}{g}$ , alcance máximo:  $\alpha=45^\circ$ .

Velocidade de impacto como o solo:  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ 

Ângulo de impacto com o solo:  $\alpha = arctg\left(\frac{v_y}{v_z}\right)$ 

Equação geral do movimento:  $h = h_o + x tg\alpha - \frac{gx^2}{2(v_o cos\alpha)^2}$ 

#### Relações Fundamentais

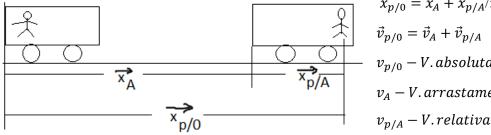


#### 1.6- Relatividade

#### 1.6.1- Movimentos relativos.

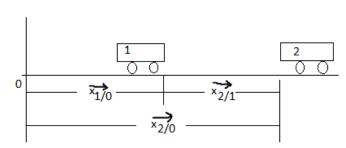
- Velocidade relativa
- Velocidade de arrastamento
- Velocidade absoluta

1º caso



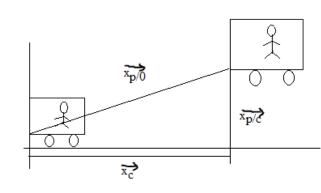
$$ec{x}_{p/0} = ec{x}_A + ec{x}_{p/A}/:t$$
 $ec{v}_{p/0} = ec{v}_A + ec{v}_{p/A}$ 
 $v_{p/0} - V.$  absoluta
 $v_A - V.$  arrastamento

2° caso:  $v_2 > v_1$ 



$$ec{x}_{2/0} = ec{x}_{2/1} + ec{x}_{1/0}$$
 /:  $t$ 
 $ec{v}_{2/0} = ec{v}_{2/1} + ec{v}_{1/0}$ 
 $v_{1/0} - V$ .  $arrastamento$ 
 $v_{1/0} - V$ .  $arrastamento$ 
 $v_{2/1} - V$ .  $relativa$ 

3°caso:



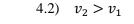
$$ec{x}_{p/0} = ec{x}_c + ec{x}_{p/c}$$
 /:t
 $ec{v}_{p/0} = ec{v}_c + ec{v}_{p/c}$ 
 $v_{p/0} - V.$  absoluta
 $v_c - V.$  arrastamento
 $v_{p/c} - V.$  relativa

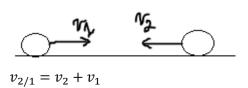
Em módulo aplica-se o teorema de Pitágoras: $\left|\vec{v}_{p/0}\right|^2 = |v_c|^2 + \left|v_{p/c}\right|^2$ 

Obs: em relatividade considera-se sempre que o movimento é uniforme (MRU).

4ºcaso: velocidade relativa de aproximação e de afastamento

4.1)







4.3) 
$$v_1 > v_2$$

 $v_{2/1} = v_2 - v_1$ 

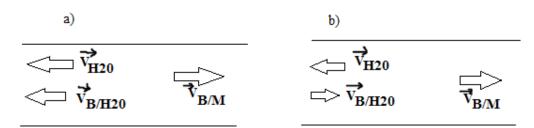


$$v_{1/2} = v_1 - v_2$$

$$v_{1/2} = v_1 + v_2$$

5º caso: Movimento do barco na água

## 5.1- Movimento paralelamente as margens



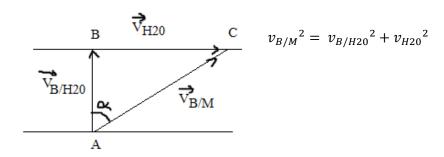
a) 
$$v_{B/M} = v_{B/H20} + v_{H20}$$
 b)  $v_{B/M} = v_{B/H20} - v_{H20}$ 

 $v_{H20}$ - Velocidade da água (velocidade de arrastamento)

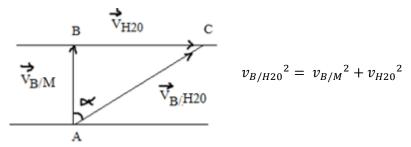
 $v_{B/H20}$ -Velocidade do barco em relação a água (velocidade relativa)

 $v_{B/M}$ - Velocidade do barco em relação as margens (velocidade resultante)

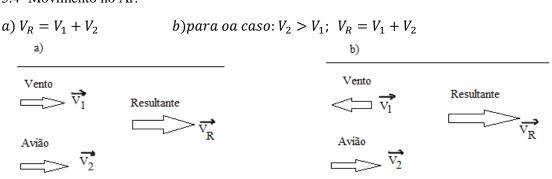
## 5.2- Movimento perpendicular as margens



## 5.3- Movimento Perpendicular à corrente



## 5.4- Movimento no Ar:



 $V_1$ - velocidade do avião,  $V_2$ - velocidade do vento,  $V_R$ - velocidade resultante.

 $\alpha$ -ângulo que a velocidade relativa faz com a velocidade resultante.

#### 2- Dinâmica

#### 2.1- As leis de Newton

1°) lei de Newton (lei da inércia) :Todo o corpo permanece em repouso ou em movimento rectilineo uniforme se sobre ele não actuam forças exteriores que obrigam a modificar este

estado. 
$$F_R = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ v = constante \end{cases}$$

2°) lei de Newton (lei fundamental da dinâmica):a força é diretamente proporcional ao produto da massa pela aceleração, e tem sempre o mesmo sentido da aceleração.

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

3°) lei de Newton acção e reacção: Toda acção corresponde a uma reação de módulos iguais e sentidos opostos.  $|F_{12}| = -|F_{21}|$ 

#### 2.2- Diferentes forças na natureza.

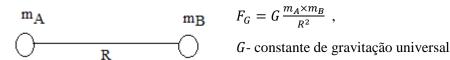
2.2.1- Força elástica: é a força que surge durante a deformação de um corpo que tende recuperar a sua posição inicial. Lei de Hoock: A força elástica é diretamente proporcional ao produto da constante elástica pela sua elongação.

$$|F_{elástica}| = -|F_{deformadora}| = -k\Delta x$$

Obs: o sinal negativo na equação só tem significado físico, mostra que a forma que deforma tem sempre sentido contrário da força elástica.

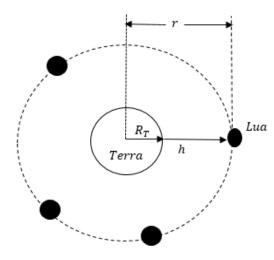
k -Constante elástica(N/m),  $\Delta x$  - deformação da mola(m)

2.2.2- Lei de Gravitação Universal: A força de interacção entre dois corpos no universo é diretamente proporcional as suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.



2.2.2.1- Se um satélite estiver a descrever órbitas circulares em torno da terra a uma altura h:

 $R = R_T + h$ ;  $F_G = G \frac{M_T \times m_S}{(R_T + h)^2}$ ;  $R_T$ - Raio da terra,  $M_T$ - massa da terra;  $m_S$ - massa do satélite.



2.2.2.2- Para que o satélite mantenha a órbita circula é necessário que a força gravitacional equilibre a

força centrípeta: 
$$F_c = \frac{m_s v^2}{R_T + h}$$
, ou seja:

$$F_G = F_C \rightarrow G \frac{M_T \times m_S}{(R_T + h)^2} = \frac{m_S v^2}{R_T + h} \rightarrow G \frac{M_T}{R_T + h} = v^2$$
; velocidade do satélite

Onde: 
$$v = \omega(R_T + h) \rightarrow v = \frac{2\pi}{T}(R_T + h)$$
;  $T = \frac{1}{f}$ 

T - Periodo do satélite, f - frequência do satélite.

Nota: se o satélite estiver nas proximidades da superfície da terra h = 0.

2.2.3- Força de atrito:

 $\vec{F}_a = \mu \, \vec{N}$ ;  $\mu$ - coeficiente de atrito, N —força de reacção normal

 $\mu_e > \mu_c$  ,  $\mu_e$ - coeficiente de atrito estático,  $\mu_c$ - coeficiente de atrito cinético

2.2.4- Peso: 
$$\vec{P} = m \ \vec{g}$$

## 2.3- Lei da conservação da energia Mecânica

Energia cinética:  $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ 

Teorema das forças vivas:  $W = \Delta E_c$ ; W-trabalho

Energia potencial:  $E_P = m g h$ 

Energia potencial elástica:  $E_{Pel} = \frac{1}{2} k \Delta x^2$ 

Lei da conservação da energia:  $E_{Mi}=E_{Mf}$ ; onde:  $E_{M}=E_{c}+E_{p}$ 

 $E_M$ - Energia mecânica

✓ Forças conservativas: força eléctrica; força elástica; força de gravidade; força de gravitação universal.  $W_{FC} = -\Delta E_P$ .

 $W_{FC}$  —Trabalho das forças não conservativas.

✓ Forças não conservativas: força de reação normal; força de resistência do ar; força de atrito; força de aplicação.  $W_{FNC} = \Delta E_C$ .

 $W_{FC}$ - trabalho das forças conservativas.

Trabalho:  $W = F \times s \times cos\alpha$ ; s- deslocamento e  $\alpha$ -é o ângulo formado entre a força e o deslocamento. Se  $\vec{F}$  e  $\vec{s}$  forem paralelos  $\alpha = 0$  e W = 0. Se  $\vec{F}$  e  $\vec{s}$  forem perpendiculares  $\alpha = 90^{\circ}$ .

#### 2.4- Choque mecânico

Choques elásticas: conserva-se a energia cinética do sistema.

$$E_{co} = E_{cf} \to E_{c1} + E_{c2} = E'_{c1} + E'_{c2} + Q \to \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 + Q$$

 $v_1e$   $v_2$ - velocidades antes do choque;  $u_1e$   $u_2$ - velocidades após o choque

Quando Q = 0, a energia cinética se conserva e a colisão é chamada de *completamente elástica*; quando  $Q \neq 0$ , a colisão é dita *inelástica*; quando  $Q \neq 0$  e as velocidades das partículas depois da colisão são iguais, a colisão é chamada completamente inelástica.

Choques perfeitamente inelásticos: conserva-se o momento linear do sistema, há variação da energia cinética, os corpos movem-se juntos após o choque.

$$Q_o = Q_f \rightarrow Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = v(m_1 + m_2)$$

 $v_1e$   $v_2$ - velocidades antes do choque;  $u_1 = u_2 = v$ - velocidades após o choque

Coeficiente de restituição: 
$$e = \frac{velocidade\ relativa\ depois\ do\ choque}{velocidade\ relativa\ antes\ do\ choque} = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$$

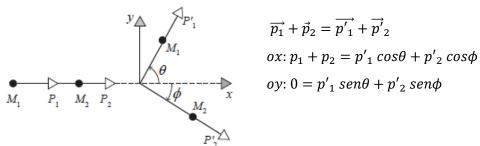
Se o choque for perfeitamente elástico: e = 1; Se o choque for perfeitamente inelástico e = 0.

Energia dissipada durante a colisão é determinada pela relação:

$$E_d = E_{co} - E_{cf}$$

Nota: a quantidade de calor libertada durante o choque é igual a energia dissipada durante a colisão ou seja:  $Q = E_{co} - E_{cf}$ 

Colisões Bidimensional



$$\vec{p_1} + \vec{p}_2 = {p'}_1 + {p'}_2$$
 $ox: p_1 + p_2 = {p'}_1 \cos\theta + {p'}_2 \cos\phi$ 

$$oy: 0 = p'_1 sen\theta + p'_2 sen\phi$$

Potência mecânica:  $P = \frac{W}{t}$  ou  $P = F \times v$  [P] = Watt(W)

Rendimento mecânico:  $\eta = \frac{W_u}{W_g}$  ;  $W_u = P_u \times t$  ;  $W_g = P_g \times t$ 

 $W_u$  –Trabalho útil;  $W_q$  – Trabalho gasto

## 2.5- Corpo sólido indeformável (Dinâmica de rotação)

Momento da força (Torque, binário ou par):  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow M = F \times r \times sen\theta$ 

r-braço; F-força e M-momento da força

2º lei de Newton para a dinâmica de rotação:  $\vec{M} = I \vec{\alpha} [M] = N.m$ 

M- momento da força, I- momento de inércia,  $\alpha$ - aceleração angular.

Fórmula universal:  $I = m R^2$ , m-massa e R-raio

Quanto a quantidade de movimento:  $\vec{L} = I\vec{\omega} e \Delta L = M \times \Delta t$ ; L- momento angular;  $\omega$ velocidade angular

Conservação do momento angular: se sobre um sistema não actuam torques externos que obrigam a modificar o seu estado, o momento angular do sistema se conserva.

$$L_i = L_f \rightarrow L_1 + L_2 = L'_1 + L'_2$$
 ; lembrar que:  $L = I \; \omega$ 

Quanto ao trabalho:  $W = M \Delta \theta \cos \alpha$ 

Quanto a potência:  $P = M \omega \cos \alpha$ 

Quanto a energia:  $E_{ctotal} = E_{cT} + E_{cR}$ 

 $E_{cT}$ - energia cinética de translação-  $E_{cT}=\frac{1}{2}\ mv^2$ ;  $E_{cR}$ - energia cinética de rotação  $E_{cR}=\frac{1}{2}\ I\ \omega^2$ ;  $E_{ctotal}=\frac{1}{2}\ mv^2+\frac{1}{2}\ I\ \omega^2$ ; lembrar que  $v=\omega\ R$ 

<u>Teorema dos eixos paralelos</u>: se para qualquer corpo é conhecido o seu momento de inércia  $I_o$  em relação a um eixo, que passa através do centro de massa, o momento de inércia em relação a qualquer eixo, paralelo ao primeiro, pode ser calculado pela relação de Steiner:  $I = I_o + mr^2$ 

## 3- Oscilações Mecânicas

Oscilações Harmónicas simples (MHS)

Equação de um oscilador simples:  $x = Asen(\omega t + \varphi_0)$ 

A- Amplitude;  $\varphi_0$ - fase inicial;  $\omega$ - frequência cíclica.

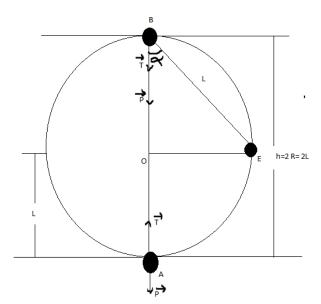
Para um oscilador harmónico preso a uma mola é válida a equação:  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ 

k- constante elástica; m- massa do oscilador; lembrar que:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 

A distância passada pelo corpo é dado pela relação: l=4N, quando corpo realiza mais de uma oscilação temos: l=4~A~N; N- nº de oscilações

Pêndulo simples:  $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ; T- período; l —comprimento do fio

Para uma massa suspensa numa mola o período é dado pela relação:  $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 



1°) Caso: E- quando a partícula passa pelo ponto de equilíbrio a altura é:  $h = L(1 - \cos\alpha)$ . A velocidade no ponto de equilíbrio é:  $v^2 = 2 g L(1 - \cos\alpha)$ 

$$T - P = m \, \frac{v^2}{R}$$

2°) Caso: A- ponto mais baixo da trajetória (a partícula possui velocidade máxima)

$$T - P = m \, \frac{v^2}{R}$$

T-é a tensão e R- é o Raio

3°) Caso: B- Ponto mais alto da trajectória (a partícula possui velocidade mínima).

$$T + P = m \frac{v^2}{R}$$
, como no ponto mais alto

da trajectória a corda froxa, T=0, então a equação fica:  $P=m \frac{v^2}{R}$ 

4°) Caso: Para relacionar a velocidade no ponto mais baixo da trajetória e no ponto mais alto, é recomendável aplicar a lei da conservação da energia mecânica se sobre a partícula actua somente força conservativas.  $E_{MA} = E_{MB}$ , lembrar que a energia mecânica é a soma das energias cinéticas e potenciais.

# Velocidade de um oscilador Harmônico

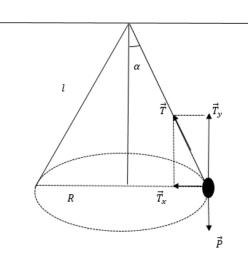
Velocidade de um oscilador harmónico:  $v=A~\omega~\cos(\omega t+\varphi_o)$ ; velocidade máxima do oscilador:  $v_{m\acute{a}x}=A\omega$ 

Velocidade em um ponto qualquer:  $v = \sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m}}$ 

Aceleração de um oscilador harmónico:  $a=-A\omega^2$   $sen(\omega t+\varphi_o)$  , aceleração máxima do oscilador:  $a_{m\acute{a}x}=-A\omega^2$ 

Energia do oscilador harmônico:  $E = \frac{1}{2} kA^2$ 

<u>Pêndulo cônico</u>: é formado por uma massa (*m*) preso a um fio de comprimento (*que* descreve órbitas circulares no plano horizontal.



As equações do movimento são:

$$\begin{cases} ox: T_{x} = \frac{mv^{2}}{R} \\ oy: T_{y} = m \ g \end{cases}$$

A partir da figura é fácil deduzir que:

 $R = l sen \alpha$ 

R é o raio e l é o comprimento do fio.

#### 4- Mecânica dos fluidos

Fluidos ideias: Chama-se fluidos ideias a todo o fluido em que a viscosidade é desprezível, isto é não apresentam viscosidade.

Pressão: é a força na unidade de área.  $P = \frac{F}{A} \left( \frac{N}{m^2} oiu \ Pascal - Pa \right)$ 

Densidade absoluta:  $\rho = \frac{m}{V} \left( \frac{kg}{m^3} \right)$ ;  $m - massa(kg) \ e \ V - volume \ (m^3)$ 

 $\text{Densidade relativa:} \begin{cases} para \ os \ liquidos: \rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{H20}} \\ para \ os \ gases: \rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{02}} \end{cases}$ 

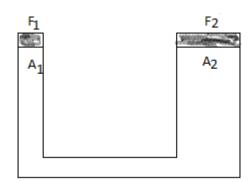
Peso específico:  $\gamma = \frac{P}{V} \left( \frac{N}{m^3} \right)$ 

Equação fundamental da Hidrostática:  $P = P_o + \rho gh$ 

 $P_o-pressão$  atmosférica,  $\rho-densidade$ , h-altura da coluna do líquido

Lei de Pascal: a pressão exercida num ponto no interior do fluido transmite-se integralmente em todos os pontos do fluidos.

#### Prensa Hidráulica

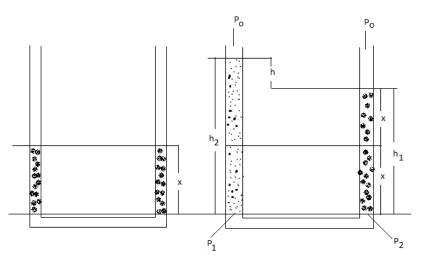


A pressão no embolo menor é:

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$
e a pressão no embolo maior é:  $P_2 = \frac{F_2}{A_2}$ 

De acordo o princípio de Pascal  $P_1 = P_2$ , assim temos:  $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ 

Vasos comunicantes



onde:

$$P_1 = P_o + \rho_1 g h_1 e$$
  
 $P_2 = P_o + \rho_2 g h_2$ 

Pelo princípio de Pascal:  $P_1 = P_2$ 

 $P_0+\rho_1g\;h_1=P_0+\rho_2g\;h_2\to\rho_1\;h_1=\rho_2\;h_2$  , pela figura é fácil deduzir que:

 $h_1=2x\ e\ h_2=\ h_1+h$  , onde h é o desnível da superfície livre do dois líquidos.

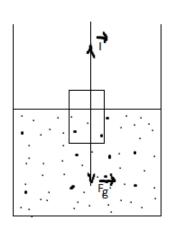
Lei de Arquimedes (impulsão)

Quando um corpo está embebido num fluido, sobre ele actua uma força dirigida de baixo para cima denominada força de Arquimedes, cujo módulo é igual ao peso do líquido deslocado,  $I = \rho_L g V_i$  (N)

 $\rho_L$ -densidade do líquido,  $V_i$ - volume imerso.

Nota1: se o corpo estiver mergulhado no líquido, o volume do líquido é igual ao volume do corpo ( $V_i = V_c$ ).

Nota 2: corpo em equilíbrio num líquido



$$I - F_a = 0 \rightarrow \rho_L g V_i - m_c g \rightarrow \rho_L g V_i = m_c g$$
, onde:

$$m_c = \rho_c V_c$$
;  $\rho_L g V_i = \rho_c V_c g \rightarrow \rho_L V_i = \rho_c V_c$ 

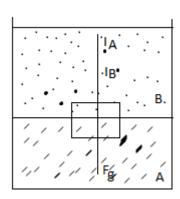
Onde: 
$$V_c = V_i + V_e$$

 $V_c$  – volume do corpo que flutua no líquido

 $\rho_c$  –densidade do corpo que flutua no líquido

 $V_e$  –volume emerso

Nota3: corpo em equilíbrio entre dois líquidos imiscíveis A e B



$$I_A + I_B - F_a = 0 \rightarrow \rho_A g V_{iA} + \rho_B g V_{iB} - m_c g = 0$$

$$\rho_A g V_{iA} + \rho_B g V_{iB} - m_c g = 0$$

$$\rho_A g V_{iA} + \rho_B g V_{iB} = \rho_c V_c g \rightarrow \rho_A V_{iA} + \rho_B V_{iB} = \rho_c V_c$$

Fracção imersa do liquido A: 
$$\frac{V_{iB}}{V_c} = \frac{\rho_c - \rho_A}{\rho_B - \rho_A}$$

Fracção imersa do liquido B: 
$$\frac{V_{iA}}{V_c} = \frac{\rho_c - \rho_B}{\rho_A - \rho_B}$$

 $V_{iA}$  –volume imerso liquido A,  $V_{iB}$ -volume imerso do líquido B

Peso aparente:  $P_A = F_g - I$ 

# 5-Teoria cinética dos gases e Termodinâmica

#### 5.1- Teoria cinética dos gases

Massa relativa:  $m_r = \frac{m_o}{\frac{1}{12}m_{oC}}$ , onde:  $m_o$ -massa da molécula,  $m_{oC}$ -massa da molécula do carbono.

Massa mola:  $M_m = \frac{m}{n}$  (kg/mol) ou  $M_m = N_A m_o$  , sabe-se que  $m = m_o N$  (kg)

Onde:  $M_m$ -massa molar, m-massa da substância, n-quantidade de substância, N-número de partículas e  $N_A$ -n $^o$  de Avogadro.

Quantidade de substância:  $n = N/N_A$  ou  $n = m/M_m$ 

Equação fundamental da teoria cinética dos gases:  $P = \frac{1}{3} n_o m_o v_{qm}^2$ 

P-pressão ,  $n_o$ -concentração das moléculas $(m^{-3}),\ v_{qm}^{\ 2}$ -velocidade quadrática média(m/s).

$$n_o = \frac{N}{V} ~~{\rm e} \; \rho = n_o m_o ~,$$
 V- volume  $(m^3) \; {\rm e} \; \rho {\rm -} \; {\rm densidade(kg/}m^3)$ 

Energia cinética:  $E_c = \frac{3P}{2n_0}$ , energia cinética de translação:  $E_{ct} = n_0 E_c$ 

Fórmula geral:  $E_c = \frac{i}{2} K T$ , K-constante de Boltzman, K= $R/N_A$  e T –temperatura

R – constante do gases ideias e i – grau de liberdade

i = 3 Para um gás monoatómico, i = 5 para um gás diatómico e i = 6 para um gás poliatômico.

Equação dos gases perfeito: PV = n R T

1°) Processo isotérmico (Lei de Boile Mariotte). T= constante ( $T_1 = T_2 = T$ )

$$P_1V_1 = P_2 V_2$$

2°) processo isobárico (Lei de Gay Lussac)  $P = \text{constante} (P_1 = P_2 = P)$ 

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$
,  $V = V_0(1 + \alpha T)$ , onde  $\alpha = \frac{1}{273^{\circ}K}$ ,  $\alpha$ -coeficiente de expansão isobárica

$$T = 273.15 + {}^{\circ}C$$

3°) Processo isocórico (Lei de Charles) V= constante ( $V_1 = V_2 = V$ )

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

#### 5.2- Termodinâmica

Energia interna:  $U = \frac{m}{M} C_V T$  onde:  $C_V = \frac{i}{2} R$ ,

 $C_V$  – calor específico a volume constante, T-temperatura, i – grau de liberdade, m –massa e M-massa molar.

Trabalho de um gás: $W = P\Delta V$ , onde:  $\Delta V$ - variação do volume e P- é a pressão

Quantidade de calor:  $Q = m C \Delta T$ , onde C- é o calor específico

- 1°) Líquido-gasoso (evaporização).  $\lambda_{ev}$  —Calor latente de evaporização: $Q=m\lambda_{ev}$
- 2°) Gasoso Líquido (condensação)  $\lambda_c$  Calor latente de condensação:  $Q=-m\lambda_c$
- 3°) Sólido-Líquido (fusão)  $\lambda_f$  —Calor latente de fusão: $Q = m\lambda_f$
- 4°) Líquido-sólido(solidificação)  $\lambda_s$  –Calor latente de solidificação: $Q=-m\lambda_s$
- 5°) Gasoso Sólido (sublimação)

Equação do equilíbrio térmico: A soma das quantidades de calor num sistema isolado é igual a zero ou seja:  $Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_n = 0$ .

1°) <u>Primeiro princípio da termodinâmica</u>: a quantidade de calor serve para variar a energia interna e realizar trabalho;  $Q = \Delta U + W$ 

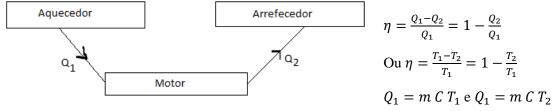
Processo isotérmico ( $T=constante, \Delta T=0, \Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T=0$  então: Q=W)

Processo isocórico ( $V = constante, \Delta V = 0$ ,  $W = P\Delta V = 0$  então:  $Q = \Delta U$ )

Processo isobárico (P = contante, então:  $Q = W + \Delta U$ )

Processo Adiabático ( $TV^{\gamma-1} = constante, PV^{\gamma} = constante e TP^{1-\gamma/\gamma} = constante$ ) onde:  $\gamma$ - é o índice adiabático que depende das propriedades atómicas de um gás.  $C_V = \frac{R}{\gamma-1}$ 

2º) Segundo princípio da Termodinâmica: é impossível corpos quentes transmitirem calor a corpos frios sem que haja variação nos mesmos.



Onde:  $\eta$ - é o rendimento de uma máquina térmica

#### 6- Eletrostática

É a parte da física que estudas as cargas eléctricas em repouso.

$$q=\pm N.\,e\,$$
,  $q$ - carga eléctrica, N- nº de neutrão e (e - carga elementar, e = 1,60  $\times$   $10^{-19}\,C)$ 

Nota: cargas de sinais opostos atraem-se e cargas de mesmo de mesmo sinal repelem-se.

Força de Coulomb:  $F = k \frac{|q_1| |q_2|}{d^2}$  [N], onde: k-é a constante de coulomb,

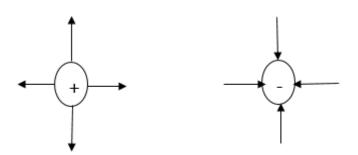
 $k=9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ , d-distância entre as cargas. Nota: as cargas estão em módulos.

Princípio de sobreposição das cargas: o somatório de todas as forças de interacção é igual a zero ou seja  $\sum F_i = 0$ .

Nota: uma carga em repouso cria um campo eléctrico:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ 

Campo eléctrico de uma carga pontual:  $E = k \frac{|q|}{d^2} [V/m]$ 

Sentido do campo eléctrico



Nas cargas positivas o sentido do campo eléctrico é divergente e nas cargas positivas o sentido do campo eléctrico é convergente.

Quando a carga é positiva a força  $\vec{F}$  e a intensidade do campo eléctrico  $\vec{E}$  têm o mesmo sentido.

Quando a carga é negativa a força  $\vec{F}$  e a intensidade do campo eléctrico  $\vec{E}$  têm sentidos opostos.

Campo eléctrico de um plano infinito:  $\sigma=q/A$   $[C/m^2]$ , onde  $\sigma$ - é a densidade superficial e A- é a área da sua secção transversal

Trabalho realizado pelo campo eléctrico uniforme: W=q~U~[J] , onde U- é diferença de potencial ,  $U=\varphi_1-\varphi_2$ .

Trabalho realizado por uma carga pontual:  $W=k\ q_1\ q_2\ \Big(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\Big)$ , para o caso em que há necessidade de afastar duas cargas de um ponto  $r_1$  até um ponto  $r_2$ .

Energia potencial eléctrica:  $W_p = E \ q \ d \ ou \ W_p = k \ \frac{q_1 q_2}{d^2}$ 

Potencial eléctrico:  $\varphi = \pm k \frac{q}{d}$  ou  $\varphi = E d$ . Nota: nas equações do potencial eléctrico e da energia potencial eléctrica as cargas não estão em módulo.

<u>Capacidade eléctrica</u>: é a capacidade que um condensador tem de armazenar cargas eléctricas. A sua expressão matemática é:  $C = \frac{q}{u} [Farad - F]$ 

Condensador: é um dispositivo eletrônico que serve para armazenar cargas eléctricas.

Capacidade de um condensador plano:  $C = \frac{A \varepsilon \varepsilon_0}{d}$ . Onde: A é a área da sua secção transversal, d — é a distância entre as placas,  $\varepsilon$ -é a constante dieléctrica relativa e  $\varepsilon_0$ - constante dieléctrica no vazio.

Energia do campo eléctrico:  $W = \frac{CU^2}{2}$ 

Densidade volumétrica: $W_{DV} = \frac{\varepsilon \, \varepsilon_0 E^2}{2} \, [J/m^3]$ 

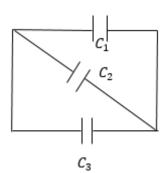
Associação de capacitores.

Associação em série: Quando os capacitores estão associados em série as cargas são todas iguais.

$$\frac{1}{c_T} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_n}$$

Onde:  $C_T$ - é a capacidade total ou equivalente.

Associação em paralelo: Quando os capacitores estão associados em paralelo a diferença de potencial é a mesma.



$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

#### 7- Corrente contínua

Corrente eléctrica: é o movimento ordenado das partículas carregadas.

Intensidade da corrente eléctrica: é a razão da carga na unidade de tempo.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \text{ ou } I = \frac{dq}{dt} [A]$$

Lei de Ohm para um circuito simples:  $I = \frac{U}{R}$ . onde: U- é a tensão (V) e R-é a resistência electrica ( $\Omega$ )

Se o circuito for constituído por uma fonte (força eletromotriz  $-\varepsilon$  com uma resistência interna r), a equação toma a forma:

Circuito fechado:  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , Para um circuito completo:  $I = \frac{\varepsilon + U}{R+r}$ 

Resistividade do condutor:  $R = \frac{\rho \, l}{A}$ , onde:  $\rho$ - é a resistividade do condutor ( $\Omega$ . m), que depende do tipo de material de que é feito o condutor, l-é o comprimento do condutor e A- é a área da sua secção transversal do condutor.

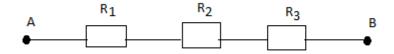
Lei de Joule-Lenz: Q=W , onde: Q é quantidade de calor, Q=m C  $\Delta T$  e W é o trabalho

$$W = I^2 R t$$

Potência eléctrica:  $P = I^2 R [W]$ 

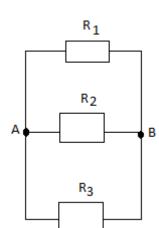
Associação de resistências

Em série: quando as resistências estão associadas em série a intensidade da corrente é a mesma.



$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

Em paralelo: quando as resistências estão associadas em paralelo a tensão é a mesma.



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

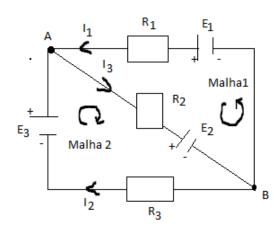
Onde  $R_T$ - é a resistência total ou equivalente

Rendimento eléctrico: 
$$\eta = \frac{W_u}{W_g}$$
 ,  $W_u = P_u \times t$  ;  $W_g = P_g \times t$ 

 $W_u$  -Trabalho útil;  $W_q$  - Trabalho gasto

## Leis de Kirchhof

- 1°) lei: a soma algébrica das correntes que concorrem num nó é igual a zero:  $\sum I_i = 0$
- 2°) lei: em qualquer circuito fechado a soma algébrica de potencial é diferentes ramo é igual à soma algébrica das força eletromotrizes dentro do mesmo:  $\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$



Nó A: 
$$I_1 + I_2 = I_3$$

Nó B: 
$$I_1 + I_2 = I_3$$

Malha 1: 
$$I_1 R_1 + I_3 R_2 = E_1 - E_2$$

Malha 2: 
$$I_2 R_3 + I_3 R_2 = E_3 - E_2$$

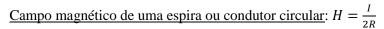
## 8- Campo magnético

Quando uma partícula carregada encontra-se em movimento ou quando temos um condutor com corrente eléctrica cria-se um campo magnético.

<u>Campo magnético de um condutor retilíneo</u>:  $\vec{H} = \frac{I}{2\pi a} [A/m]$ , onde:  $\vec{H}$ -é a intensidade do campo eléctrico e a-é a distância entre o ponto na qual se determina a intensidade e o condutor com corrente.



magnética do campo,  $\mu$ -é a permeabilidade magnética relativa do meio e  $\mu_o$ -é a constante magnética.



Onde R é o raio do circuito circular com corrente

Campo magnético de um solenoide

 $B=\mu\,\mu_o\,n\,I$  , onde  $n=\frac{N}{l}$  (n° de espiras por unidade de comprimento) e lé o seu comprimento

Fluxo magnético:  $\Phi = N B A \cos \alpha [Webber - W]$ , onde:

N- é o número total de espiras, A-é a área da sua secção transversal e  $\alpha$ - é o ângulo entre a normal do plano do circuito e a direção do campo magnético.

Fenómeno de indução magnética: 
$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$
 ou  $\varepsilon_i = N A \cos\alpha \frac{\Delta B}{\Delta t}$  [V]

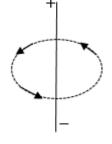
$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$
 – velocidade de variação do fluxo magnético (w/s)

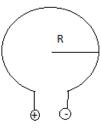
 $\varepsilon_i$ - força eletromotriz induzida

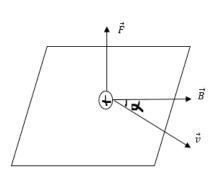
$$\frac{\Delta B}{\Delta t}$$
 – velocidade de variação da indução magnética(T/s) , Nota:  $\varepsilon_i = U$ 

<u>Força magnética</u>: sempre que uma carga encontra-se em movimento sobre ele actua um campo magnético capaz de criar uma força magnética cujo o módulo é:

 $F=q\; B\; v\; sen \alpha$  , v-velocidade da carga







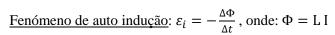
Se  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$  forem perpendiculares  $\alpha = 90^{\circ}$ 

Se  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$  paralelos  $\alpha = 0^{\circ}$ 

Força de Ampere:  $F_A = I B l sen \alpha$ 

Onde l é o comprimento do condutor,

I- é a intensidade da corrente que atravessa o condutor e  $\alpha$ - é o ângulo entre as direcções da corrente e do campo magnético.



Onde: L- é a indutância [Henry-H] , então:  $arepsilon_i=-L\,rac{\Delta {
m I}}{\Delta t}$ 

 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  – taxa de variação da intensidade da corrente no circuito

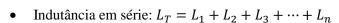
Para um solenoide (no caso de uma bobina):  $L = \frac{\mu \mu_0 N^2 A}{2}$ 

Indutância mútua dos circuitos:  $L_{12} = \mu \, \mu_0 \, n_1 \, n_2 \, A \, l$ 

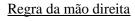
Onde:  $n_1e$   $n_2$  são o número de espira por unidade de comprimento de destes solenóides.

$$n_1 = \frac{N_1}{l} e n_2 = \frac{N_2}{l}$$

$$\varepsilon = -L_{12} \frac{dI}{dt}$$



• Indutância em paralelo:  $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_n}$ 



Força de interacção de dois condutores:  $F = \frac{\mu \mu_0 l \, I_1 \, I_2}{2\pi R}$ 

Para a aplicação das regras da mão direita utilizase algumas simbologias

Sentido para dentro do campo

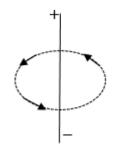


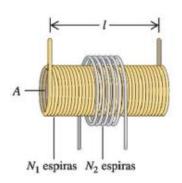


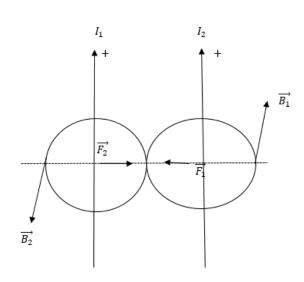
Sentido para fora do campo







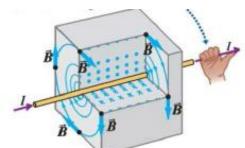




Aplicação da regra da mão direita, na figura abaixo: considerar que distância entre o pontos AB e BC, são iguais

## Regra da mão direita para o campo magnético em tomo de um fio que

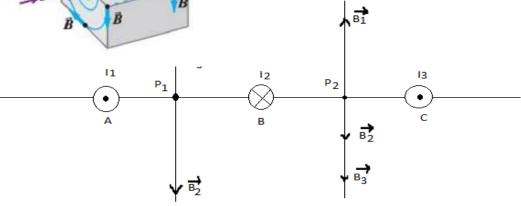
**Conduz corrente:** aponte o polegar da mão direita na direção da corrente. Seus dedos estarão dobrados em tomo do elemento de corrente no sentido das linhas de campo.



A Indução magnética resultante no ponto  $P_1$ é:

$$B = B_1 + B_3 - B_2$$

A Indução magnética resultante no ponto  $P_2$  é: B =



$$B_2 + B_3 - B_1$$

Energia do campo magnético:  $W = \frac{1}{2} L I^2 [J]$ 

Energia de um solenóide:  $W = \frac{\mu \mu_0 N^2 A I^2}{4}$ 

Densidade volumétrica da energia do campo é:  $W_o = \frac{HB}{2}$ 

#### I-EXAMES DE ACESSO 2020

1°) (**Exame UAN-2020**) Um electrão penetra num campo magnético uniforme,  $\vec{B}=2.0\times10^2\overline{e_y}$  (T), com velocidade de  $\vec{v}=4.0\times10^7$   $\vec{e}x$  (m/s), perpendicular ao campo ( $e=1.60\times10^{-19}$  C,  $m_e=9.1\times10^{-31}kg$ ). Determine a trajectória que o electrão descreve.

Resp:  $a)9,0 \times 10^{-3} \, m$   $b) 11,4 \times 10^{-3} \, m$   $c) 13,5 \times 10^{-3} \, m$   $d) 15,0 \times 10^{-3} \, e) outro$ Dados:

$$\vec{B} = 2.0 \times 10^2 \vec{e_y}$$
 (T) Quando o electrão penetra no campo magnético,

$$\vec{v} = 4.0 \times 10^7 \ \vec{e}x \ (\text{m/s})$$
 ele descreve trajectórias circulares de raior R.

$$q = 1,60 \times 10^{-19}$$
 C De acordo a segunda lei de Newton a resultante será

$$m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg \qquad \qquad \text{Centrípeta ou seja: } F_m = m \times a_c,$$

$$R=?$$
  $a_c-$  aceleração centrípeta ou normal ,  $a_c=\frac{v^2}{R}$ 

A força magnética é:  $F_m = |q|vBsen\alpha$ 

$$|q|vBsen\alpha = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{|q|Bsen\alpha}$$
 (I), como  $\vec{B} \perp \vec{v}, \alpha = 90^{\circ}$ 

O módulo da velocidade é:

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
 onde:  $v_y = 0$ ;  $v_x = 4.0 \times 10^7 \ \vec{e}x$  (m/s),  $v = 4.0 \times 10^7 \ m/s$ 

O módulo da indução magnética é:

$$|B| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$
 onde:  $B_y = 2.0 \times 10^2 \overrightarrow{e_y} (T)$ ;  $B = 2.0 \times 10^2 T$ 

Substituindo em (I): 
$$R = \frac{9,1 \times 10^{-31} \times 4,0 \times 10^7}{1,60 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^2 \times sen 90^\circ} \rightarrow R = 11,4 \times 10^{-3} m$$
, Línea b)

**2º**) (**Exame -2020**) Uma gota de 20 mg de azoto dentro de um tubo de 30 ml quando ele é selado a uma temperatura muito baixa. Qual será a pressão do azoto se o tubo for aquecido a 20°C.

Resp: a) 0,042 atm b) 0,057 atm c) 0,097 atm d) 0,121 atm e) outro

$$m = 2 mg = 2 \times 10^{-6} kg$$
 como o gás é selado a temperatura muito baixa,

$$V = 30 \ ml = 30 \times 10^{-6} \ m^3$$
 ele pode ser considerado como um gás ideia.

$$T = 20^{\circ}C = 293 K$$
 pela equação dos gases ideias temos:

$$R = 8,31 \, J. \, mol^{-1} K^{-1} \qquad \qquad PV = \frac{mRT}{M} \rightarrow P = \frac{m\,R\,T}{M\,V} \rightarrow P = \frac{2\times 10^{-6}\times 8,31\times 293}{28\times 10^{-3}\times 30\times 10^{-6}}$$

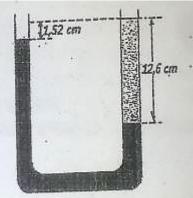
$$P = ?$$
  $P = 57.90 Pa \quad 1atm = 1.013 \times 10^5 Pa$ 

$$M = 28 \times 10^{-3} \ kg/mol$$
  $P = \frac{5797,214}{1,013 \times 10^5} \rightarrow P = 0,057 \ atm$ , Línea b)



**3°)** (**Exame 2020/ 2017/2016**) A figura representa um tubo em U contendo dois líquidos não miscíveis água e óleo X. A altura da coluna do óleo é 12,6 cm. O desnível entre a superfície livres dos dois líquidos é 1,52 cm ( $\rho_{água} = 1,0.10^3 \, kg/m^3$ ). Calcule a massa volúmica do óleo X.

Resp: A)  $0.85 kg/m^3$  B)  $0.88kg/m^3$  C)  $98 \times 10^3 kg/m^3$  D)  $1.08 \times 10^3 kg/m^3$  E) outro



Dados:

$$h_{\'oleo} = 12,6 cm$$

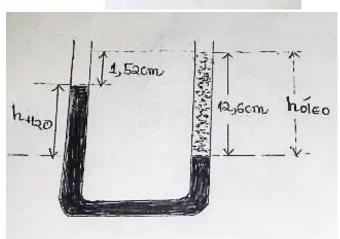
$$h = 1,52 cm$$

$$\rho_{\'agua} = 1,0.10^3 \, kg/m^3$$

$$\rho_{\text{óleo}} = ?$$

# Resolução:

Pela equação fundamental da hidrostática (Equação de stevin) , a pressão exercida por um líquido no fundo de um recipiente é determinada pela fórmula:  $P = \rho \ g \ h$ 



Pela lei de pascal,  $P_A = P_B$ 

Onde  $P_A$  é pressão no ponto  $A: P_A = P_a + \rho_{água} g h_{água}$ 

 $P_B$  é a pressão no ponto  $B: P_B = P_a + \rho_{óleo} g h_{óleo}$ 

 $P_a$  é a pressão atmosférica e g é a aceleração de gravidade

$$P_A = P_B \rightarrow P_a + \rho_{\'agua} \ g \ h_{\'agua} = P_a + \rho_{\'oleo} \ g \ h_{\'oleo} \rightarrow \rho_{\'agua} \ g \ h_{\'agua} = \rho_{\'oleo} \ g \ h_{\'oleo}$$

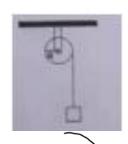
$$\rho_{\acute{a}gua} \; h_{\acute{a}gua} = \rho_{\acute{o}leo} \; \; h_{\acute{o}leo} \; \rightarrow \; h_{\acute{o}leo} = \frac{\rho_{\acute{a}gua} \; h_{\acute{a}gua}}{h_{\acute{o}leo}} (*)$$

Pelo figura é fácil notar que:

$$h_{\'alg} = h_{\'ag} + h \rightarrow 12.6 = h_{\'ag} + 1.52 \rightarrow h_{\'ag} = 12.6 - 1.52 \rightarrow h_{\'ag} = 11.1 \ cm$$

Substituindo os dados em (\*), temos: 
$$h_{\acute{o}leo} = \frac{1,0.10^3.11,1}{12,6} \rightarrow h_{\acute{o}leo} = 880 \frac{kg}{m^3} \rightarrow h_{\acute{o}leo} = \frac{880 \times 10^3}{10^3} \rightarrow h_{\acute{o}leo} = 0,88 \times 10^3$$
, Línea b)

4°) (Exame UAN-2020) Um corpo cujo peso é 20 N, está suspenso por um fio de massa desprezível e inextensível, que se encontra numa roldana enrolada de massa 3,0 kg e de 0,10 m de raio (Ver figura ao lado). Determine a tensão do fio durante o seu movimento.



Resp: a) 8,55 N b) 9,2 N c) 9,7 N d) 11,0 N e) outro.

Dados:

Resolução:

$$P = 20 \, N$$

Equações horárias

$$M = 3.0 \, kg$$

1°) para o bloco de peso P:

$$R = 0.10 m$$

o bloco só realiza o movimento de translação

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

 $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$   $P - T = m \ a$  sabe-se que:  $P = mg \rightarrow m = \frac{P}{g}$ 

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

Então: 
$$P - T = \frac{P a}{g}$$
 (I)

T = ?

2º) Para roldana: A roldana só realiza o movimento de rotação, pela 2º lei de Newton para a dinâmica de rotação teremos:

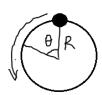
 $M_T = I \alpha$ ,  $M_T$ - momento da tensão,  $M_T = TR$ , I- momento de inércia

 $\alpha$ - aceleração angular, sabe-se que:  $a = \alpha R \rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$ , logo temos:

$$TR = \frac{Ia}{R} \rightarrow TR = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{a}{R} \rightarrow T = \frac{Ma}{2} \rightarrow a = \frac{2T}{M}$$
 (II), substituindo (II) em (I), fica:

$$P-T=rac{P}{g}.rac{2T}{M} 
ightarrow T=rac{gPM}{gM+2P} 
ightarrow T=rac{9.8 imes20 imes3}{9.8 imes3+2 imes20} 
ightarrow T=8,55~N$$
 , Línea a)

5°) (Exame UAN-2020) Uma partícula descreve uma circunferência de raio 2,0 m. A posição da partícula é dada pela por:  $\theta = 4,0$  –  $2.0t + 2.0t^{2}$ (SI). Determine o valor da componente tangencial da aceleração.



Resp: a)6,4  $m/s^2$  b) 7,0  $m/s^2$  c) 7,5  $m/s^2$  d) 8,0  $m/s^2$  e) outro

b) 
$$7,0 \text{ m/s}^2$$

$$d) 8.0 m/s^{2}$$

Dados:

Resolução:

 $\theta = 4.0 - 2.0t + 2.0t^2$ (SI) A aceleração tangencial da partícula é determinada

$$R = 2.0 \ m$$

pela relação:  $a_t = \alpha R$  (I),  $\alpha$ -aceleração angular

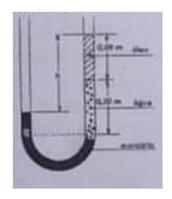
$$a_t = ?$$

$$\alpha = \frac{dv}{dt} \ , \qquad \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

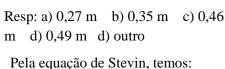
$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

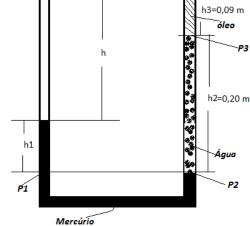
$$\omega = \frac{d(4,0-2,0t+2,0t^2)}{dt} \to \omega = -2,0+4t \; (SI) \; , \; \alpha = \frac{d(-2,0+4t)}{dt} \to \alpha = 4 \; rad/s^2$$

Substituindo em (I) temos:  $a_t = 4 \times 2 \rightarrow a_t = 8 \ m/s^2$ , Línea d)



6°) (Exame UAN-2020) Um tubo em U contém mercúrio (d = 13.6 g/ $cm^3$ ),água ( $d = 1 g/cm^3$ ) e um óleo  $(d = 0.88 g/cm^3)$ , nas condições mostradas na figura. Determine o desnível h entre as superfícies livre dos





Dados:

$$d_1 = 13.6g/cm^3$$

$$P_1 = P_o + d_1 g h_1$$

$$d_2 = 1 g/cm^3$$

$$d_2 = 1 \ g/cm^3$$
  $P_2 = P_3 + d_2 g \ h_2$ 

$$d_3 = 0.88 \ g/cm^3$$
  $P_3 = P_0 + d_3 g \ h_3$ 

$$P_3 = P_o + d_3 g h_3$$

$$h = ?$$

A pressão 
$$P_2 = P_o + d_3 g h_3 + d_2 g h_2$$

$$h_2 = 0.20 m$$

onde  $P_o$  é a pressão atmosférica

$$h_3 = 0.09 m$$

Pelo princípio de Pascal sabe-se que:  $P_1 = P_2$ , assim temos:

$$P_0 + d_1 g h_1 = P_0 + d_3 g h_3 + d_2 g h_2 \rightarrow d_1 h_1 = d_3 h_3 + d_2 h_2$$
 (I)

Na figura acima é fácil deduzir que:  $h_1 + h = h_2 + h_3 \rightarrow h_1 + h = 0.20 + 0.09$ 

$$h_1 + h = 0.29 \rightarrow h_1 = 0.29 - h$$
 (II)

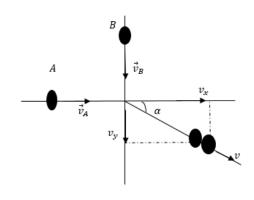
Substituindo (II) em (I), vem:

$$d_1(0,29 - h) = d_3 h_3 + d_2 h_2 \rightarrow 0,29 d_1 - d_1 h = d_3 h_3 + d_2 h_2$$

$$h = \frac{0.29 d_1 - d_3 h_3 - d_2 h_2}{d_1} \to h = \frac{0.29 \times 13.6 - 0.88 \times 0.09 - 1 \times 0.20}{13.6} \to h = 0.269 \cong 0.27$$

$$h = 0.27 m$$
, Línea a)

7º) (Exame UAN-2020) Uma partícula A de massa 3,0kg, desloca-se, com uma velocidade  $\overrightarrow{V_A} = 5e_x$  (m/s) sobre uma superfície polida quando colide com uma partícula B de massa 2,0 kg que se desloca com velocidade  $\overrightarrow{V_B}$  =  $-3e_{\nu}$  (m/s). Após a colisão, as partículas seguem juntas. Determine o valor da energia dissipada devido à colisão.



Dados:

Resolução:

$$m_A = 3.0 \ kg$$

Energia dissipada durante o choque é dada pela relação:

$$m_{\rm R} = 2.0 \ kg$$

$$E_d = E_{co} - E_{cf}$$
 (I)

$$\overline{V_A} = 5e_{\nu} \text{ (m/s)}$$

 $\overrightarrow{V_A} = 5e_x$  (m/s)  $E_{co}$ -Energia cinética no início(antes do choque)

$$\overrightarrow{V_B} = -3e_v \text{ (m/s)}$$

$$\overrightarrow{V_B} = -3e_y \text{ (m/s)}$$
  $E_{co} = \frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2$ 

 $E_d = ?$   $E_{cf}$  – energia cinética no fim (depois do choque

$$E_{cf} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2$$

Durante um choque inelástico as partículas adquirem as mesmas

Velocidade depois do choque e o momento linear do sistema se conserva.

$$\begin{cases} B\colon Q_{0B}=Q_{fB}\to m_BV_B=-m\,V_y\\ A\colon Q_{0A}=Q_{fA}\to m_AV_A=m\,V_x \end{cases} \quad \text{Onde m\'e a massa total m=5 kg}$$

Pelo gráfico é fácil deduzir que:  $V_v = V sen\alpha \ e \ V_x = V cos\alpha$ 

 $\{m_B V_B = -mV \ sen \alpha \ m_A V_A = m \ V \cos \alpha \ ,$  dividindo membro a membro as igualdades, vem:

$$tg\alpha = -\frac{m_B V_B}{m_A V_A}$$
 ,  $V_A = 5 m/s$  e  $V_B = -3 m/s$ 

$$tg\alpha = -\frac{2\times(-3)}{(3)\times5} \rightarrow tg\alpha = 0.4 \rightarrow \alpha = artg(0.4) \rightarrow \alpha = 22^{\circ}$$

$$m_A V_A = m \ V cos \alpha \rightarrow 3 \times 5 = 5 \times V \times cos 22^{\circ} \rightarrow V = \frac{3}{cos 22^{\circ}} \rightarrow V = 3.2 \ m/s$$

Agora vamos calcular as energias antes e depois do choque:

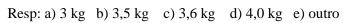
$$E_{co} = \frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 \rightarrow E_{co} = \frac{1}{2} (3)(5)^2 + \frac{1}{2} (2)(-3)^2 \rightarrow E_{co} = 46.5 J_{co}$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 \rightarrow E_{cf} = \frac{1}{2} (3+2)(3,2)^2 \rightarrow 25,6 J$$

Substituindo em (I), vem: 
$$E_d = 46.5 - 25.9 \rightarrow E_d = 20.9 \approx 21$$
,  $E_d = 21 J$ , Línea c)

8º) (Exame UAN-2020) Um tanque com um volume de 500 litros contém oxigénio a

20° C e a pressão de 5,0 atm, contendo a massa de oxigénio no tanque (para o oxigénio a massa molar é 32kg/mol). Qual é a massa de oxigénio contido no tanque?



**Dados** 

Resolução

$$V = 500 \ l = 500 \times 10^{-3} \ m^3$$
 Considerad

Considerado que o gás é ideal,

temos:

$$T = 20^{\circ}C = 293 K$$

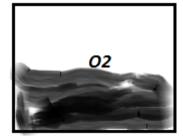
$$PV = \frac{mRT}{M} \to m = \frac{PVM}{RT}$$

 $P = 5 atm = 5{,}065 \times 10^5 pa$  Colocando os dados, vem:

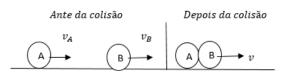
$$M = 32 \ g/mol = 32 \times 10^{-3} kg/ml$$
  $m = \frac{5,065 \times 10^{5} \times 500 \times 10^{-3} \times 32 \times 10^{-3}}{8.31 \times 293}$ 

$$R = 8,31 \, J. \, mol^{-1} K^{-1}$$
  $m = 3,3 \approx 3 \, kg \, m = 3 \, kg$  , Línea a)

m = ?



**9°)** (Exame UAN-2020) Um corpo de massa 300 g movendo-se com uma velocidade de módulo 5 m/s choca-se contra outro corpo de massa 100 g e velocidade de módulo 1 m/s, movendo-se na mesma direção e



sentido. Admitindo que o choque foi perfeitamente inelástico, calcula a energia cinética dissipada.

Resp: a) 
$$-0.4 \text{ J}$$
 b)  $-0.8 \text{ J}$  c)  $-0.9 \text{ J}$  d)  $-1.6$  e) outro

$$m_A = 300 g = 0.3 kg$$
 A energia dissipada durante o choque é determinado pela

$$m_B = 100 \ g = 0.1 \ kg$$
 Relação:  $E_d = E_{co} - E_{cf}$  (I)

$$v_A = 5 m/s$$
  $E_{co}$ -Energia cinética no início (antes do choque)

$$v_B = 1 \, m/s$$
  $E_{co} = \frac{1}{2} \, m_A \, v^2 + \frac{1}{2} \, m_B \, v_B^2$ 

$$E_d = ?$$
  $E_{cf}$  – energia cinética no fim (depois do choque)

$$E_{cf} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2$$

Durante um choque inelástico as partículas adquirem as mesmas

Velocidade depois do choque e o momento linear do sistema se conserva.

$$Q_o = Q_f \rightarrow Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B \rightarrow m_A v_A + m_B v_B = m_A v + m_B v$$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v + m_B v \rightarrow m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B)v_B$$

 $v = \frac{m_A v_A + m_B v_B}{(m_A + m_B)} \rightarrow v = \frac{0.3 \times 5 + 0.1 \times 1}{(0.3 + 0.1)} \rightarrow v = 4 \text{ m/s}$  (velocidade que os corpos adquirem depois do choque). Agora vamos calcular a energia adquirida pelo corpo antes e depois do choque:

$$E_{co} = \frac{1}{2} m_A v^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \to E_{co} = \frac{1}{2} (0.3)(5)^2 + \frac{1}{2} (0.1)(1)^2 \to E_{co} = 3.755 J$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 \rightarrow E_{cf} = \frac{1}{2} (0.3 + 0.1)(4)^2 \rightarrow E_{cf} = 3.2 J$$

Substituindo em (I), vem: 
$$E_d = 3,755 - 3,2 \rightarrow E_d = 0,555 \approx 0,6, E_d = 0,6 J$$
, Línea e)

10°) (Exame UAN-2020) Dois líquidos não miscíveis de massas volúmicas  $\rho_1$  e  $\rho_2$  encontram-se em equilíbrio num sistema de dois vasos comunicantes como a figura ao lado representa. A altura da coluna do líquido de massa volúmica  $\rho_1$  é  $h_1=2,4$  cm. O desnível entre as superfícies livres dos dois líquidos é 0,81 cm e a área de secção de qualquer um dos vasos é 1,3 cm². Determine a massa volúmica  $\rho_1$  do líquido menos denso, sabendo que  $\rho_2=13,6\times10^3$  kg/m³.

Resp: a)  $9.01 \times 10^3 \ kg/m^3$  b)  $9.25 \times 10^3 \ kg/m^3$  c)  $9.34 \times 10^3 \ kg/m^3$  d)  $9.50 \times 10^3 \ kg/m^3$  e) outro

Dados:

$$\rho_2 = 13.6 \times 10^3 \ kg/m^3$$

$$h_1 = 2,4 \ cm$$

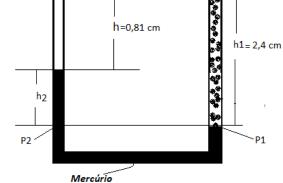
$$h = 0.81 cm$$

$$A = 1.3cm^2$$

$$\rho_1 = ?$$

Pela equação de Stevin, temos:

$$P_1 = P_o + \rho_1 g h_1$$
 ;  $P_2 = P_o + \rho_2 g h_2$ , onde  $P_o$  é a pressão atmosférica



Pelo princípio de Pascal sabe-se que:  $P_1 = P_2$  , assim temos:

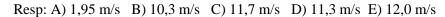
$$P_o + \rho_1 g h_1 = P_o + \rho_2 g h_2 \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_2 h_2}{h_1}$$
 (I)

Na figura acima é fácil deduzir que:  $h_1 = h_2 + h \rightarrow h_2 = h_1 - h$ 

$$h_2 = 2.4 - 0.81 \rightarrow h_2 = 1.59 \ cm$$

Voltando em (I): 
$$\rho_1 = \frac{13,6 \times 10^3 \times 1,59}{2,4} \rightarrow \rho_1 = 9,01 \times 10^3 \ kg/m^3$$
, Línea a)

**11°)** (**Exame UAN-2020**) Um corpo cujo peso é 20 N, está suspenso por um fio de massa desprezível, que ser encontra enrolado numa roldana de massa 3 kg e de 0,10 m de raio. Determine a velocidade do corpo ao fim de 2,0 s de movimento ?



Dados:

Resolução:

$$P = 20 N$$
 Conforme a figura, as equações do movimento

M = 3 kg para o corpo de peso P e a roldana serão:

$$R = 0.10 m$$
 Corpo de peso P:  $P - T = m a$  (I)

$$I = MR^2/2$$
 Roldana:  $M_T = \alpha I$  onde  $M_T = TR$ ,  $\alpha = \frac{a}{R}$ ,  $I = MR^2/2$ 

$$t = 2.0s$$
 A equação da roldana fica:  $T = Ma / 2$  (II)

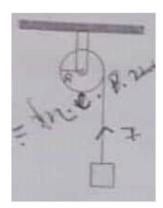
v = ? Substituindo (II) em (I) vem:

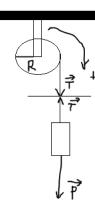
$$P - \frac{Ma}{2} = ma$$
 , onde  $P = m g \rightarrow m = P/g$ 

Assim temos: 
$$P - \frac{Ma}{2} = \frac{Pa}{g} \rightarrow a = \frac{2 P g}{Mg + 2P}$$
, adotando  $g = 9.8 \ m/s^2$ 

$$a = \frac{2 \times 20 \times 9.8}{3 \times 9.8 + 2 \times 20} \rightarrow a = 5.65 \, m/s^2$$

Se o corpo foi liberado do repouso( $v_0 = 0$ ), ele terá um movimento uniformemente acelerado, pela equação das velocidades do MRUA temos:





$$v = v_0 + at \rightarrow v = at \rightarrow v = 5.65 \times 2 \rightarrow v = 11.3 \text{ m/s}$$
, Línea D)

12°) (Exame UAN-2020) Um cubo A homogéneo e maciço de aresta 4,9 cm , feito de um material de massa volúmica 0,80  $\rm g/cm^3$  , encontra-se preso por um fio inextensível e de massa desprezível, a um corpo B , também homogéneo, e maciço de aresta 2,0 cm, feito de um material de massa volúmica 4,0  $\rm g/cm^3$ , como mostra a figura ao lado. Determine o valor da tensão que liga os blocos A e B.

Resp: a) 
$$2.4 \times 10^{-1} N$$
 b)  $2.9 \times 10^{-1} N$  c)  $3.3 \times 10^{-1} N$  d)  $3.7 \times 10^{-1} N$  f) outro

Dados:

$$l_A = 4.9 \ cm = 0.049 \ m$$

$$l_R = 2.0 \ cm = 0.02 \ m$$

$$\rho_A = 0.80 \text{ g/cm}^3 = 0.80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_R = 4.0 \text{ g/cm}^3 = 4.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$T = ?$$

Resolução:

Conforme a figura acima, as equações para os blocos A e B são:

A: 
$$I_A - T_A - P_A = 0 \rightarrow \rho \ V_A \ g - T_A - m_A \ g \rightarrow T_A = \rho \ V_A \ g - m_A \ g \ (I)$$

B: 
$$I_B + T_B - P_B = 0 \to \rho V_B g + T_B - m_B g \to T_B = m_B g - \rho V_B g$$
 (II)

 $\rho$  – é a densidade do líquido ( que é desconhecida no enunciado)

Igualando as equações (I) e (II), vem:

$$\rho V_A g - m_A g = m_B g - \rho V_B g$$
, simplificando g:

$$\rightarrow \rho V_A - m_A = m_B - \rho V_B \rightarrow \rho V_A + \rho V_B = m_A + m_B$$

$$\rho(V_A + V_B) = m_A + m_B \rightarrow \rho = \frac{m_A + m_B}{(V_A + V_B)} \quad (III)$$

Como os blocos estão totalmente imerso no líquido, o volume do líquido é igual ao volume do corpo. Como os blocos são cubos homogéneos, os seus respectivos volumes são:  $V_A =$ 

$$l_A{}^3$$
 e  $V_B=l_B{}^3$  sabe-se que:  $m_A=\rho_A V_A$  e  $m_B=\rho_B V_B$ 

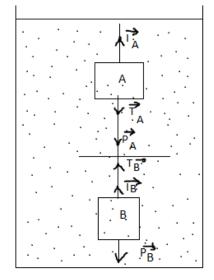
Substituindo em (III): 
$$\rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{(l_A^3 + l_B^3)} = \frac{\rho_A l_A^3 + \rho_B l_B^3}{(l_A^3 + l_B^3)}$$

$$\rho = \frac{\left(0.80 \times 10^3\right) (0.049)^3 + \left(4.0 \times 10^3\right) (0.02)^3}{\left((0.049)^3 + (0.02)^3\right)} \to \rho \approx 1004 \ kg/m^3$$

Voltando em (I): 
$$T_A = g(\rho V_A - m_A) \rightarrow T_A = g(\rho l_A^3 - \rho_A l_A^3)$$

$$T_A = 9.8 \times (1004 (0.049)^3 - 0.80 \times 10^3 (0.049)^3) \rightarrow T_A = 0.2352$$

$$T_A = 2.35 \times 10^{-1} N \approx 2.4 , T_A = 2.4 \times 10^{-1} N$$



13°) (Exame UAN-2020) Uma bala colide com uma parede a velocidade de 500 m/s, perfura-a em 0,002 s, e sai a velocidade de 50 m/s. considerando que a trajetória descrita pela bala no interior da parede é retilínea e que a aceleração é constante, determine a espessura da parede.

Dados:

$$v_o = 500 \, m/s$$

A bala ao perfurar a parede reduz a sua velocidade

$$v = 50 \, m/s$$

e passa a ter um MRUR (a < 0), pela equação de

$$t = 0.002 s$$

torricel vem: 
$$v^2 = v_o^2 - 2as \rightarrow s = \frac{v_o^2 - v^2}{2a}$$
 (I)

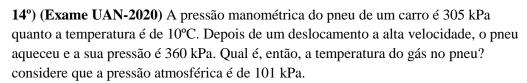
s = ?

Pela equação das velocidade do MRUR, vem:

$$v = v_0 - at \rightarrow a = \frac{v_0 - v}{t} \rightarrow a = \frac{500 - 50}{0,002} \rightarrow a = 225 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

Substituindo o valor da na equação (I), temos:

$$s = \frac{(500)^2 - (50)^2}{2 \times 225 \times 10^3} \rightarrow s = 0.55 \, m$$



Dados:

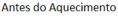
$$P_{M0} = 305 \, kPa = 305 \times 10^3 \, Pa$$

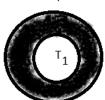
$$T_1 = 10^{\circ} = 283 K$$

$$P_{atm} = 101 \, kPa = 101 \times 10^3 \, Pa$$

$$P_{Mf} = 360 \, Kpa = 360 \times 10^3 \, pa$$

$$T_2 = ?$$





Depois do Aquecimento



Resolução:

O aquecimento do pneu ocorre a volume constante ou seja é um aquecimento isocórico.

Pela equação dos gases perfeitos temos:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \to T_2 = \frac{T_1 \times P_2}{P_1}$$
 (I)

Pela equação fundamental da Hidrostática, a pressão interior do pneu é igual a pressão da coluna do ar mais a pressão atmosférica (nota: a pressão da coluna de ar é igual a pressão manométrica)

Onde: 
$$P_1 = P_{atm} + P_{M0} \rightarrow P_1 = 406 \times 10^3 Pa$$

$$P_2 = P_{atm} + P_{Mf} \rightarrow P_1 = 461 \times 10^3 \ Pa$$

Substituindo os dados em (I) temos:

$$T_2 = \frac{283 \times 461 \times 10^3}{406 \times 10^3} \rightarrow T_2 = 321,34 \text{ K}$$

Agora vamos converte em graus celsius:

$$TK = T^{\circ}C + 273 \rightarrow T^{\circ}C = TK - 273 \rightarrow T^{\circ}C = 323,34 - 273 \rightarrow T^{\circ}C = 48,3^{\circ}C$$
; Línea a)

# II-EXAMES 2019

**15°)** (**Exame UAN-2019**) O sistema representado na figura é abandonado a partir do repouso. As massas dos blocos são  $m_1 = 200 \ g \ e \ m_2 = 100 \ g$  e eles se movem com uma aceleração de 1,67  $m/s^2$ . O raio da roldana é 10,0 cm. Determine a sua massa. Considere o momento de inércia da roldana seja igual a  $I = MR^2/2$ .

Resp: A) 450 g B) 500 g C) 550 g D) 600 g E) 650 g F) outro

Dados: Resolução:

 $m_1 = 200 g = 0.2 kg$  Conforme a figura abaixo, as equações

 $m_2 = 100 g = 0.1 kg$  do bloco 1, 2 e da roldana são:

 $a = 1,67 m/s^2$  Bloco1:  $P_1 - T_1 = m_1 a$  (I)

R = 10.0 cm = 0.1 m Bloco2:  $T_2 - P_2 = m_2 a$  (II)

 $I = MR^2/2$  Roldana:  $M_{T_1} - M_{T_2} = I \alpha$ 

M = ? Onde:  $M_{T_1} = T_1 R$ ;  $M_{T_2} = T_2 R$ ;  $\alpha = \frac{a}{R}$ 

Roldana:  $R(T_1 - T_2) = \frac{MR^2}{2} \frac{a}{R} \to T_1 - T_2 = \frac{Ma}{2}$  (III)

Formando um sistema de 3 equações:

$$\begin{cases} m_1g-T_1=m_1a\\ T_1-T_2=\frac{Ma}{2}\\ T_1-m_2g=m_2a \end{cases}, \text{ simplificando as tensões vem: }$$

$$m_1g - m_2g = m_1a + m_2a + \frac{Ma}{2} \rightarrow g(m_1 - m_2) - a(m_1 + m_2) = \frac{Ma}{2}$$

Isolando a massa da roldana M:

$$M = \frac{2[g(m_1 - m_2) - a(m_1 + m_2)]}{a}$$
, colocando os dados, fica:

$$M = \frac{2[9,8(0,2-0,1)-1,67(0,2+0,1)]}{1,67} \to M = 0,573 \ kg \approx 0,6 \ kg$$

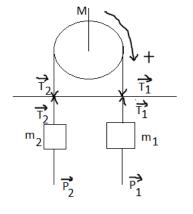
Como 1kg=1000 g , M = 600 kg , Línea D)

**16°)** (**Exame-UAN-2019**) Numa transformação a pressão de um gás perfeito diminuiu duas vezes e o volume aumentou de 140 *l* a temperatura também acrescentou a 20%. Determine o volume inicial.

Resp: A) 120 l B) 95 l C) 110 l D) 100 l E) 135 l

Dados:





$$P_1 = 2 P_2$$

$$\Delta V = 140 \ l \rightarrow V_2 - V_1 = 140 \ l \rightarrow V_2 = 140 \ l + V_1$$

$$\Delta T = 20\% T_1 \rightarrow T_2 - T_1 = 0.2T_1 \rightarrow T_2 = 0.2T_1 + T_1 \rightarrow T_2 = 1.2T_1$$

$$V_1 = ?$$

Resolução:

Pela equação dos gases ideias temos:  $\frac{PV}{T}$  = constante

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow \frac{2P_2V_1}{T_1} = \frac{P_2(140+V_1)}{1.2T_1}$$
, sinplificando fica:

$$2 V_1 = \frac{(140 + V_1)}{1.2} \rightarrow 2.1, 2V_1 = 140 + V_1 \rightarrow 2.4V_1 = 140 + V_1$$

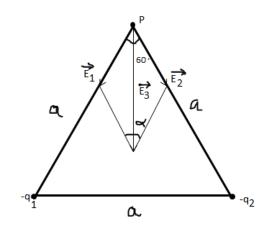
$$2.4V_1 - V_1 = 140 \rightarrow 1.4 \ V_1 = 140 \rightarrow V_1 = \frac{140}{1.4} \rightarrow V_1 = 100 \ l$$
, Linea D)

17°) (Exame 2019) Duas cargas pontuais  $q_1 =$ 

 $-50 n c e q_2 = -80 n c$  estão no vácuo, nos vêrtices de um triângulo equilátero de 20,2 cm de lado.

Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vêrtice. A constante eléctrica (constante dieléctrica do vácuo) é:  $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} \, F/m$ 

E) 
$$14kV/m$$
 F)  $17kV/m$  G) outro



Dados:

Resolução

$$q_1 = -50 \, n \, c = -50.10^{-9} \, c$$

Aplicando a regra do paralelogramo para achar a

$$q_2 = -80 n c = -80. 10^{-9} c$$

intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice

$$a = 20.2 cm = 20.2.10^{-2} m$$

(Conforme a figura projectada acima,  $\alpha = 60^{\circ}$ ):

$$k = 9.10^9 \cdot 10^9 \, N \, m^2 / C^2$$

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$
 (\*)

$$E_3 = ?$$

$$d_1 = d_2 = a = 20.10^{-2} m$$

Substituindo em (\*), temos:

$$E_{3} = \sqrt{\left(k\frac{q_{1}}{a^{2}}\right)^{2} + \left(k\frac{q_{2}}{a^{2}}\right)^{2} + 2\left(k\frac{q_{1}}{a^{2}}\right)\left(k\frac{q_{2}}{a^{2}}\right)\cos 60^{\circ}}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + q_1 q_2}$$
, substituindo os dados temos:

$$E_3 = \frac{9.10^9}{(20,2.10^{-2})^2} \sqrt{(50.10^{-9})^2 + (80.10^{-9})^2 + (50.10^{-9})(80.10^{-9})}$$

$$E_3 = 2,50.10^4 \rightarrow E_3 = 2,50.10.10^3 \rightarrow E_3 = 25,0 \text{ k V/m} \approx 25$$

$$E_3 = 25 \, kV/m$$
, Línea B)



**18°**) (**Exame 2019**) Duas cargas pontuais  $q_1 = -50 \, n \, c \, e \, q_2 = 30 \, n \, c$  distantes de  $d = 16 \, cm$  estão no eixo dos xx sendo a carga  $q_1$  na origemdo referencial (Veja figura). Determine a coordenada do

E2 2 E1 q1 E1 1 E2 q2 E1 3 E2 d2 x-d

ponto x em que a intensidade do campo eléctrico resultante E=0.

Resp: A) 71 cm B) -24 cm C) 80 cm D) -15 cm E) 64 cm

F) nenhuma

Dados:

$$q_1 = -50 n c$$

$$q_2 = 30 n c$$

Resolução:

d = 16 cm Nota: O campo eléctrico no interior (na recta que uni duas cargas

x = ? De sinais opostos) nunca se anula. Pela figura, o campo eléctrico só pode

Anular-se nas regiões 2 e 3:

Região 3: 
$$E = E_2 - E_1 \rightarrow E_2 - E_1 = 0 \rightarrow E_2 = E_1$$
 (\*)

Onde: 
$$E_1 = k \frac{q_1}{{d_1}^2}$$
  $E_2 = k \frac{q_2}{{d_2}^2}$  (As cargas estão sempre em módulo)

É fácil notar na figura que:  $d_1 = x e d_2 = x - d$ 

$$E_1 = k \frac{q_1}{x^2}$$
  $E_2 = k \frac{q_2}{(x-d)^2}$ , substituindo em (\*), temos:

$$k \frac{q_2}{(x-d)^2} = k \frac{q_1}{x^2} \rightarrow q_2 x^2 = q_1 (x-d)^2$$
, colocando os dados:

$$30x^2 = 50(x-16)^2 \rightarrow 30x^2 = 50(x^2 - 32x + 256)$$

$$30x^2 = 50x^2 - 1600x + 12800 \rightarrow 20x^2 - 1600x + 12800 = 0$$

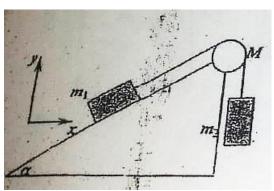
Dividir todos os termos da equação por 20 fica:

$$x^2 - 80x + 640 = 0$$
 (equação do 2º grau)

$$\chi = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(80)^2 - 4(1)(640)}}{2(1)} = \frac{80 \pm 62,97}{2}$$

$$x_1 = 70.98 \approx 71 \ cm$$
 ,  $x_1 = 71 \ cm$  e  $x_2 = 9.0 \ cm$ 

O campo eléctrico anula-se no ponto  $x_1 = 71 cm$ , Linea A)



19°) (Exame 2019/2008) Os blocos  $m_1=m_2=4,5~kg$  estão ligados por um fio inextensível de massa desprezável que passa pela gola da roldana de massa M=4,8~kg e de raio R (veja a figura). O coeficiente de atrito do bloco  $m_1$  com o plano inclinado é igual a 0,055. Determine a aceleração do bloco  $m_2$  se o plano inclinado forma o ângulo  $\alpha=45^\circ$  com a horizontal. O momento de inércia da roldana é igual a  $I=\frac{MR^2}{2}$ 

Resp: A)  $0.35 \, m/s^2 \, B$ )  $- 0.05 \, m/s^2 \, C$ )  $0.25 \, m/s^2 \, D$ )  $0.15 \, m/s^2$ 

E)  $0.40m/s^2$  F)  $-0.30 m/s^2$  G)  $0.10 m/s^2$  H) outro

Dados:

$$m_1 = m_2 = 4.5 \ kg$$

$$M = 4.8 \, kg$$

$$\mu_1 = 0.055$$

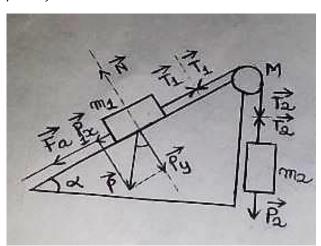
$$\alpha = 45^{\circ}$$

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$a = ?$$

Resolução:



Conforme a figura ilustrada ao lado, as equações dos corpos serão:

$$\begin{cases} corpo \ 1: ox: T_1 - F_a - P_1 \ sen \alpha = m_1 a \ ; \ oy: N - P_1 = 0 \\ corpo \ 2: oy: \ P_2 - T_2 = m_2 a \\ roldana: T_2 \ R - T_1 R = I \beta \rightarrow (T_2 - T_1) \ R = I \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} corpo\ 1: T_1 - u_1 m_1 g cos\alpha - m_1\ g\ sen\alpha = m_1 a\ (*)\ ; \quad oy: N = m_1 g cos\alpha = 0 \\ corpo\ 2: \qquad oy: \ m_2 g - T_2 = m_2 a\ (**) \end{cases}$$
 
$$roldana: \quad T_2 - T_1 = \frac{M\ a}{2}\ (***)$$
 
$$\beta \ \acute{e}\ a\ acelera\~{e}\~{a}\~{o}\ angular: \beta = \frac{a}{R}$$

Formando um sistema com as equações (\*), (\*\*) e (\*\*\*), temos:

$$\begin{pmatrix} T_1 - u_1 m_1 g \cos \alpha - m_1 \ g \ sen \alpha = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ T_2 - T_1 = \frac{M \ a}{2} \end{pmatrix} \text{Resolvendo pelo método de redução:}$$

$$m_2g-u_1m_1gcoslpha-m_1\,g\,senlpha=m_1a+m_2a+rac{M\,a}{2}$$

$$m_2g - m_1g(u_1cos\alpha + m_1sen\alpha) = a(m_1 + m_2 + \frac{M}{2})$$

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g(u_1 cos\alpha + sen\alpha)}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)}$$
, substituindo os dados vem:

$$a = \frac{4,5.9,8 - 4,5.9,8(0.055. \ cos45^{\circ} + sen45^{\circ})}{\left(4,5 + 4,5 + \frac{4,8}{2}\right)} \rightarrow a = 0,98 \ m/s^{2} \quad , \text{Línea H})$$



20°) (Exame 2019/2008 – V2E)

de d=12~cm, estam no eixo dos xx sendo carga  $q_1$  na origem do referencial (veja a figura). No ponto x = 9.6 cm o potencial do campo eléctrico resultante  $\varphi = 0$ . Qual é a distância entre as cargas ?

Resp: A) 9,6 cm B)10,0 cm C) 12,0 cm D) 13,2 cm E) 11,1 cm F) 14,4 cm

G) 8,4 cm H) outro

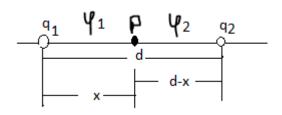
Dados:

$$q_1 = 88 \, nC$$

$$q_2 = -22 \, nC$$

$$d = 12 cm$$

$$x = ?$$



Resolução:

No ponto P o potencial do campo eléctrico é nulo:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 0 \rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2 (*)$$

Sabe-se que: 
$$\varphi_1=k\;\frac{q_1}{d_1}\;(**)\;e\;\varphi_2=k\;\frac{q_2}{d_2}\;(***)$$
 ,temos:

$$k \frac{q_1}{d_1} = -k \frac{q_2}{d_2} \rightarrow \frac{q_1}{d_1} = -\frac{q_2}{d_2} \rightarrow q_1 d_2 = -q_2 d_1 (I)$$

Pelo gráfico é fácil notar que:

$$d_1 = x e d_2 = d - x$$
, substituindo em (I), temos:

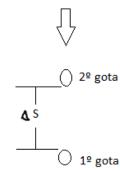
$$q_1(d-x) = -q_2x$$
 (II), substituindo os dados em (II), temos:

$$44(d-9.6) = -(-22)(9.6) \rightarrow 44d - 422.4 = 211.2$$

$$44d = 422,4 + 211,2 \rightarrow 44 d = 633,6 \rightarrow d = \frac{633,6}{44} \rightarrow d = 14,4 cm$$

x = 14.4 cm, Línea F)

21°) (Exame UAN -2019) A cada 0,1s as gotas d'água pingam do orifício de um canudo vertical. A aceleração de sua queda é 9,81  $m/s^2$ . Determinar a distância entre a primeira e a segunda gota, passado 1s após a partida da primeira gota.



Dados:

Resolução:

 $g = 9.81 \, m/s^2$ O movimento da gota é parecido a um corpo que cai em queda livre, a

 $\Delta t = 0.1 s$ Distância entre a primeira e a segunda gota pode ser calculada pela

$$t_2 = 1s$$
 Relação:  $\Delta s = s_2 - s_1$  (\*)

$$\Delta s = ?$$
 Onde  $s_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 (**) e s_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 (***)$ 

Substituindo em (\*\*) e (\*\*\*) em (\*), temos:

$$\Delta s = s_2 - s_1 \rightarrow \Delta s = \frac{1}{2} g t_2^2 - \frac{1}{2} g t_1^2 (I)$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t \rightarrow 1 = t_1 + 0.1 \rightarrow t_1 = 1s - 0.1s \rightarrow t_1 = 0.9 s$$

Substituindo os dados em (I), temos:

$$\Delta s = \frac{1}{2} g t_2^2 - \frac{1}{2} g t_1^2 \rightarrow \Delta s = \frac{1}{2} (9.81) (1)^2 - \frac{1}{2} (9.81) (0.9)^2$$

$$\Delta s = 0.93195 \approx 0.932 \, m$$
 ,  $\Delta s = 0.932 \, m$ 



88 nC e  $q_2 = -22$  nC distantes

de d = 12 cm, estam no eixo dos xx a carga  $q_1$  na origem do referencial. Determine a coordenada do ponto x em que o pontencial do campo eléctrico resultante  $\varphi = 0$ .

Resp: A) 9.6 cm B) - 1.5 cm C) 6.6 cm

$$(D) - 2.5 \ cm \ E) 10.2 \ cm \ F) 11.7 \ cm$$

$$G)$$
 8,4 cm  $H)$  outro

Dados:

$$q_1 = 88 \, nC$$

$$q_2 = -22 \, nC$$

Resolução:

d = 12 cmNo ponto P o potencial d campo eléctrico resultante é nulo:

$$x = ?$$
  $\varphi_1 + \varphi_2 = 0 \rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2 (*)$ 

Sabe-se que: 
$$\varphi_1=k\; \frac{q_1}{d_1}\;(**)\; e\; \varphi_2=k\; \frac{q_2}{d_2}\;(***)$$
 ,temos:

$$k \frac{q_1}{d_1} = -k \frac{q_2}{d_2} \rightarrow \frac{q_1}{d_1} = -\frac{q_2}{d_2} \rightarrow q_1 d_2 = -q_2 d_1$$
 (I)

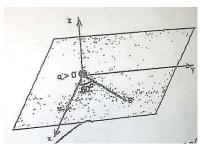
Pelo gráfico é fácil notar que:

 $d_1 = x e d_2 = d - x$ , substituindo em (I), temos:

 $q_1(d-x) = -q_2x$  (II), substituindo os dados em (II), temos:

$$88(12 - x) = -(-22)x \rightarrow 1056 - 88x = 22x \rightarrow 1056 = 22x + 88x$$

$$1056 = 110x \rightarrow x = \frac{1056}{110} \rightarrow x = 9.6 \ cm$$
, Línea A)



23°) (Exame UAN-2019/2016) Um protão move-se com uma velocidade  $v=1,0.10^8\ ex$  quando entra numa região onde o campo magnético B de intensidade 2,0 T, faz um ângulo de 60° grau com o eixo xx, no plano xy conforme mostra a figura. Sabendo que o valor da carga do protão é 1,6.  $10^{-19}\ C$  e a massa é 1,67.  $10^{-27}\ kg$ . Determine para o instante inicial a aceleração do protão.

Resp: A)  $1,08 \times 10^{16} \ m/s^2$  B)  $1,9 \times 10^{16} \ m/s^2$  C)  $1,4 \times 10^{16} \ m/s^2$  D)  $1,9 \times 10^{14} \ m/s^2$  E)  $2,5 \times 10^{14} \ m/s^2$  )  $0,9 \times 10^{16} \ m/s^2$  )  $2,5 \times 10^{16} \ m/s^2$  H) outro

Dados:

resolução.

 $v = 1.0.10^8 ex (m/s)$ 

o protão ao penetrar sobre a região onde existe um campo

B = 2.0 T

magnético sobre ele actua uma força magnética de

 $\alpha = 60^{\circ}$ 

intensidade  $\overrightarrow{F_m} = |q|v B sen \alpha$ . De acordo a lei

 $q_p = 1.6.10^{-19} C$ 

fundamental da dinâmica vem  $\overrightarrow{F_m} = m_n a = |q|v B sen \alpha$ 

$$m = 1,67.10^{-27} \, kg$$

$$m_p a = |q| v B sen \alpha \rightarrow a = \frac{|q| v B sen \alpha}{m_p}$$
 (\*)

a =? A velocidade está dada em forma vectorial:  $v = 1,0.10^8 ex + 0 ey (m/s)$ 

Vamos achar o módulo de  $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$ 

$$v = \sqrt{(1,0.10^8)^2 + (0)^2} \rightarrow v = 1,0.10^8 \, m/s$$

Substituindo os dados em (\*) temos:

$$a = \frac{|1,6.10^{-19}|.1,0.10^{8}.2,0.sen60^{\circ}}{1,67.10^{-27}} = 1,659.10^{16} \approx 1,7 \text{ m/s}$$

$$a = 1.7.10^{16} \, m/s$$
, Línea H)

**24°**) (**Exame 2019/ 2008**) Uma bola é lançada com a velocidade de 10m/s que forma um ângulo de 28,5° com a horizontal, do cimo de um terraço cuja altura é o dobro do alcance atingido pela bola. Determine o alcance da bola.

A) 30 m B) 50m C) 60 m D) 45 m E) 40 m F) 55 m G) 35 m H) outro

Dados:

Resolução:

 $v_0 = 10 \, m/s$ 

O lançamento é oblíquo. Equação horária do movimento da bola é:

$$h_0 = 2x$$

$$h = h_0 + v_0 sen \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$
 (\*)

# ACADEMIA CLÍNICA DO SABER -DEPARTAMENTO DE SUPERAÇÃO ACADÉMICA

 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  Num lançamento oblíquo o alcance é:  $x = v_0 \cos \alpha t$ 

x=? Onde t é o tempo que a bola leva para chegar ao solo (Quando a bola chega ao solo h=0)

$$x = v_0 \cos\alpha t \to t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \ (**)$$

Substituindo (\*\*) em (\*), temos: 
$$0 = 2x + v_0 sen\alpha \left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 cos\alpha}\right)^2$$

$$0 = 2x + xtg\alpha - \frac{1}{2}g \frac{x^2}{(v_0 \cos \alpha)^2} \to \frac{1}{2}g \frac{x^2}{(v_0 \cos \alpha)^2} = 2x + xtg\alpha$$

Dividir todos os termos por x, temos:

$$\frac{1}{2} g \frac{x}{(v_0 cos\alpha)^2} = (2 + tg\alpha) \rightarrow gx = 2(2 + tg\alpha) (v_0 cos\alpha)^2$$

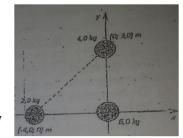
$$x = \frac{2(2+tg\alpha)(v_0cos\alpha)^2}{g}$$
, substituindo os dados temos:

$$x = \frac{2(2+tg28,5^{\circ})(10cos28,5^{\circ})^2}{9,8} \rightarrow x = 40,08 \approx 40 \ m$$

$$x = 40 m$$
, Línea E)

25°) (Exame 2019) Três partículas A, B e C de massas 2kg, 4kg e 6kg encontram-se

dispostas nos vértices de um triângulo rectângulo A (0; 0) m, B (0; 3) m e C (4; 0). Determine a força gravitacional a que fica sujeita a partícula B devido a interacção com outras partículas, admitindo que as partículas estão isoladas do resto do universo. Considere  $G=6,67.\ 10^{-11}\ N.\frac{m^2}{kg^2}$ 



A) 8,5. 
$$10^{-11}N$$
 B) 10,5.  $10^{-11}N$  C) 12,5.  $10^{-11}N$  D) 15,5.  $10^{-11}N$ 

E) 
$$16.0.10^{-11}N$$
 F)  $18.5.10^{-11}N$  G)  $21.5.10^{-11}N$  H) outro

Dados: Resolução

 $m_A = 2kg$  Conforme a figura a partícula B fica sujeita a

 $m_B = 4kg$  uma força de intensidade:

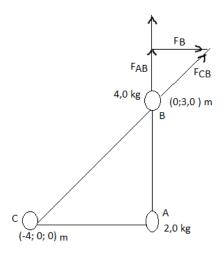
$$m_C = 6kg$$
  $F_{GB} = \sqrt{(F_{GAB})^2 + (F_{GCB})^2}$  (\*)

A (0; 0) m, De acordo a lei da gravitação universal,

temos: 
$$F_{GAB} = G \frac{m_A m_B}{(d_{AB})^2} e F_{GCB} = G \frac{m_B m_C}{(d_{CB})^2}$$

B (0; 3) m É fácil notar na figura que:  $d_{CB} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5 m \text{ e}$ 

C (4; 0) 
$$d_{BA} = 3 m$$



G= 6,67. 
$$10^{-11} N. \frac{m^2}{kg^2}$$
  $F_{GAB} = 6,67. 10^{-11} \frac{2.4}{(3)^2} \rightarrow F_{GBA} = 5,93. 10^{-11} N \approx 6. 10^{-11} N$ 

$$F_{GB} = ?$$
  $F_{GBC} = 6,67.10^{-11} \frac{4.6}{(5)^2} \rightarrow F_{GBC} = 6,4032.10^{-11} N \approx 6.10^{-11} N$ 

Substituindo os valores de  $F_{GAB}$  e  $F_{GCB}$  em (\*) temos:

$$F_{GA} = \sqrt{(6.10^{-11})^2 + (6.10^{-11})^2}$$

$$F_{GA} = 8,48.\,10^{-11} \approx 8,5.\,10^{-11}$$
 ,  $F_{GA} = 8,5.\,10^{-11}N$  , Línea A)



de  $d = 15 \, cm$ , estam no eixo dos xx a carga  $q_1$  na origem do referencial. Determine a coordenada do ponto x em que o pontencial do campo eléctrico resultante  $\varphi = 0$ .

Resp: A) 8,5 cm B) - 5,0 cm C) 7,5 cm D)12,0 cm E) 10,5 cm F) 13,5 cm

G) 9,8 cm H) outro

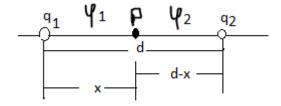
Dados:

$$q_1 = -88 \, nC$$

$$q_2 = 22 nC$$

$$d = 15 cm$$

$$x = ?$$



Resolução:

 $k = 9.10^9$ No ponto P o potencial do campo eléctrico é nulo:

No ponto P o potencial do campo eléctrico é nulo:

$$\begin{array}{l} \varphi_1 + \varphi_2 = 0 \ \to \ \varphi_1 = - \ \varphi_2 \ (*) \quad \text{Sabe-se que: } \varphi_1 = k \ \frac{q_1}{d_1} \ (**) \ e \ \varphi_2 = k \ \frac{q_2}{d_2} \ (***) \ , \text{temos:} \\ k \ \frac{q_1}{d_1} = -k \ \frac{q_2}{d_2} \ \to \ \frac{q_1}{d_1} = - \ \frac{q_2}{d_2} \ \to \ q_1 d_2 = - q_2 d_1 \ \ (I) \end{array}$$

Pelo gráfico é fácil notar que:  $d_1 = x e d_2 = d - x$ , substituindo em (I), temos:

 $q_1(d-x) = -q_2x$  (II), substituindo os dados em (II), temos:

$$-88(15-x) = -(22)x$$
 →  $-1320 + 88x = -22x$  →  $88x + 22x = 1320$  →  $110x = 1320$  →  $x = \frac{1320}{110}$  →  $x = 12$  cm ,  $x = 12$  cm , Línea D)

27°) (Exame 2019) Três partículas A, B e C de massas 2kg, 4kg e 6kg encontram-se dispostas nos vértices de um triângulo rectângulo A (0; 0) m, B (0; 3) m e C (4; 0). Determine a força gravitacional a que fica sujeita a partícula A devido a interacção com outras partículas, admitindo que as partículas estão isoladas do resto do universo. Considere G = 6.67.

$$10^{-11} N. \frac{m^2}{kg^2} A)$$
 8,5.  $10^{-11} N$  B) 10,5.  $10^{-11} N$  C) 12,5.  $10^{-11} N$  D) 15,5.  $10^{-11} N$ 

E)  $16,0.10^{-11}N$  F)  $18,5.10^{-11}N$  G)  $21,5.10^{-11}N$  H) outro

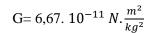
$$m_A = 2kg$$

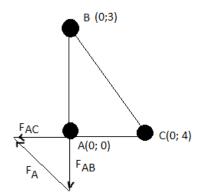
$$m_B = 4kg$$

$$m_C = 6kg$$

B (0; 3) m

C(4;0)





 $F_{GA}$  =? Conforme a figura a partícula A fica sujeita a uma força de intensidade:

$$F_{GA} = \sqrt{(F_{GAB})^2 + (F_{GAC})^2}$$
 (\*) De acordo a lei da gravitação universal, temos:

$$F_{GAB}=G~rac{m_A\,m_B}{(d_{AB})^2}$$
 e  $F_{GAC}=G~rac{m_B\,m_C}{(d_{AC})^2}$ ; É fácil notar na figura que:  $d_{AB}=3~m~e~d_{AC}=4~m$ 

$$F_{GAB} = 6,67.10^{-11} \frac{2.4}{(3)^2} \rightarrow F_{GAB} = 5,9.10^{-11} N$$

$$F_{GAC}=6,67.\,10^{-11}\,\frac{2.6}{(4)^2} \rightarrow F_{GBC}=5.\,10^{-11}\,N$$
; Substituindo os valores de  $F_{GAB}$  e  $F_{GAC}$  em (\*) temos:  $F_{GA}=\sqrt{(5,9.\,10^{-11}.\,10^{-11})^2+(5.\,10^{-11}.\,10^{-11})^2}$ 

$$F_{GA} = 7.7.10^{-11} N$$
, Línea H)

## **III-EXAMES DE ACESSO 2018**

**28°)** (Exame UAN- 2018) Uma pista retilinta tem 2000 m de comprimento. Um móvel faz a primeira metade do percurso com um movimento uniformemente acelerado partindo do repouso, em 30 s. A segunda metade, ele faz um movimento uniformemente retardado com a aceleração constante de  $-1 \ m/s^2$  até cortar a meta. Qual é a velocidade média deste movimento

A) 
$$25\frac{m}{s}$$
 B)  $66.7\frac{m}{s}$  C)  $20.1\frac{m}{s}$  D)  $42.4\frac{m}{s}$  E)  $14.5\frac{m}{s}$  F)  $35.5\frac{m}{s}$  G)  $95.7\frac{m}{s}$  H) outro

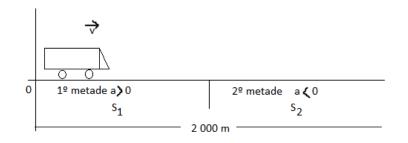
Dados:

$$s = 2000 \, m$$

$$s_1 = \frac{s}{2} = 1000 m$$

$$s_2 = \frac{s}{2} = 1000 m$$

$$t_1 = 30s$$



$$a = -1 m/s^2$$

Resolução:

$$v_m = ?$$
 A velocidade média do móvel é:  $v_m = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$ 

Como: 
$$s = s_1 + s_2$$
;  $v_m = \frac{s}{t_1 + t_2}$  (\*)

1° etapa ( a>0, MRUA): quando parte do repouso  $v_0=0$ )

$$s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$
 onde  $a = \frac{v}{t_1}$ ;  $s_1 = \frac{1}{2} \frac{v}{t_1} t_1^2 \rightarrow s_1 = \frac{v t_1}{2} \rightarrow v = \frac{2s_1}{t_1}$ , colocando os dados:

$$v = \frac{2.1000}{30} \rightarrow v = 66,66 \approx 66,7 \frac{m}{s} \rightarrow v = 66,7 \text{ m/s}$$

2° etapa (a < 0, MRUR): nesta etapa ele adquir  $v_0 = 66.7 \text{ m/s}$ )

$$s_2 = v_0 \; t_2 - \frac{1}{2} \; a \; (t_2)^2$$
 , colocando os dados temos:

$$1000 = 66.7 \ t_2 - \frac{1}{2} \ (1)(t_2)^2 \to 1000 = 66.7 \ t_2 - 0.5(t_2)^2$$

$$0.5(t_2)^2 - 66.7 t_2 + 1000 = 0$$
 (Equação do 2° grau)

$$t_2 = \frac{-(-66,7) \pm \sqrt{(66,7)^2 - 4(0,5)(1000)}}{2(0,5)} = 66,7 \pm 49,5$$

 $t_2 = 116,2 \text{ s}$  ( não faz sentido )

 $t_2 = 17.2 s$  (Valor verdadeiro do tempo)

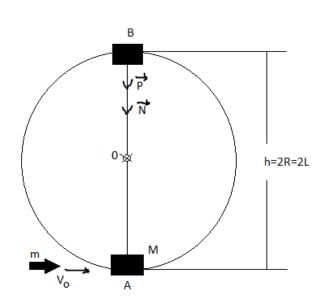
Substituindo o tempo e os outros valores na equação (\*), vem:

$$v_m = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{2000}{30 + 116,2} \rightarrow v_m = 13,7 \text{ m/s} \text{ (Nenhuma opção)}$$

$$v_m = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{2000}{30 + 17,2} \rightarrow v_m = 42,37 \approx 42,4 \rightarrow$$

$$v_m = 42.4 \, m/s$$
, Línea D)

29°) (Exame 2018/2016) Considerando um pequeno corpo A de massa  $M=120\,g$ , suspenso por um fio inextensível e de massa desprezível como indica a figura ao lado. O corpo A pode mover-se no plano vertical. A distância entre o centro de massa do corpo A e o ponto O é  $L=40\,cm$ . Um projéctil de massa m=12g e velocidade inicial  $v_0$  ,colide com o corpo A, inicialmente em repouso, ficando nele incrustado. Determine o valor mínimo de  $v_0$  do projéctil de modo que o sistema consiga descrever a trajetória circular no plano vertical. Considere desprezáveis todas as forças resistentes. Resp: A) 25 m/s B) 32 m/s C) 39 m/s D) 50 m/s E) 55 m/s F) 44 m/s



G) 61,5 m/s H) outro

Dados:

Resolução:

$$M = 120g = 120.10^{-3}kg$$

Quando o projétil choca-se com o corpo A, fica

$$L = 40 \ cm = 40.10^{-2} m$$

Incrustado nele, logo, o momento linear se conserva

$$m = 12g = 12.10^{-3}kg$$

$$p_0 = p_f \rightarrow p_{p0} + p_{c0} = p_{pf} + p_{cf}$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$m v_0 + MV_0 = mv + MV$$

$$v_0 = ?$$

Como inicialmente o corpo está em repouso:  $V_0 = 0$ 

Depois do choque o projéctil fica incrustado no corpo A e movimentam-se juntos, logo o choque é perfeitamente inelástico (V = v)

$$m v_0 + M(0) = mv + Mv \rightarrow m v_0 = v(m+M) \rightarrow v_0 = \frac{v(m+M)}{m}$$
 (\*)

Como o sistema corpo-projéctil ascende a uma altura h após o choque, e estão sob o efeito da força de gravidade que é conservativa, podemos aplicar a lei da conservação da energia mecânica para achar a velocidade v

$$E_{M0} = E_{Mf} \rightarrow E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf}$$
 (I)

No inicio no instante do choque:  $E_{p0} = 0$ ,  $E_{c0} = \frac{1}{2} (m + M)v^2$ 

No fim do movimento:  $E_{cf} = \frac{1}{2} (m + M)v_c^2 e E_{pf} = (m + M)g h$ 

Onde:  $v_c$  é a velocidade crítica

Substituindo em (I), vem:

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = \frac{1}{2}(m+M)v_c^2 + (m+M)gh$$
, simplificando fica:

$$v^2 = v_c^2 + 2gh$$
 (II)

No ponto mais alto da trajetória (ponto B), temos:

$$T + P = (m + M)a_c \rightarrow T + (m + M)g = \frac{(m+M)v_c^2}{R}$$

A corda no ponto mais alto da trajetória froxa, logo: T = 0

$$(m+M)g = \frac{(m+M)v_c^2}{R} \to gR = v_c^2 \to v_c^2 = gR$$

Conforme a figura é fácil notar que: R = L, h = 2L

Substituindo em (II), temos:

$$v^2 = gL + 2g(2L) \rightarrow v^2 = gL + 4gL \rightarrow v^2 = 5gL \rightarrow$$

$$v = \sqrt{5gL} \ (**)$$

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$v_0 = \frac{\sqrt{5gL}(m+M)}{m}$$
, substituindo os dados, temos:

$$v_0 = \frac{\sqrt{5.10.40.10^{-2}(12.10^{-3} + 120.10^{-3})}}{12.10^{-3}} \rightarrow v_0 = \frac{4,5(132)}{12} \rightarrow v_0 = 49,5 \approx 50 \quad v_0 = 50 \text{ m/s} \text{ , Linea D)}$$

**30°)** (**Exame 2018 V 2E**) O motorista de um autocarro que se move a 72km/h a vista um peão a 128m, que no mesmo instante inicia a travessia. Ele pisa imediatamente no travão que lhe impõe uma aceleração de -1m/s², porém insuficiente para para travar completamente o veículo a tempo. A largura do autocarro é de 3m, e o peão faz a travessia com velocidade constante. Qual velocidade mínima deve desenvolver o peão, para que não seja atropelado pelo autocarro? Respostas:

A) 0,22m/s B)1,45m/s C) 3,33m/s D) 3,28m/s E)1,02m/s F)0,375m/s G)4,02m/s H) Outro

Dados:

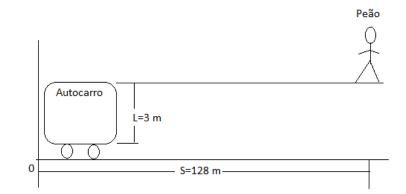
$$v_0 = 72km/h = 20 m/s$$

$$s = 128 m$$

$$a = -1 m/s^2$$

$$L = 3 m$$

$$v_p = ?$$



Resolução:

Equação horária do autocarro:

substituindo os dados temos:

$$s_A = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

O autocarro percorrerá 128m até chegar ao peão, logo:  $s_A = 128 m$ 

$$128 = 20t + \frac{1}{2}(-1)t^2 \rightarrow 256 = 40t - t^2 \rightarrow t^2 + 40t + 256 = 0$$

$$t^2 - 40t + 256 = 0$$
 (equação do 2º grau)

$$t = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(40)^2 - 4(1)(256)}}{2(1)} = \frac{40 \pm 24}{2}$$

$$t_1 = 8 s e t_2 = 32 s$$

O tempo mínimo é:  $t_{min} = 8 s$ 

Equação horária do peão: ( v do peão é constante, MRU)

$$s_p = v_{min} t_{min} \rightarrow v_{min} = \frac{s_p}{t_{min}}$$
 (\*)

Para que o peão não seja atropelado ele deve percorrer uma distância

$$s_p \ge L$$
 ou seja:  $s_p = 3 m$ 

Obs: Tomando como a origem dos tempos a partida do autocarro, para o peão o instante será o mesmo. Substituindo na equação (\*), vem:

$$v_{min} = \frac{3}{8} \rightarrow v_{min} = 0.375 \, m/s$$
 , Línea F)

**31º**) (**Exame 2018**) Um sistema esquematizado na figura ao lado está inicialmente em repouso. As massas dos blocos são de 3.0 kg Para o bloco do lado esquerdo e 2.0 kg, para o bloco do lado direito separados de 5 m de distância. O cordel de baixo é cortado. Quanto tempo, após o corte, os corpos se cruzarão?

#### Resp:

Dados: Resolução:

 $m_A = 3.0 \ kg$  Vamos considerar o bloco de massa  $m_A$ 

 $m_B = 2.0 \ kg$  como o corpo referencial. Como os blocos se

h = 5m movimentam verticalmente, vamos aplicar

 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  as equações do movimento vertical.

t = ? Equações do bloco  $m_A$ :

$$P_A - T_A = m_A a \rightarrow m_A g - T_A = m_A a$$
 (\*)

Equação da posição:  $H_A = \frac{1}{2} a t^2$  (I)

Equações horárias do bloco  $m_B$ :

$$T_B - P_B = m_B a \rightarrow T_B - m_B g = m_B a$$
 (\*\*)

Equação da posição:  $H_B=h-\frac{1}{2}~a~t^2$  (II)

Como o fio é inextensível e sem massa, temos:  $T_A = T_B$ , a = a

Formando um sistema com as equações (\*) e (\*\*), para encontramos a aceleração com que se move o sistema temos:

$$\left\{egin{aligned} &m_A \ g - T_A = m_A \ a \ T_B - m_B \ g = m_B \ a \end{aligned}
ight\}$$
, pelo método de redução fica:

$$m_A g - m_B g = m_A a + m_B a \rightarrow g(m_A - m_B) = a (m_A + m_B)$$

$$a = \frac{g(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)}$$
, colocando os dados na fórmula, temos:

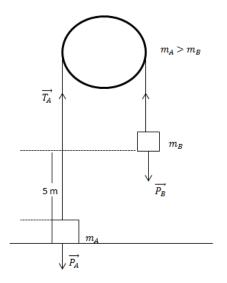
$$a = \frac{9,8(3-2)}{(3+2)} \rightarrow a = 1,96 \text{ m/s}^2$$

Os corpos se cruzam quando:  $H_A = H_B$ , vamos igualar as equações (I) e (II):

$$\frac{1}{2} a t^2 = h - \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a t^2 = 2h - a t^2 \rightarrow 2a t^2 = 2h \rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{a}}$$

Substituindo os dados temos:

$$t = \sqrt{\frac{5}{1,96}} \to t = 1,597 \approx 1,6 \text{ s } \to t = 1,6 \text{ s }$$
, Linea C)



**32°**) (**Exame 2018**) Três cargas pontuais todas de módulo iguais a 50  $\mu$  c estão dispostas nos vértices de um losângulo, conforme mostra a figura ao lado. Sabendo-se que a diagonal maior D, mede o dobro da diagonal menor d, e L=10 cm, determine a energia potencial do sistema.

Resp: A) 
$$205 J b$$
)  $-100 J C$ )  $-304 J D$ )  $107 J E$ )  $-198 J F$ )  $150 J G$ )  $333 J$ 

H) outro

Dados:

$$q_1 = 50 \,\mu\,c = 50.10^{-6} \,\mathrm{c}$$

$$q_2 = q_3 = -50 \,\mu\,c = -50.10^{-6} \,\mathrm{c}$$

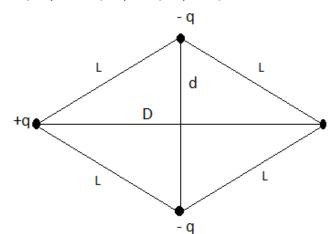
$$D = 2 d$$

$$L = 10 \ cm = 10.10^{-2} \ m$$

$$k = 9.10^9$$

$$w_s = ?$$

Resolução:



Conforme a figura a energia potencial do sistema será a soma do par ordenado das três cagas, ou seja:

$$W_S = W_{12} + W_{23} + W_{13}$$
 (\*)

Calculando em parte:

$$w_{12} = \frac{kq_1q_2}{d_{12}} (I); w_{23} = \frac{kq_2q_3}{d_{23}} (II); w_{13} = \frac{kq_1q_3}{d_{13}} (III)$$

Pelo gráfico é fácil notar que (D = 2d):

$$L^{2} = \left(\frac{D}{2}\right)^{2} + \left(\frac{d}{2}\right)^{2} \rightarrow L^{2} = d^{2} + \frac{d^{2}}{4} \rightarrow L^{2} = \frac{5d^{2}}{4} \rightarrow d = \frac{2L}{\sqrt{5}} \rightarrow$$

Assim as distância entre as cargas é:

$$d_{12} = L$$
,  $d_{13} = L$ ,  $d_{23} = d \rightarrow d_{23} = \frac{2L}{\sqrt{5}}$ 

Substituindo nas equações (I), (II) e (III), vem:

$$w_{12}=rac{kq_1q_2}{L}$$
 ;  $w_{23}=rac{\sqrt{5}kq_2q_3}{2L}$  ;  $w_{13}=rac{kq_1q_3}{L}$  (\*\*)

Substituindo as equações(\*\*) em (\*) vem:

$$W_S = \frac{kq_1q_2}{L} + \frac{\sqrt{5}kq_2q_3}{2L} + \frac{kq_1q_3}{L}$$
, substituindo os dados temos:

$$w_{\scriptscriptstyle S} = \frac{9.10^9 (50.10^{-6}) (-50.10^{-6})}{10.10^{-2}} + \frac{\sqrt{5} \ 9.10^9 (-50.10^{-6}) (-50.10^{-6})}{2.10.10^{-2}} + \frac{9.10^9 (50.10^{-6}) (-50.10^{-6})}{10.10^{-2}}$$

$$w_s = -225 + 252 - 225 \rightarrow w_s = -198 J$$
, Linea E)

33°) (Exame 2018/2010) um cubo de madeira ( $\rho_m=650~kg/m^3$ ) flutua num líquido de densidade ( $\rho_l=0.86~g/ml$ ). Determine o lado do cubo se a altura da parte mergulhada (imersa) for de 11,4 cm

Resp: A) 14 cm B) 15 cm C) 17 cm D) 12 cm E) 18 cm F) 13 cm

G) 16 cm H) outro

Dados:

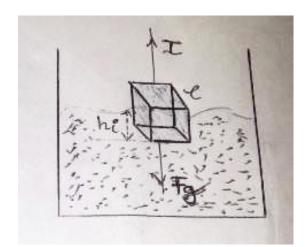
$$\rho_m = 650 \, kg/m^3$$

$$\rho_l = \frac{0.86g}{ml} = 0.86. \, 10^3 kg/m^3$$

$$h_i = 11.4 \, cm$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$l = ?$$



## Resolução:

Pela lei e Arquimedes as forças que actuam sobre o cubo de madeira são o empuxo ( *I* ) e a força de gravidade. Como o cubo está em equilíbrio, pela 2º lei de Newton a resultante das forças é nula:

$$I - F_q = 0 \rightarrow I = F_q \quad (*)$$

Onde: 
$$I = \rho_l V_i g e F_g = m_c g$$

$$V_i$$
 é o volume imerso:  $V_i = A h_i$ 

 $m_c$  é a massa do corpo (cubo de madeira) .  $m_c = \rho_m V_c$ 

 $V_c$  é o volume do corpo:  $V_c = A l$ 

$$m_c = \rho_m A l$$

Substituindo devidamente nas fórmulas acima, temos:

$$I = \rho_l A h_i g e F_q = \rho_m A l g$$
, substituindo em (\*), vem:

$$\rho_l A h_i g = \rho_m A l g$$
, simplificando fica:

$$\rho_l \ h_i = \rho_m \ l \ \rightarrow l = \frac{\rho_l \ h_i}{\rho_m}$$
, substituindo devidamente os dados temos:

$$l = \frac{0.86.10^3.11.4}{650} \rightarrow l = 15.08 \approx 15 \rightarrow l = 15 \ cm$$
, Linea B)

**34°)** (**Exame 2018**) Duas cargas pontuais  $q_1 = 48 n c e q_2 = 65 n c$  estão no vácuo, nos vêrtices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vêrtice. A constante eléctrica (constante dieléctrica do vácuo) é:  $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} F/m$ 

Resp: A) 
$$29kV/m$$
 B)  $35kV/m$  C)  $25kV/m$  D)  $22kV/m$ 

E) 
$$29kV/m$$
 F)  $17kV/m$  G)  $50kV/m$  H) outro

Dados:

$$q_1 = 48 n c = 48.10^{-9} c$$

$$q_2 = 65 n c = 65. 10^{-9} c$$

$$a = 20 \ cm = 20.10^{-2} m$$

$$k = 9.10^9$$

$$E_3 = ?$$



Aplicando a regra do paralelogramo para achar a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice (conforme a figura projetada,  $\alpha=60^{\circ}$ ) temos:

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$
 (\*)

Onde: 
$$E_1 = k \frac{q_1}{d_1^2}$$
  $E_2 = k \frac{q_2}{d_2^2}$ 

$$d_1 = d_2 = a = 20.10^{-2} m$$

Substituindo em (\*), temos:

$$E_3 = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{a^2}\right)^2 + 2\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)\left(k\frac{q_2}{a^2}\right)\cos 60^\circ}$$

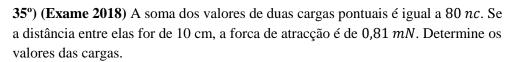
$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + q_1 q_2}$$
, substituindo os dados temos:

$$E_3 = \frac{9.10^9}{(20.10^{-2})^2} \sqrt{(48.10^{-9})^2 + (65.10^{-9})^2 + (48.10^{-9})(65.10^{-9})}$$

$$E_3 = 2,210.\,10^4 \rightarrow E_3 = 2,210.10.\,10^3 \rightarrow E_3 = 22,10\;k\;V/m \approx 22$$

$$E_3 = 22 \, kV/m$$
, Línea D)



Resp: A) - 20nc e 100nc B) 66nc e 14 nc C) 30nc e 50nc

D) 
$$40nc \ e \ 40nc \ E) - 10nc \ e \ 90nc \ F) \ 20nc \ e \ 60nc \ G) - 30nc \ e \ 110nc$$

H) outro

Dados:

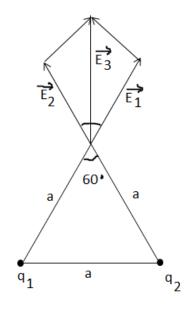
$$q_1 + q_2 = 80nc \rightarrow q_1 + q_2 = 80.10^{-9}c$$

$$d = 10cm = 0.1 m$$

$$F = 0.81 \, mN = -0.81.10^{-3} N$$

$$k = 9.10^9$$

$$q_1 = ?$$



$$q_2 = ?$$

Resolução:

Pela lei de coulomb temos:  $F = k \frac{q_1 q_2}{d^2} (*)$ 

$$q_1 + q_2 = 80.10^{-9} \rightarrow q_1 = 80.10^{-9} - q_2$$
 (\*\*), substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$F = k \frac{(80.10^{-9} - q_2)q_2}{d^2} \rightarrow F = k \frac{80.10^{-9}q_2 - q_2^2}{d^2}$$
, substituindo os dados temos:

$$-0.81.10^{-3} = 9.10^{9} \frac{(80.10^{-9} - q_{2}^{2})}{(0.1)^{2}} \rightarrow -0.81.10^{-3}.(0.1)^{2} = 720q_{2} - 9.10^{9}q_{2}^{2}$$

$$-8.1.10^{-6} = 720q_2 - 9.10^9q_2^2 \rightarrow 9.10^9q_2^2 - 720q_2 - 8.1.10^{-6} = 0$$

$$9.10^9 q_2^2 - 720 q_2 - 8100.10^{-9} = 0$$

9. 
$$10^9 q_2^2 - 720 q_2 - 8100. 10^{-9} = 0$$
 (Equação do 2º grau)

$$q_2 = \frac{-(-720) \pm \sqrt{(-720)^2 - 4(9.10^9) (-8100.10^{-9})}}{2(9.10^9)} = \frac{720 \pm 476,2}{18.10^9} = \frac{(720 \pm 900).10^{-9}}{18}$$

$$q_2 = 90nc \ e \ q_2 = -10 \ nc$$
, Línea E)

**36°)** (**Exame 2018/2016/2010**) uma estrada tem uma curva com inclinação  $\alpha$  e raio de curvatura 152 m. Se o valor máximo da velocidade com que é possível descrever a curva for de 72km/h qual deve ser a sua inclinação?

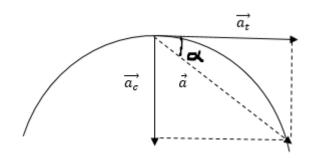
Dados:

$$v = 72km/h = 20m/s$$

$$R = 152 \, m$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$\alpha = ?$$



Resolução:

Pela figura ilustrada acima é fácil escrever a relação:

$$sen \alpha = \frac{a_c}{a} \ (*) \ , \ a_c \ \'e \ a \ aceleração \ centrípeta: \ a_c = \frac{v^2}{R} \ (**) \ ,$$

Substituindo (\*\*) em (\*), fica:

 $sen\alpha = \frac{v^2}{Ra}(***)$  Como o corpo sofre os efeitos da gravidade durante o movimento curvilíneo, temos:  $a \approx g$ , a equação (\*\*\*) fica:

$$sen\alpha = \frac{v^2}{Rg} \rightarrow \alpha = arsen\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$$
, substituindo os dados:

$$\alpha = arsen\left(\frac{(20)^2}{152.9.8}\right) \rightarrow \alpha = 15,576 \approx 16 \rightarrow \alpha = 16^{\circ}$$
, Línea B)

37º) (Exame 2018) Num circuito formado por um gerador ligado a uma resistência de 4,0  $\Omega$ , a intensidade da corrente é 0,30 A. Substituindo a essa por outra de 9,0  $\Omega$ , a intensidade da corrente passa a ser 0,15 A. Determinar a força electromotriz do gerador.

Resp: A) 3,0 V B) 6,0V C) 4,50 V D) 1,50 V E) 2,50 V F) 9,0 V G) 12,0 V H) outro

Dados:

Resolução;

 $R_1 = 4.0 \Omega$ Para um circuito simples a intensidade é determinada pela relação

$$R_2 = 9.0 \,\Omega$$
  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , Onde:  $r$  é a resistência interna do gerador

$$I_1=0.30\,\Omega$$
 1° caso:  $I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\to I_1(R_1+r)=\varepsilon\to r=\frac{\varepsilon-R_1I_1}{I_1}$  (\*)

 $I_2 = 0.15 \,\Omega$ 2º caso: quando a resistência é substituída temos:

$$\varepsilon = ?$$
  $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \to I_2(R_2 + r) = \varepsilon \to r = \frac{\varepsilon - R_2 I_2}{I_2}$  (\*\*)

Como o gerador é o mesmo a resistência interna para os dois casos é a mesma ou seja:

r = r, Igualando as equações (\*) e (\*\*), vem:

$$\frac{\varepsilon - R_1 I_1}{I_1} = \frac{\varepsilon - R_2 I_2}{I_2} \rightarrow \varepsilon I_2 - R_1 I_1 I_2 = \varepsilon I_1 - R_2 I_2 I_1$$

$$R_2 I_2 I_1 - R_1 I_1 I_2 = \varepsilon I_1 - \varepsilon I_2 \rightarrow I_2 I_1 (R_2 - R_1) = \varepsilon (I_1 - I_2)$$

$$\varepsilon = \frac{I_2 I_1 (R_2 - R_1)}{(I_1 - I_2)}$$
, substituindo os dados, vem:

$$\varepsilon = \frac{(0.15)(0.30)(9.0-4.0)}{(0.30-0.15)} \rightarrow \varepsilon = 1.50 V$$
, Línea D)

38º) (Exame 2018) Na figura ao lado, após se ligar a fonte de tensão, os capacitores são carregados até que  $V_2 = 3 V$ . Sendo  $C_1 =$ 

$$C_2 = 45 \mu F$$
 e  $C_3 = C_4 = 15 \mu F$ . Qual é a tensão na fonte( $V$ )?

Resp:



A) 2VB) 12VC) 7.5VD) 2.5VE) 2.4VF) 1.2VG) 9VH) outro

Dados:

Resolução:

 $V_2 = 3 V$ 

Quando dois capacitores estão associados em paralelo a capacidade total é

 $C_1 = C_2 = 45 \,\mu\,F$  Encontrada pela fórmula:  $C_T = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$ 

 $C_3 = C_4 = 15 \,\mu\,F$  Quando estão associados em série, é encontrada pela fórmula:

$$V = ?$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Conforme a figura  $C_3$  e  $C_4$  estão associados em paralelos, logo:

$$C_{34} = C_3 + C_4 \rightarrow C_{34} = 15 \,\mu\,F + 15 \,\mu\,F$$
,  $C_{34} = 30 \,\mu\,F$ 

Na associação em paralelo a tensão é a mesma, ou seja:

$$V_3 = V_2 = 3 V$$

Reduzimos o circuito, todos os capacitores agora estão associados em série ( $C_{34}$ ,  $C_1$ , e  $C_2$ ). Podemos achar a capacidade total do circuito pela relação:

$$\frac{1}{c_T} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_{34}} \to \frac{1}{c_T} = \frac{1}{45} + \frac{1}{45} + \frac{1}{30} \to C_T = \frac{1350}{105} \to$$

$$C_T = 12,86 \mu F$$

Na associação em série a carga é a mesma, logo:

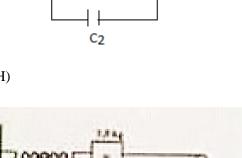
$$q_T = q_1 = q_2 = q_{34}$$

$$q_2 = V_2.\,C_2 \,\, 
ightarrow \,\, q_2 = 3.\,45 \,\, 
ightarrow \,\, q_2 = 135\,\mu\,C$$
 ,  $q_T = 135\,\mu\,C$ 

A tensão na fonte será:

$$V = \frac{q_T}{C_T} \rightarrow V = \frac{135}{12,86} = 10,497 \approx 10,5, V = 10,5, V$$
, Linea H)

**39°)** (Exame 2018) considere o sistema ao lado, em que constante elástica da mola é  $200 \ N/m$ . As massas dos corpos  $A \ e \ B$  são 4kg e 3kg, respectivamente. Sendo o coeficiente de atrito estático entre a mesa e o bloco B e a mesa igual a 0,40, determine a elongação da mola. A massa da mola, da roldana e do fio são desprezáveis, e o fio é inextensível.



#### Resp:

Dados:

$$k = 200 \, N/m$$

$$m_A = 4 kg$$

$$m_B = 3 kg$$

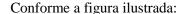
$$\mu_B = 0.40$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$x = ?$$



Como o fio é inextensível  $T_A=T_B$ , como o sistema está em equilíbrio a aceleração  $\alpha=0$ 

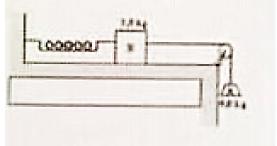


 $1^{\circ}$  corpo de massa  $m_A$ 

oy: 
$$P_A - T_A = m_A \ a \rightarrow P_A - T_A = 0 \rightarrow P_A = T_A$$
, sendo:  $P_A = m_A g$ 

$$T_A = m_A g$$
 (\*)

 $2^{\circ}$  corpo de massa  $m_B$ : as forças que actuam sobre este corpo são, a força de tensão  $T_B$  de sentido posetivo e as forças de atrito  $F_a$  e a força elástica  $F_e$  de sentidos negativos. Pela segunda lei de Newton:



В

# ACADEMIA CLÍNICA DO SABER -DEPARTAMENTO DE SUPERAÇÃO ACADÉMICA

$$ox: T_B - F_e - F_a = m_B a \rightarrow T_B - F_e - F_a = 0 \rightarrow F_e = T_B - F_a$$

Onde:  $F_a = \mu_B N_B e F_e = kx$ 

$$kx = T_B - \mu_B N_B$$

oy: 
$$N_B - P_B = 0 \rightarrow N_B = P_B$$
, onde:  $P_B = m_B g$ ,  $N_B = m_B g$ 

A fórmula do eixo ox fica:

$$kx = T_B - \mu_B m_B g \quad (**)$$

Sabe-se que:  $T_A = T_B = m_A g$  , substituindo em (\*\*) vem:

$$kx = m_A g - \mu_B m_B g \rightarrow kx = g(m_A - \mu_B m_B) \rightarrow x = \frac{g(m_A - \mu_B m_B)}{k}$$

Substituindo os dados, vem:

$$x = \frac{9.8(4-0.40.3)}{200} \rightarrow x = 0.1372 \, m \rightarrow x = 0.1372.10^{2}.10^{-2} m$$

$$x = 13,72 \ cm \approx 13,7 \ cm, x = 13,7 \ cm$$
, Línea G)

#### **IV-EXAMES DE ACESSO 2017**



**40°**) (**Exame 2017**) Um recipiente contém dois líquidos homogéneos e imiscíveis A e B com densidades respectivas de A e B. Uma esfera sólida maciça e homogêneo de 5 kg de massa permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica 800 N/m com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos respectivamente. Sendo que densidade de A é quatro vezes superior a da esfera e densidade de B seis vezes superior a da esfera. Determina a deformação da mola.

Resp: A) 0,112 m B) 0,985 m C) 0,245 m D) 0,444 m E) 0,299 m F) 0,145 m

G) 0,115 m H) outro

Dados:

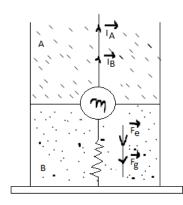
$$m_c = 5 kg$$

$$k = 800 \, N/m$$

$$V_{iA} = \frac{V_c}{2}$$

$$V_{iB} = \frac{V_c}{2}$$

$$\rho_A = 4 \rho$$



$$\rho_B = 6 \rho$$
,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $x = ?$ 

Resolução:

Pela lei de arquímedes as forças que actuam sobre o corpo são o empuxo ( $I_A \ e \ I_B \ para \ cima$ ) e a força de gravidade  $F_g$  e a força

elástica  $F_e$  para baixo . Como o sistema está em equilíbrio, pela 1º lei de Newton a resultante das forças é nula:

$$I_A + I_B - F_a - F_e = 0 \rightarrow I_A + I_B = F_a + F_e$$
 (\*)

Onde: 
$$I_A = \rho_A V_{iA} g$$
,  $I_B = \rho_B V_{iB} g e$ ,  $F_g = m_c g e F_e = kx$ 

 $V_{iA}$  é o volume imerso no líquido A,  $V_{iB}$  é o volume imerso no líquido B,  $m_c$  é a massa do corpo; Substituindo as relações encontradas na equação (\*), vem:

$$\rho_A V_{iA} g + \rho_B V_{iB} g = m_c g + kx$$
 (\*\*) Pelos dados sabe-se que:

$$V_{iA} = \frac{V_c}{2}$$
,  $V_{iB} = \frac{V_c}{2}$ ,  $\rho_A = 4 \rho$  e  $\rho_B = 6 \rho$  Substituindo em (\*\*), temos:

$$(4\rho)\left(\frac{v_c}{2}\right)g + (6\rho)\left(\frac{v_c}{2}\right)g = m_c g + kx$$
, reduzindo vem:

$$2 \rho V_c g + 3 \rho V_c g = m_c g + kx$$
 (\*\*\*), Sabe-se que:  $m_c = \rho V_c$ , substituindo em (\*\*\*), vem:

$$2m_c g + 3m_c g = m_c g + kx \rightarrow 5 m_c g = m_c g + kx$$

5 
$$m_c~g-m_c~g=kx~\rightarrow 4~m_c~g=kx~\rightarrow x=rac{4~m_c~g}{k}$$
, Substituindo os dados vem:

$$x = \frac{4.5.9,8}{800} \rightarrow x = 0.245 \, m$$
, Línea C)

**41°**) (**Exame 2017**) Uma bala de chumbo de velocidade 200m/s colide-se com uma parede. Calcule a elevação da temperatura da bala se 78% da sua energia cinética transforma-se em energia interna. O calor específico do chumbo é igual a 126 J/(kg.K)

Dados:

$$v = 200 \, m/s$$

$$78\%E_c = \Delta U \rightarrow 0.78E_c = \Delta U$$

$$c = 126 I/(kg.K)$$

$$\Delta T = ?$$

Resolução:

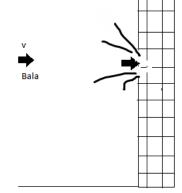
Pela 1º lei da termodinâmica temos:

$$Q = w + \Delta U \tag{*}$$



$$\Delta U$$
 é a variação da energia interna:  $\Delta U = 0.78E_c \rightarrow \Delta U = 0.78\frac{1}{2} \ m \ v^2 \ (***)$ 

v é a velocidade da bala



Como a bala não realiza trabalho sobre a parede: w = 0

Voltando na equação (\*), e substituindo as equações (\*\*) e (\*\*\*), temos:

$$mc.\Delta T = 0 + 0.78\frac{1}{2} \ m \ v^2 \rightarrow \Delta T = \frac{0.78 \cdot v^2}{2c}$$
, substituindo os dados, vem:

$$\Delta T = \frac{0.78.(200)^2}{2(126)} \rightarrow \Delta T = 123.809 \approx 124 \rightarrow \Delta T = 124$$
°C, Línea C)

**42°**) (**Exame 2017**) Se a intensidade da corrente eléctrica num circuito simples for de  $I_1 = 30 A$  a potência consumida pela parte exterior do circuito será de  $P_1 = 180 W$ . No caso  $I_2 = 10 A$  a potência consumida  $P_2 = 100 W$ . Determine a resitência interna da fomte de energia eléctrica.

Resp: A) 0,30  $\Omega$  B) 0,25  $\Omega$  C) 0,15  $\Omega$  D) 0,10  $\Omega$  E) 0,45  $\Omega$  F) 0,50  $\Omega$  G) 0,20  $\Omega$ 

H) outro

Dados:

$$I_1 = 30 A$$
  $P_2 = I_2^2 R_2 \rightarrow R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} \rightarrow R_2 = \frac{100}{(10)^2} \rightarrow R_2 = 1 \Omega$ 

 $P_1 = 180 W$  Para um circuito simples a intensidade é determinada pela relação:

$$I_2 = 10 A \qquad I = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad e P = I^2 R$$

 $P_2 = 100 W$  P é a potência e  $\varepsilon$  é a forca electromotriz do gerador

r = ? e r é a resistência interna do gerador

1° caso: 
$$P_1 = {I_1}^2 R_1 \rightarrow R_1 = \frac{P_1}{{I_1}^2} \rightarrow R_1 = \frac{180}{(30)^2} \rightarrow R_1 = 0.2 \Omega$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \rightarrow \varepsilon = I_1(R_1 + r) (*)$$

2° caso: 
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \rightarrow \varepsilon = I_2(R_2 + r)$$
 (\*\*)

Igualando as equações (\*) e (\*\*) temos:

 $I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r)$  substituindo os dados:

$$30(0.2 + r) = 10(1 + r) \rightarrow 6 + 30r = 10 + 10r$$

$$30r - 10r = 10 - 6 \rightarrow 20r = 4 \rightarrow r = \frac{4}{20} \rightarrow r = 0.2 \Omega$$
, Línea G)

**43°**) (**Exame 2017**) Uma partícula ligada a um fio de comprimento de 50 *cm* gira num plano vertical. Quando a partícula passa o ponto mais baixo da sua tragectória, tendo no ponto mais alto a velocidade mínima (velocidade crítica), a tensão no fio é igual a 3,4 *N*. Qual é a massa da partícula?

Resp: A) 46 g B) 66 g C) 58 g D) 78 g E) 35 g F) 71 g G) 41 g H) outro

Dados:

$$L = 50cm = 50.10^{-2}m$$

$$T = 3.4 N$$

$$g = 9.8 \, m/s^2 \quad m = ?$$

Resolução:

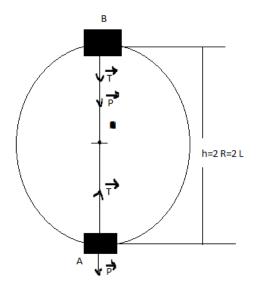
1º Ponto mais baixo da trajetória: conforme a figura ao lado, quando a partícula passa pelo ponto A sobre ela actuam: o peso (P) de sentido para baixo e a tensão (T) de sentido para cima. Pela segunda lei de Newton temos:

$$\vec{T} + \vec{P} = m \vec{a_c} \rightarrow T - P = m \vec{a_c}$$
 (\*)

 $a_c$  é a aceleração centrípeta (porque a partícula descreve órbitas em torno do plano vertical)

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$
 ,  $R \neq 0$  raio  $R = L$ ,  $P = mg$  , substituindo em (\*) vem:

$$T - mg = m \frac{v^2}{R} (**)$$



Como durante a subida da partícula do ponto *A* até o ponto *B* (ponto crítico) a única força que actua é a gravidade que é conservativa, podemos aplicar a lei da conservação da energia mecânica para achar a velcoidade:

$$E_{MA} = E_{MB} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB}$$

No início do movimento  $E_{PA} = 0$ 

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + mgh \rightarrow v^2 = v_c^2 + 2 gh (***)$$

 $v_c$  é a velocidade crítica ou mínima que a partícula possui para poder descreve a curva

$$h \in a$$
 altura  $h = 2R$ 

 $2^{\circ}$  ponto mais alto da trajetória: Conforme a figura, no ponto mais alto da trajetória (ponto B) actuam as seguintes forças sobre a partícula: o peso (P) e a tensão (T) de sentidos para baixo. Pela  $2^{\circ}$  lei de Newton temos:

$$T + P + N = m \frac{v_c^2}{R}$$
, quando a corda froxa :  $T = 0$ ,  $P = mg$ ,  $0 + mg = m \frac{v_c^2}{R} \rightarrow v_c^2 = gR$  (\*\*\*\*), Substituindo (\*\*\*\*) em (\*\*\*), vem:

$$v^2 = gR + 2 g(2R) \rightarrow v^2 = gR + 4gR \rightarrow v^2 = 5gR \text{ (I)}$$

E finalmente substituindo (I) em (\*\*), temos:

$$T - mg = m \frac{5gR}{R} \rightarrow T - mg = 5mg \rightarrow T = 5mg + mg \rightarrow T = 6mg$$

 $m = \frac{T}{6g}$ , substituindo os dados, temos:

$$m = \frac{3.4}{6.9.8} \rightarrow m = 0.0578 \, kg \rightarrow m = 0.578.10^{3}.10^{-3} kg \rightarrow m = 57.8 \, g$$

$$m = 57.8 g \approx 58 g \rightarrow m = 58 g$$
, Línea C)

**44°**) (**Exame 2017**/ **2010 V 7E**) Se a intensidade de corrente eléctrica num circuito simples for de  $I_1 = 30 \, A$  a potência consumida pela parte exterior do circuito será de  $P_1 = 180 \, W$ . No caso de  $I_2 = 10 \, A$  a potência consumida  $P_2 = 100 \, W$ . Determine a força electromotriz (fem) da fonte de energia eléctrica.

Resp: A) 9.0V. B)18V. C)6.0V. D)12V. E)24V. F)15V. G)30V. H) Outro

Dados: Resolução

 $I_1 = 30 A$  Para um circuito simples a intensidade é determinada pela relação:

$$P_1=180\,W$$
  $I=rac{arepsilon}{R+r}\,\,\,\,e\,\,P=I^2R$  , Onde:  $r$  é a resistência interna do gerador

$$I_2 = 10 A$$
 1° caso:  $P_1 = I_1^2 R_1 \rightarrow R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} \rightarrow R_1 = \frac{180}{(30)^2} \rightarrow R_1 = 0.2 \Omega$ 

 $P_2 = 100 W$  2º caso: quando a resistência é substituída temos:

$$\varepsilon = ?$$
  $P_2 = I_2^2 R_2 \rightarrow R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} \rightarrow R_2 = \frac{100}{(10)^2} \rightarrow R_2 = 1 \Omega$ 

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \rightarrow I_2(R_2 + r) = \varepsilon \rightarrow r = \frac{\varepsilon - R_2 I_2}{I_2} \ (**)$$

Como o gerador é o mesmo nos dois casos, a resistência interna para os dois casos é a mesma ou seja: r = r

Igualando as equações (\*) e (\*\*), vem:

$$\frac{\varepsilon - R_1 I_1}{I_1} = \frac{\varepsilon - R_2 I_2}{I_2} \rightarrow \varepsilon I_2 - R_1 I_1 I_2 = \varepsilon I_1 - R_2 I_2 I_1$$

$$R_2 I_2 I_1 - R_1 I_1 I_2 = \varepsilon I_1 - \varepsilon I_2 \rightarrow I_2 I_1 (R_2 - R_1) = \varepsilon (I_1 - I_2)$$

$$\varepsilon = \frac{I_2 I_1 (R_2 - R_1)}{(I_1 - I_2)}$$
, substituindo os dados, vem:

$$\varepsilon = \frac{(10)(30)(1-0,2)}{(30-10)} \rightarrow \varepsilon = 12 \, V$$
 , Línea D)

**45°**) (Exame 2017) Um estilhaço de aço caindo de altura de 500 m perto da superfície do solo teve a velocidade de 50 m/s. Considerando que todo o trabalho de força de resistência do ar é gasto para o aquecimento do estilhaço, determine a elevação da sua temperatura. O calor específico do chumbo é de 460 J/(kg.K) ( $g = 10m/s^2$ ).

Resp: A) 8,2 K B) 7,9 K C) 6,0 K D) 9,0 K E) 3,0 K F) 8,9 K G) 7,0 K H) Outro

Dados:

$$h = 500 \, m$$

$$v = 50 \, m/s$$

$$W = -0$$

$$g = 10m/s^2$$
  $c = 460 J/(kg.K)$ ,  $\Delta T = ?$ 

Resolução:

Pelo teorema do trabalho-energia, sabe-se que:

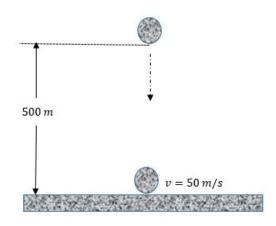
$$W = \Delta E_m \ (*)$$

Onde  $\Delta E_m$  é a variação da energia mecância:

$$\Delta E_m = E_{mf} - E_{mi} (**)$$

 $E_{mf}$  é a energia mecância no fim ,  $E_{mi}$  é a energia mecância no início

Pela lei da conservação da energia mecânica sabe-se que:  $E_m = E_c + E_p$ 



 $E_c$  é a energia cinética e  $E_p$  é a energia potencial . Pela fórmula (\*\*), temos:

$$\Delta E_m = (E_{cf} + E_{pf}) - (E_{ci} + E_{pi})$$

No início  $E_{ci} = 0$  e no fim  $E_{pf} = 0$ , a fórmula fica:

$$\Delta E_m = E_{cf} - E_{pi}$$
, onde  $E_{cf} = \frac{1}{2} m v^2 e E_{pi} = mgh$ , colocando na fórmula vem:

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \, m \, v^2 - mgh ~(***)$$
 , Substituindo (\*\*\*) em (\*) , vem:

$$W = \Delta E_m \rightarrow W = \frac{1}{2} m v^2 - mgh$$
, pelo enunciado:  $W = -Q$ , assim teremos:

$$-Q=rac{1}{2}\ m\ v^2-mgh$$
 , multiplicando pela constante (-1) para tirar o sinal negativo, fica:

$$Q = mgh - \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow Q = \frac{2mgh - mv^2}{2}$$
 (I)

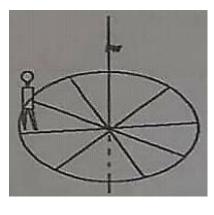
Onde : m é a massa do estilhaço de aço

Q é a quantidade de calor :  $Q = m c \Delta T$ , substituindo em (I), temos:

$$m~c~\Delta~T = \frac{2mgh - mv^2}{2}$$
 , simplificando a massa:

$$c \Delta T = \frac{2gh - v^2}{2} \rightarrow \Delta T = \frac{2gh - v^2}{2c}$$
, substituindo os dados:

$$\Delta T = \frac{2(10)(500) - (50)^2}{2.(460)} \rightarrow \Delta T = 8,152 \approx 8,2$$
,  $\Delta T = 8,2$  K, Línea A)



**46°)** (Exame 2017/2019) Uma plataforma horizontal e circular gira sem atrito em torno do eixo vertical, que passa pelo centro de massa. A massa da plataforma é  $M=120\ kg$  e o seu raio é  $R=2.0\ m$ . Um rpaz, de massa  $m=60\ kg$ , anda lentamente da periferia para o centro da plataforma. Quando o rapaz se encontra na periferia da plataforma, o valor da velocidade angular do sistema é  $2\ rad/s$ . Determine a variação da energia cinética do sistema quando se desloca desde a periferia até um ponto situado a  $0.50\ m$  do centro da plataforma.

Resp: A)675 J B) 645 J C) 650 J D) 750 J E) 825 J F) 847 J

Dados:

Resolução:

$$M = 120 kg$$

Pelo conceito de energia sabe-se que:  $\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci}$  (\*)

m = 60 kg

Sabe-se que a energia cinética rotacional é determinada pela fórmula:

$$\omega_1 = 2 \, rad/s$$

$$\omega_1 = 2 \ rad/s$$
  $E_c = \frac{1}{2} \ I \ \omega^2$ 

I é o momento de inércia ( para um disco homogéneo):  $I = \frac{1}{2} M R^2$ )

r=0.50~m  $\omega$  é a velocidade angular ,  $E_{ci}$  é a energia cinética no ínicio  $E_{cf}=\frac{1}{2}~I_1~\omega_1^2$ 

$$\Lambda E_{-}=?$$

$$\Delta E_c = ?$$
  $E_{cf}$  é a energia cinética no ínicio  $E_{cf} = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$ 

Substituindo (\*) , vem: 
$$\Delta \, E_c = \frac{1}{2} \, I_2 \, \omega_2^{\ 2} \ - \frac{1}{2} \, I_1 \, \omega_1^{\ 2} \quad \ (**)$$

1º caso: quando o menino está na periferia: pelo teorema de steiner, temos:

$$I_1 = I_P + I_{cm} \rightarrow I_1 = \frac{1}{2} M R^2 + mR^2$$

$$I_1 = \frac{1}{2} (120) (2)^2 + (60)(2)^2 \rightarrow I_1 = 480 \text{ kg. } m^2$$

2ºcaso: quando o rapaz desloca-se: pelo teorema de steiner, temos:



$$I_2 = I_P + I_{cm} \rightarrow I_2 = \frac{1}{2} M R^2 + mr^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (120)(2)^2 + (60)(0.5)^2 \rightarrow I_2 = 255 \text{ kg. } m^2$$

Como a plataforma efectua movimentos giratórios, sem deslocamento há conservação do momento angular:

$$L_1 = L_2$$

 $L_1$  momento angular no início:  $L_1 = I_1 \omega_1$ 

 $L_2$  momento angular no fim:  $L_2 = I_2 \omega_2$ 

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{I_1 \omega_1}{I_2} \rightarrow \omega_2 = \frac{480.2}{255} \rightarrow \omega_2 = 3,765 \ rad/s$$

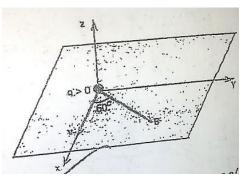
Pela equação (\*\*), temos: 
$$\Delta E_c = E_{C2} - E_{C1} \rightarrow \Delta E_C = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$

Substituindo os dados:

$$E_{C2} = \frac{1}{2} (255)(3,765)^2 = 1807,3 J$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2} (480)(2)^2 = 960 \text{ J}$$

 $\Delta\,E_c = 1807.3 - 960J \,\,\rightarrow \Delta\,E_c = 847\,J$ , Línea F)



47°) (Exame 2017) Um electrão penetra num campo magnético uniforme,  $\vec{B}=2.0\times 10^{-6}~\vec{ey}~(T)$ , com a velocidade  $\vec{v}=4\times 10^4~\vec{ex}~(m/s)$ , perpendicular ao campo (a carga do electrão  $q_e=1.6.10^{-19}~C$  e a massa  $m_e=9.1.10^{-31}~kg$ ). Determine a tragectória que o electrão descreve.

1) Resp: A) 
$$11.4 \times 10^{-2} m$$
 B)  $7.4 \times 10^{-2} m$  C)  $9.0 \times 10^{-2} m$  D)  $13.5 \times 10^{-2} m$ 

E) 
$$11.0 \times 10^{-3} m$$
 F)  $12.5 \times 10^{-3} m$  G)  $13.2 \times 10^{-3} m$  H) outro

Dados: Resolução

 $\vec{B} = 2.0 \times 10^{-6} \, \vec{ey} \, (T)$  Quando uma partícula penetra numa região onde existe um  $\vec{v} = 4 \times 10^4 \, \vec{ex} \, (m/s)$  campo magnético descreve órbitas circulares de raio R e sobre ele

 $q_e=1,6.\,10^{-19}\,C$  actua uma força magnética de intensidade ( $F_m=q_e\,v\,B\,senlpha$ )

 $m_e = 9,1.\,10^{-31}\,kg$  Pela segunda lei de Newton:  $F_m = m_e a_c$ , onde  $a_c = \frac{v^2}{R}$ 

 $v \perp B, \alpha = 60^{\circ}$   $F_m = m_e \frac{v^2}{R} \rightarrow q_e \ v \ B \ sen \alpha = m_e \frac{v^2}{R} \rightarrow q_e \ B \ sen \alpha = m_e \frac{v}{R}$ 

R = ?  $q_e B sen \alpha R = m_e v \rightarrow R = \frac{m_e v}{q_e B sen \alpha} (*)$ 

Vamos achar os módulos dos vectores velocidade e vector indução magnética:

$$\vec{v} = 4 \times 10^4 \ \vec{ex} \ (m/s)$$
,  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(4 \times 10^4)^2 + (0)^2} \rightarrow v = 4 \times 10^4 \ m/s$ 

$$B = \sqrt{{B_x}^2 + {B_y}^2} = \sqrt{(0)^2 + (2.0 \times 10^{-6})^2} \rightarrow B = 2.0 \times 10^{-6} \, m/s$$

Substituindo os dados na equação (\*), temos:  $R = \frac{9,1.10^{-31}.4,0\times10^4}{1,6.10^{-19}2,0\times10^{-6}.sen60^{\circ}} \rightarrow$ 

$$R = 11,375.10^{-2} \approx 11,4.10^{-2}$$
,  $R = 11,4.10^{-2} m$ , Línea A)

**48°)** (Exame 2017/2016) Duas cargas pontuais  $q_1 = -50nC$  e  $q_2 = -80 nC$  estão colocadas no vácuo, nos vértices de um triângulo equilátero de 20,2 cm de lado. Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice. A constante de Coulomb é igual a:  $k = 9,0.10^9 Nm^2/C^2$ 

Resp: A) 29kV/m B) 25kV/m C) 11kV/m D) 22kV/m E)  $9.0 \ kV/m$  F) 14kV/m G)  $17 \ kV/m$  H) outro

$$q_1 = -50n C = -50.10^{-9} c$$

$$q_2 = -80 \, n \, C = -80. \, 10^{-9} \, c$$

$$a = 20.2 cm = 20.2.10^{-2} m$$

$$k = 9.0.10^9 Nm^2/C^2$$

$$E_3 = ?$$

Resolução:

Aplicando a regra do paralelogramo para achar a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice (conforme a figura projetada, o ângulo resultante: $\alpha=60^{\circ}$ ) temos:

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$
 (\*)

Onde:  $E_1 = k \frac{q_1}{{d_1}^2}$   $E_2 = k \frac{q_2}{{d_2}^2}$  (obs: as cargas estão sempre em módulo)

$$d_1 = d_2 = a = 20,2.10^{-2}m$$
 Substituindo em (\*), temos:

$$E_{3} = \sqrt{\left(k\frac{q_{1}}{a^{2}}\right)^{2} + \left(k\frac{q_{2}}{a^{2}}\right)^{2} + 2\left(k\frac{q_{1}}{a^{2}}\right)\left(k\frac{q_{2}}{a^{2}}\right)cos60^{\circ}}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + q_1 q_2}$$
, substituindo os dados temos:

$$E_3 = \frac{9.10^9}{(20,2.10^{-2})^2} \sqrt{(50.10^{-9})^2 + (80.10^{-9})^2 + (50.10^{-9})(80.10^{-9})}$$

$$E_3 = 2,\!867.\,10^4 \to \ E_3 = 28,\!67.10.\,10^3 \to E_3 = 28,\!67\,k\,V/m \,\approx 29$$

$$E_3 = 29 \, kV/m$$
, Línea A)

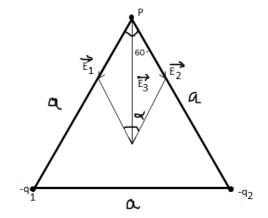
## **V-EXAMES DE ACESSO 2016**

**49°)** (**Exame 2016**) Duas cargas pontuais  $q_1 = -82 n c e q_2 = 60 n c$  estão no vácuo, nos vértices de um triângulo equilátero de 21 cm de lado. Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vêrtice. A constante de coulomb é:  $k = 9.0.10^9 Nm^2/C^2$ 

Resp: A) 13kV/m B) 22kV/m C) 15kV/m D) 11kV/m

E) 
$$25 kV/m$$
 F)  $9.0kV/m$  G)  $29kV/m$  H) outro

Resolução:



$$q_1 = -82n c = 82.10^{-9} c$$

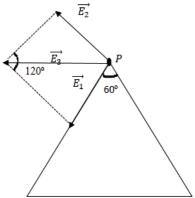
$$q_2 = 60 n c = 60.10^{-9} c$$

$$a = 21 cm = 21.10^{-2} m$$

$$k = 9.0.10^9 Nm^2/C^2$$

$$E_3 = ?$$





## Resolução:

Aplicando a regra do paralelogramo para achar a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice (conforme a figura projectada,o ângulo resultante:  $180 = \alpha + {}^{\circ}60^{\circ} \rightarrow \alpha = 120^{\circ}$ ) temos:

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2cos\alpha}$$
 (\*), Onde:  $E_1 = k\frac{q_1}{{d_1}^2}$   $E_2 = k\frac{q_2}{{d_2}^2}$ 

 $d_1 = d_2 = a = 21.10^{-2} m$  , Substituindo em (\*), temos:

$$E_{3} = \sqrt{\left(k\frac{q_{1}}{a^{2}}\right)^{2} + \left(k\frac{q_{2}}{a^{2}}\right)^{2} + 2\left(k\frac{q_{1}}{a^{2}}\right)\left(k\frac{q_{2}}{a^{2}}\right)cos120^{\circ}}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + q_1 q_2}$$
 , substituindo os dados temos:

$$E_3 = \frac{9.10^9}{(21.10^{-2})^2} \sqrt{(82.10^{-9})^2 + (60.10^{-9})^2 - (82.10^{-9})(60.10^{-9})\sqrt{3}}$$

$$E_3 = 0.866.\,10^4 \to \ E_3 = 0.866.10.\,10^3 \to E_3 = 8.66\,k\,V/m \,\approx 9$$

$$E_3 = 9 \, kV/m$$
, Línea F)

**50°**) (**Exame 2016/2010**) Um cubo, de aresta 13,4 cm flutua num líquido ( $\rho_l = 0.92 \ g/l$ ) . A altura da parte mergulhada (imersa) do cubo é igual a 9,6 cm. Qual é a massa volúmica do material do cubo?

Resp: A) 630  $kg/m^3$  B) 560  $kg/m^3$  C) 600  $kg/m^3$  D) 450  $kg/m^3$  E) 710  $kg/m^3$ 

F) 
$$660 kg/m^3$$
 G)  $690 kg/m^3$  H) outro

l = 13,4 cm

 $\rho_l = 0.92 \ g/l = 0.92.10^3 kg/m^3$ 

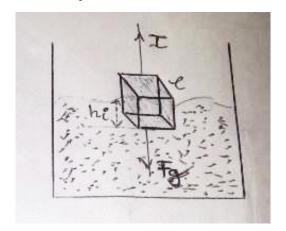
 $h_i = 9.6 cm$ 

 $g = 9.8 \, m/s^2$ 

 $\rho_c = ?$ 

Pela lei de Arquimedes as forças que actuam sobre o cubo são o empuxo ( *I* ) e a força de gravidade. Como o cubo está em equilíbrio, pela 1º lei de Newton a resultante das forças é nula:

Resolução:



 $I-F_g=0 \rightarrow I=F_g$  (\*), Onde:  $I=\rho_l\,V_l\,g\,e\,F_g=m_cg\,$ ,  $V_l\,$ é o volume imerso:  $V_l=A\,h_l\,$   $m_c\,$ é a massa do corpo (cubo).  $m_c=\rho_c\,V_c\,$ ,  $V_c\,$ é o volume do corpo:  $V_c=A\,l\,$ ,  $m_c=\rho_mA\,l\,$  Substituindo devidamente nas fórmulas acima, temos:

 $I = \rho_l A h_i g e F_q = \rho_c A l g$ , substituindo em (\*), vem:

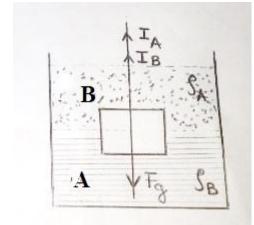
 $\rho_l A h_i g = \rho_c A l g$ , simplificando fica:

 $\rho_l \ h_i = \rho_c \ l \ o \ \rho_c = \frac{\rho_l \ h_i}{l} \$ , substituindo devidamente os dados temos:

$$\rho_c = \frac{0.92.10^3 \cdot .9.6}{13.4} \rightarrow \rho_c = 0.65910.10^3 \approx 0.66.10^3$$

$$\rho_c = 660 \, kg/m^3$$
 , Línea F)

**51°)** (**Exame 2016**) Um recipiente contém dois líquidos A e B homogéneos e imiscíveis, cujas as massas volúmicas são respectivamente  $\rho_A = 1000 \ kg/m^3$  e  $\rho_B = 880 \ kg/m^3$ . Um corpo sólido e maciço feito de um material de massa volúmica  $\rho$ , está em equilíbrio na interface entre os dois líquidos, tendo metade do seu volume imerso em cada um dos líquidos. Determine a massa volúmica do corpo  $\rho$ .



Resp: A)  $740 kg/m^3 B$ )  $790kg/m^3 C$ )  $825 kg/m^3 D$ )  $900 kg/m^3 E$ )  $980 kg/m^3$ 

 $F) 990 \ kg/m^3 \ G) 940 \ kg/m^3 \ H) outro$ 

Dados:

$$\rho_A = 1000 \, kg/m^3$$

$$\rho_B=880~kg/m^3$$

$$V_{iA} = \frac{V_c}{2}$$
,  $V_{iB} = \frac{V_c}{2}$ ,  $\rho = ?$ 

#### Resolução:

Pela lei de arquímedes as forças que actuam sobre o corpo são o empuxo ( $I_A\ e\ I_B\ para\ cima$ ) e a força de gravidade $F_g$  para baixo . Como o corpo está em equilíbrio, pela 1º lei de Newton a resultante das forças é nula:

$$I_A + I_B - F_a = 0 \rightarrow I_A + I_B = F_a$$
 (\*)

Onde: 
$$I_A = \rho_A V_{iA} g e I_B = \rho_B V_{iB} g e F_g = m_c g$$

 $V_{iA}$  é o volume imerso no líquido A,  $V_{iB}$  é o volume imerso no líquido B

 $m_c$  é a massa do corpo (cubo) .  $m_c = \rho_c V_c$  ,  $V_c$  é o volume do corpo e  $\rho_c = \rho$ 

Substituindo as relações obtidas em (\*), vem:

 $\rho_A V_{iA} g + \rho_B V_{iB} g = \rho V_c g$ , simplificando g, temos:

$$\rho_A \, V_{iA} \, + \rho_B \, V_{iB} \, = \rho \, V_c$$
 , sabe-se que:  $V_{i\,A} = \frac{V_c}{2} \, e \, V_{i\,B} = \frac{V_c}{2}$  , colocando, temos:

$$\rho_A\left(\frac{V_c}{2}\right) + \rho_B\left(\frac{V_c}{2}\right) = \rho V_c$$
, simplificando  $V_c$  fica:

$$\rho_A + \rho_B = 2 \rho \rightarrow \rho = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}$$
, substituindo os dados temos:

$$\rho = \frac{1000 + 880}{2} \,\rightarrow\, \rho = 940 \; kg/m^3$$
 , Línea G)

**52°**) (**Exame 2016**) As densidades de dois líquidos A e B num vaso aberto são respectivamente, 0.8g/ml e 1.0 g/ml, as alturas,  $h_a = 2.5 m$  e  $h_b = 4.2 m$ . Determine a pressão sobre o fundo do caso se a pressão atmosférica seja de 100 kPa.

A)178kpa. B) 162kpa. C)146kpa. D)130kpa. E)114kpa.

Dados:

$$\rho_A = 0.8 \ g/ml = 0.8.10^3 kg/m^3$$

$$\rho_B = 1.0 \ g/ml = 1.0 \ 10^3 kg/m^3$$

$$h_a = 2,5 m$$

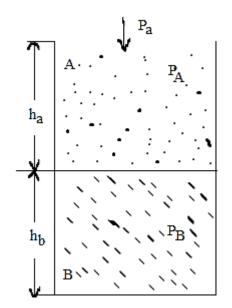
$$h_b = 4.2 \ m$$

$$P_a = 100 \ kPa = 100.10^3 Pa$$

$$g = 10 \, m/s^2$$

$$P_R = ?$$

Resolução: Conforme a figura o líquido menos denso (A) estará por cima do líquido mais denso (B)



Pela equação fundamental da hidrostática, a pressão no fundo será:

 $P_B = P_A + \rho_B g h_b$  (\*) Onde:  $P_A = P_a + \rho_A g h_a$  (\*\*), Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

 $P_B = P_a + \rho_A g h_a + \rho_B g h_b$ , substituindo os dados vem:

$$P_B = 100.10^3 + 0.8.10^3.10.2.5 + 1.0.10^3.10.4.2$$

$$P_B = (100 + 20 + 42).10^3$$
,  $P_B = 162.10^3$   $Pa \rightarrow P_B = 162$   $Pa$ , Linea B)

## VI-EXAME DE ACESSO 2015

**53°**) (**Exame 2015**) O João deixa cair da janela do seu quarto que se encontra a 20,0 *m* do solo um pequeno carinho. No mesmo instante a vizinha Tânia abandona de uma varanda de casa, uma bola cujo o tempo de queda é o dobro do tempo em que o carrinho permaneceu no ar. Considerando a resistência do ar desprezível, determine a altura em relação ao solo que a que se encontra a casa da Tânia.

Resp: A) 70 m B) 75 m C) 80 m D) 87,5 m E) 90 m F) 92,5 m

G) 100 m H) outro

Dados:

$$h_1 = 20,0 m$$

$$t_2 = 2 t_1$$

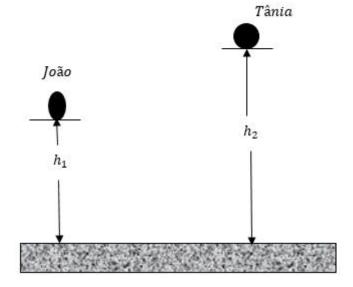
$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$h_2 = ?$$

Resolução:

Vamos considerar que para os dois casos (João e Tânia) os corpos caem em queda livre.

A posição de um corpo que



cai em queda livre é dada pela expressão:  $h=\frac{1}{2}\ g\ t^2$  , As equações dos movimentos nos dois casos serão:

João: 
$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$$
 Tânia:  $h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$ 

 $t_1$  é o tempo que o carrinho leva para chegar ao solo ,  $t_2$  é o tempo que a bola leva para chegar

ao solo. 
$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2.20,0}{9,8}} \rightarrow t_1 = 2.02 s$$

Como 
$$t_2 = 2 t_1 \rightarrow t_2 = 2 (2,02) \rightarrow t_2 = 4,041 s$$

Sendo assim a altura em que se encontra a casa da Tânia pode ser calculada pela relação:  $h_2=\frac{1}{2}gt_2^2$ , substituindo os dados vem:  $h_2=\frac{1}{2}(9.8)(4.041)^2\to h_2=80.0~m$ , Linea C)

**54°)** (**Exame 2015**) Achar o valor da quantidade de calor necessária para aquecer 2 litros de água de temperatura inicial  $t_1 = 25$ °C até a sua temperatura de ebulição (à pressão normal), sabendo que somente 80% do calor fornecido é útil no aquecimento da água.

Resp: A) 454 kJ B) 502 kJ C) 836 kJ D) 138 kJ E) 784 kJ F) 418 kJ

G) 627 kJ H) outro

Dados:

$$V = 2 L = 2.10^{-3} m^3$$

$$t_1 = 25^{\circ}C = 298 K$$

$$t_2 = 100^{\circ}C = 373 K$$

$$c = 4190 J/(kg.K)$$

$$Q = 80\% \ Q_{\text{útil}} \rightarrow Q = 0.8 \ Q_{\text{útil}}$$

$$\rho = 1000 \, kg/m^3$$

Resolução:



Resolução:

$$Q=?$$
  $Q_{\text{util}}=m\ c\ \Delta\ t\ (*)\ ,\ m\ \acute{\text{e}}\ \text{a massa}, m=\rho\ V$ 

 $\rho$  é a densidade da água e V é o volume, c é o calor específico da água

 $\Delta t$  é a variação da temperatura,  $\Delta t = t_2 - t_1$ 

Substituindo todas as relações encontradas em (\*), vem:

 $Q_{\text{ú}til} = \rho V c (t_2 - t_1)$ , substituindo os dados vem:

$$Q_{\acute{u}til} = \ 1000. \, 2. \, 10^{-3} \, .4190 \, (\ 373 - 298) \rightarrow Q_{\acute{u}til} = 628500 \, J$$

A quantidade de calor necessária para aquecer a água será:

$$Q = 0.8 \ Q_{\text{\'u}til} \rightarrow Q = 0.8.628500 \rightarrow Q = 502800 \rightarrow Q = 502800.\frac{10^3}{10^3}$$

$$Q = 502,800. \ 10^3 \approx 502 \ kJ, \ Q = 502 \ kJ$$
, Línea B)

55°) (Exame 2015) Um protão ( $m_p=1,67.10^{-27}kg$ ,  $q_p=1,60.10^{-19}C$ ) ao passar uma diferença de potencial num campo eléctrico entra na região em que existe um campo magnético uniforme de indução 33 mT perpendicular ao vector velocidade do protão e descreve uma circunferência de raio de 5,0 cm. Que diferença de potencial passou o electrão?

Resp: A) 150 V B) 116 V C) 100 V D) 168 V E) 130 V F) 92 V

G) 141 V H) outro

Dados: 
$$m_p = 1,67.10^{-27} kg$$
,  $q_p = 1,60.10^{-19} C$ ,  $B = 33 mT = 33.10^{-3} T$ 

$$R = 5.0 \text{ cm} = 5.0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$
,  $v \perp B$ ,  $\alpha = 90^{\circ}$ ,  $\varphi = ?$ 

Resolução:

1°) Quando o protão está no campo eléctrico há conservação da energia mecânica:

$$w_p = E_c \ (*) \ , w_p$$
 é a energia potencial elétrica  $w_p = E \ q_p \ d$  , onde:  $E \ d = \varphi$ 

$$w_p = \varphi q_p$$
 ,  $E_c$  é a energia cinética do protão  $E_c = \frac{1}{2} \; m_p v^2$ 

Substituindo as relações encontradas na equação (\*), temos:

$$\varphi q_p = \frac{1}{2} m_p v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\varphi q_p}{m_p}} \quad (**)$$

2º) Quando a partícula entra na região onde existe um campo magnético uniforme sobre ele actua uma força magnética de intensidade:

 $F_m = q_p \, B \, v \, sen \, \alpha$ , pela segunda lei de Newton temos:

$$F_m = m \, a_c$$
 ,  $a_c = \frac{v^2}{R}$  ,  $F_m = m_p \, \frac{v^2}{R}$ 

$$q_p B v sen \alpha = m_p \frac{v^2}{R} \rightarrow q_p B sen \alpha = m_p \frac{v}{R}$$

 $q_p \ B \ sen \ \alpha \ R = m_p \ v \ (***)$  , Substituindo (\*\*) em (\*\*\*) , vem:

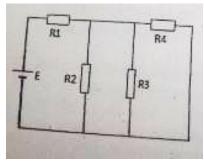
 $q_p \ B \ sen \ \alpha \ R = m_p \sqrt{\frac{2 \varphi q_p}{m_p}}$  , elevando toda a expressão ao quadrado:

$$q_p^2 B^2 (sen\alpha)^2 R^2 = m_p^2 \frac{2\varphi q_p}{m_p}$$
, simplificando fica:

$$q_p (B sen \alpha R)^2 = 2m_p \varphi \rightarrow \varphi = \frac{q_p (B sen \alpha R)^2}{2m_p}$$

$$\varphi = \frac{1,60.10^{-19} \left(33.10^{-3}.sen90^{\circ}.5,0.10^{-2}\right)^{2}}{2.1,67.10^{-27}} \rightarrow \varphi = 13041,9.10^{-2} V$$

$$\varphi = \frac{13041,9}{100} \ V \ o \ \varphi = 130,419 \approx 130 \ V, \varphi = 130 \ V$$
 , Línea E)



**56°**) (**Exame 2015**) Suponha que os elementos do circuito eléctrico (Veja a figura) tenham os seguintes valores: E=20~V;  $R_1=800~\Omega$ ;  $R_2=2.4~k~\Omega$ ;  $R_3=20~k~\Omega$  e  $R_4=6.0~k~\Omega$ . Determine a potência total dissipada por todos os resistores

Resp:

A) 135 mW B) 168 mW C) 152 mW D) 92 mW E) 115 mW

F) 103 mW G) 85 mW H) outro

Dados:

E = 20 V

 $R_1 = 800 \,\Omega$ 

$$R_2 = 2.4 k \Omega = 2400 \Omega$$

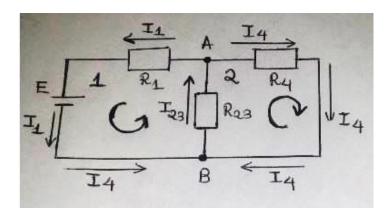
$$R_3 = 20 k \Omega = 20.000 \Omega$$

$$R_4 = 6.0 \ k \ \Omega = 6000 \ \Omega$$

$$P_T = ?$$

Resolução:





Vamos reduzir o nosso circuito de três malhas para duas malhas: as resistências  $R_2$  e  $R_3$  estão associadas em paralelo, a sua resistência equivalente é:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \rightarrow R_{23} = \frac{2400 \cdot 20000}{2400 + 20000} \rightarrow R_{23} = 2143 \,\Omega$$

Agora temos apenas duas malhas, podemos aplicar as regras de kirchhoff (A regra dos nós e a regra das malhas) para encontrar as intensidades que atravessam as resistências.

A potência total será calculada pela fórmula:

$$P_T = P_1 + P_{23} + P_4$$
,  $P_T = i_1^2 R_1 + i_{23}^2 R_{23} + i_4^2 R_4$  (\*), Conforme a figura ao lado temos:

$$\left\{ \begin{matrix} n \acute{o} \ A \colon i_{23} = i_1 + i_4 \\ n \acute{o} \ B \colon i_1 + i_4 = i_{23} \end{matrix} \right\} \ , \left\{ \begin{matrix} m alha \ 1 \colon i_1 R_1 + i_{23} \ R_{23} = -E \\ m alha \ 2 \colon i_4 R_4 + i_{23} \ R_{23} = 0 \end{matrix} \right\}$$

Substituindo a igual do nó A nas malhas A e B, temos:

$$\{ \begin{array}{ll} malha \ 1: i_1R_1 + (i_1+i_4) \ R_{23} = -E \\ malha \ 2: i_4R_4 + (i_1+i_4) \ R_{23} = 0 \end{array} \}$$
, eliminando os parenteses

$$\left\{ \begin{matrix} malha \ 1 : i_1R_1 + \ i_1R_{23} + i_4R_{23} = -E \\ malha \ 2 : i_4R_4 + \ i_1R_{23} + i_4R_{23} = 0 \end{matrix} \right\}$$
 , colocando os dados:

$${2943i_1 + 2143i_4 = -20 \brace 8143i_4 + 2143i_4 = -20} \rightarrow {2943i_1 + 2143i_4 = -20 \brace 2143i_1 = -8143i_4}$$

Substituindo a igualdade da segunda equação na primeira fica:

$$\begin{cases} 2943(-3.8i_4) + 2143i_4 = -20 \\ i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3.8i_4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -11183.4i_4 + 2143i_4 = -20 \\ i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3.8i_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9040.4i_4 = -20 \rightarrow i_4 = -\frac{20}{-9040.4} \rightarrow i_4 = 2.21.10^{-3} A \\ i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3.8i_4 \rightarrow i_1 = -3.8(2.21.10^{-3}) \rightarrow i_1 = -8.398.10^{-3} A \\ i_{23} = i_1 + i_4 \rightarrow i_{23} = -8.398.10^{-3} + 2.21.10^{-3} \rightarrow i_{23} = 6.188.10^{-3} A \end{cases}$$

Os sinais negativos das correntes indicam que o sentido escolhido no circuito não é o correcto, os verdadeiros valores das correntes são:

$$i_4 = 2,21.10^{-3} A$$
,  $i_1 = 8,398.10^{-3} A$  e  $i_{23} = 6,188.10^{-3} A$ 

Substituindo os dados na equação (\*), vem:

$$P_T = (8.398.10^{-3})^2.800 + (6.188.10^{-3})^2.2143 + (2.21.10^{-3})^2.6000$$

$$P_T = 167784,0734.10^{-6} \rightarrow P_T = 167784,0734.10^{-3}.10^{-3}$$

$$P_T = \frac{167784,0734.10^{-3}}{10^3} \rightarrow P_T = 167,78.10^{-3} W \approx 168 \text{ mW}$$

$$P_T = 168 \, mW$$
, Línea B)

57°) (Exame 2015) uma peça de alumínio ( $\rho_a = 2.7 \ g/cm^3$ ) mergulhada num líquido de densidade 0,81 g/ml tem o peso de 6,9 N menor do que no ar. Qual é o peso aparente dela?

Resp: A) 11 N B) 22 N C) 16 N D) 27 N E) 9,3 N F) 13 N G) 7,5 N

H) outro

Dados:

Resolução:

$$\rho_a = 2.7 \ g/cm^3 = 2.7.10^3 \ kg/m^3$$
 O peso aparente é :  $P_a = P - I$  (\*)

O peso aparente é : 
$$P_a = P - I$$
 (\*

$$\rho_l = 0.81 \ g/ml = 0.81.10^3 \ kg/m^3$$
 Onde  $I$  é o impuxo ,  $I = \rho_l \ V_i \ g$ 

Onde I é o impuxo, 
$$I = \rho_l V_i g$$

I = 6,9 N

 $V_i$  é o volume imerso, como o corpo está totalmente mergulhado, temos:

$$P_a = ?$$
  $V_i = V_c$ ,  $V_c$  é o volume do corpo,  $I = \rho_l V_i g \rightarrow V_i = \frac{I}{\rho_l g}$ 

$$P=m_c~g~$$
,  $m_c$  é a massa do corpo  $m_c=\rho_a~V_c~$ ,  $P=\rho_a~V_c~g~$ , como  $V_i=V_c=rac{I}{\rho_l~g}$ , temos:

$$P = \rho_a V_i g \rightarrow P = \frac{\rho_a I g}{\rho_l g} \rightarrow P = \frac{\rho_a I}{\rho_l}$$
 (\*\*) Substituindo (\*\*) em (\*) temos:

$$P_a=rac{
ho_a\,I}{
ho_l}-I o P_a=I\,rac{(
ho_a-
ho_l)}{
ho_l}$$
 , colocando os dados vem:

$$P_a = 6.9. \frac{(2.7.10^3 - 0.81.10^3)}{0.81.10^3} \rightarrow P_a = 16.1 \approx 16 \rightarrow P_a = 16 N$$
, Linea C)

**58°**) (**Exame 2015/2009**) Um barco desce um rio à velocidade de 18 m/s e sobe-o à velocidade de 8,5 m/s , em relação as margens, quando o motor está a funcionar em potência máxima, a travessia perpendicular as margens demora 2,1min. Qual é a largura do rio

## Respostas:

a)2,20 km b)1,36 km c)1,85km d)1,56 km e) 1,73 km f)1,19 km g)1,96 km h)outro

Dados:

$$v_1 = 18 \, m/s$$

$$v_2 = 8.5 \ m/s$$

$$t = 2,1min = 126 s$$

$$L = ?$$

$$\begin{cases} 1^{\underline{0}} \ caso: \ quando \ desce: v_1 = v_b + v_{H20} \\ 2^{\underline{0}} \ caso: \ quando \ sobe: v_2 = v_b - v_{H20} \end{cases}$$

Onde  $v_1$  e  $v_2$  são as velocidades resultantes para o 1° e o 2° caso

 $v_{b/H20}$  é a velocidade do barco em relação a água( velocidade relativa)

 $v_{H20}$  é a velocidade da água (velocidade de arrastamento)

$$\begin{cases} v_1 = v_{b/H20} + v_{H20} \\ v_2 = v_{b/H20} - v_{H20} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 18 = v_{b/H20} + v_{H20} \\ 8,5 = v_{b/H20} - v_{H20} \end{cases} ,$$
 resolvendo pelo método de redução, temos:

$$18 + 8.5 = 2 v_b \rightarrow v_{b/H20} = 13.25 \, m/s$$

$$v_{H20} = 18 - v_b \rightarrow v_{H20} = 18 - 13,25 \rightarrow v_{H20} = 4,75 \text{ m/s}$$

Como a travessia é feita perpendicular as margens conforme a figura ilustrada, temos:

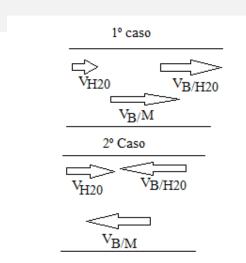
$$v_b^2 = v_{H20}^2 + v^2 \rightarrow v = \sqrt{v_b^2 - v_{H20}^2} \rightarrow v = \sqrt{(13,25)^2 - (4,75)^2}$$

$$v = 12,4 \, m/s$$

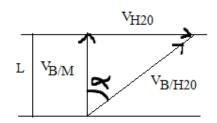
Considerando que o movimento do barco na água seja MRU, temos:

$$L = v t \rightarrow L = 12.4 \times 126 \rightarrow L = 1562.4 m$$

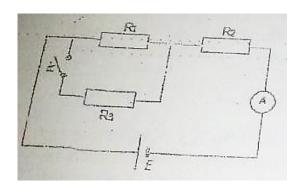
Resolução:



3º) Travessia Perpendicular as margens



$$L = 1562, 4. \frac{1000}{1000} \ m = 1,5624 \ \approx 1,56 \ km, L = 1,56 \ km$$
 , Línea D)



**59°)** (**Exame 2015**) No circuito (veja a figura), o gerador de força electromotriz E desconhecida, de resistência  $r_0$  desprezível está ligado em série com as resistências  $R_1 = 10 \Omega$  e  $R_2 = 20 \Omega$  e um amperímetro A de resistência também desprezível. Alem disso, está associado em paralelo com  $R_1$  um ramo que contém a resistência  $R_3$  e um interruptor K. A experiência mostra que quando o interruptor está aberto, o amperímetro indica que  $I_1 = 2 A$  e

quando o interruptor está fechado, ele indica  $I_2 = 2,3$  A. Calcule o valor da resistência  $R_3$ .

Resp: A) 10,6  $\Omega$  B) 13,6  $\Omega$  C) 18  $\Omega$  D) 21  $\Omega$  E) 23  $\Omega$  F) 15,6  $\Omega$  G) 25  $\Omega$  H) outro

Dados: resolução:

 $R_1 = 10 \Omega$  1° caso: Quando o interruptor K está desligado sobre que contém

 $R_2=20~\Omega$  a resistência  $R_3$  não circula a corrente ( $I_3=0$ ), e o amperímetro indica

 $I_1 = 2 A$   $I_1 = 2 A$ , Como  $R_1$  e  $R_2$  estão ligados em série,  $I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}$ 

 $I_2 = 2.3 A$   $2 = \frac{E}{10+20} \rightarrow E = 2(30) \rightarrow E = 60 V$ 

 $R_3$  =? 2º caso: Quando o interruptor K é ligado sobre o ramo que contém a resistência  $R_3$  passa a circular corrente e o amperímetro indica  $I_2$  = 2,3 A

Neste caso:  $I_2 = \frac{E}{R_{13} + R_2}$  (\*), Como  $R_1$  e  $R_2$  estão ligados em paralelo:  $R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$  (\*\*)

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$I_2 = \frac{E}{\frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + R_2} \to I_2 = \frac{E\left(R_1 + R_3\right)}{R_1R_3 + R_2\left(R_1 + R_3\right)}$$
 , colocando os dados:

$$2,3 = \frac{60 (10 + R_3)}{10R_3 + 20 (10 + R_3)} \rightarrow 2,3 = \frac{600 + 60R_3}{10R_3 + 200 + 20R_3}$$

$$2,3 = \frac{600+60R_3}{30R_3+200} \rightarrow 2,3(30R_3+200) = 600+60R_3$$

$$69R_3 + 460 = 600 + 60R_3 \rightarrow 69R_3 - 60R_3 = 600 - 460$$

$$9R_3 = 140 \rightarrow R_3 = \frac{140}{9} \rightarrow R_3 = 15,55 \approx 15,6 \cdot R_3 = 15,6 \Omega$$
, Linea F)

**60°**) (**Exame 2015**) uma peça de alumínio ( $\rho_a = 7.8 \ g/cm^3$ ) mergulhada num líquido de densidade 1,26 g/ml tem o peso de 9,7 N menor do que no ar. Qual é o peso dela no ar?

Resp: A) 45 N B) 52 N C) 73 N D) 67 N E) 60 N F) 39 N G) 80 N H) outro

resolução:

$$\rho_a = 7.8 \ g/cm^3 = 7.8.10^3 \ kg/m^3$$
 O peso dela no ar é :  $P = m_c \ g$ 

$$\rho_l=1,\!26~g/ml=~1,\!26.10^3~kg/~m^3~m_c$$
é a massa do corpo $m_c=\rho_a~V_c$  ,  $P=~\rho_a~V_c~g~~(*)$ 

I = 9.7 N  $V_i$  é o volume imerso, como o corpo está totalmente mergulhado, temos:

$$P = ?$$
  $V_i = V_c$ ,  $V_c$  é o volume do corpo

$$I = \rho_l V_i g \rightarrow V_i = \frac{I}{\rho_l g}$$
 (\*\*), substituindo(\*\*) em (\*), vem:

$$P = \frac{\rho_a \, I \, g}{\rho_l \, g} \rightarrow P = \frac{\rho_a \, I}{\rho_l} \ , \ \text{substituindo os dados}: \ \ P = \frac{7,8.10^3.9,7}{1,26.10^3} \rightarrow P = 60 \, N \ , \ \text{Línea E})$$

61°) (Exame 2015/2009) Um barco desce um rio à velocidade de 60 km/h e sobe-o à velocidade de 20 km/h, em relação as margens, demora 1,8min. Qual é a largura

### Respostas:

a)1,04 km b)0,85 km c)0,91km d) 1,16 km e) 1,22 km f)1,34 km g)0,84 km

h)outro

Dados:

$$v_1 = 60 \, km/h$$

$$v_2 = 20 \, km/h$$

$$t = 1.8min = 0.03 h$$

$$L = ?$$

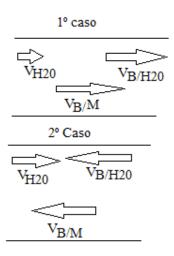
Resolução:

$$\begin{cases} 1^{\underline{o}}\ caso:\ quando\ desce:\ v_1=v_b+v_{H20}\\ 2^{\underline{o}}\ caso:\ quando\ sobe:\ v_2=v_b-v_{H20} \end{cases}$$

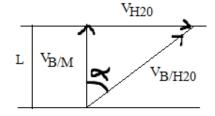
Onde  $v_1$  e  $v_2$  são as velocidades resultantes para o 1° e o 2º caso

 $v_b$  é a velocidade do barco em relação a água( velocidade relativa)

 $v_{H20}$  é a velocidade da água (velocidade de arrastamento)



3º) Travessia Perpendicular as margens



$$\begin{cases} v_1 = v_b + v_{H20} \\ v_2 = v_b - v_{H20} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 60 = v_b + v_{H20} \\ 20 = v_b - v_{H20} \end{cases} \text{, resolvendo pelo método de redução, temos:}$$

$$60 + 20 = 2 v_h \rightarrow v_h = 40 \, km/h$$

$$v_{H20} = 60 - v_b \rightarrow v_{H20} = 60 - 40 \rightarrow v_{H20} = 20 \text{ km/h}$$

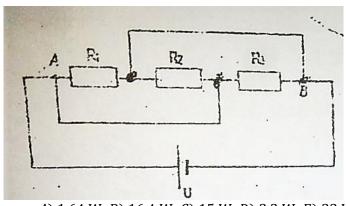
Como a travessia é feita perpendicular as margens conforme a figura ilustrada, temos:

$$v_b^2 = v_{H20}^2 + v^2 \rightarrow v = \sqrt{v_b^2 - v_{H20}^2} \rightarrow v = \sqrt{(40)^2 - (20)^2}$$

$$v = 34,6 \, km/h$$

Considerando que o movimento do barco na água seja MRU, temos:

$$L=v~t~\rightarrow L=34.6\times0.03~\rightarrow L=1.038~\approx1.04~km~\rightarrow L=1.04~km~$$
, Línea A)



**62°)** (**Exame 2015**) Dado o circuito eléctrico (veja a figura) em que  $U=30~V;~R_1=300~\Omega;~R_2=150~\Omega;~R_3=100~\Omega$ . Determine a potência consumida no circuito.

Resp:

F) 
$$1.8 W G) 18 W H) outro$$

Dados:

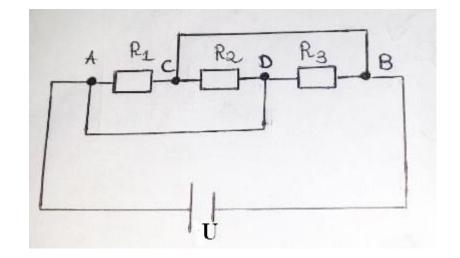
$$U = 30 V$$

$$R_1 = 300 \, \Omega$$

$$R_2 = 150 \Omega$$

$$R_3 = 100 \Omega$$

$$P_T = ?$$



#### Resolução:

Na figura temos três malhas e 4 nós, podemos aplicar as regras de kirchhoff (Apenas regra dos nós para relacionar as intensidades das correntes que atravessam as resistências) e a leis das tensões. A potência total será calculada pela fórmula:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$
,  $P_T = i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2 + i_3^2 R_3$  (\*)

Conforme a figura ao lado temos (Regra dos nós):

$$\begin{cases} n\acute{o} \ C \colon i_3 = i_2 \\ n\acute{o} \ D \colon i_2 = i_1 \\ se \ i_3 = i_2 \ e \ i_3 = i_2 \rightarrow \ i_1 = i_2 = i_3 \end{cases} \text{ Pelo método das tensões temos:}$$

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB}$$
 (\*\*) Onde

$$U_{AC} = U_1 = i_3 R_3$$
,  $U_{CD} = U_2 = i_2 R_2$ ,  $U_{DB} = U_1 = i_1 R_1 e U_{AB} = U$ 

Substituindo as relações encontradas acima na equação (\*\*), vem:

$$U_{AB} = i_3 R_3 + i_2 R_2 + i_1 R_1$$

Como 
$$i_1 = i_2 = i_3 \rightarrow U_{AB} = i_1 (R_3 + R_2 + R_1)$$

$$i_1 = \frac{U_{AB}}{(R_3 + R_2 + R_1)} \rightarrow i_1 = \frac{30}{(100 + 150 + 300)} \rightarrow i_1 = 0.055 \, A$$
,  $i_1 = i_2 = i_3 = 0.056 \, A$ 

Substituindo os dados em (\*), temos:

$$P_1 = i_1^2 R_1 = (0.055)^2 .300 \rightarrow P_1 = 0.9075 \approx 1, P_1 = 1 W$$

$$P_2 = i_2^2 R_2 = (0.055)^2.150 \rightarrow P_2 = 0.45375 \approx 0.5, P_2 = 0.5 W$$

$$P_3 = i_3^2 R_3 = (0.055)^2 .100 \rightarrow P_3 = 0.3025 \approx 0.3, P_3 = 0.3 W$$

Substituindo os valores em (\*), vem:

$$P_T = 1W + 0.5 W + 0.3 W \rightarrow P_T = 1.8 W$$
, Linea F)

**63°)** (**Exame 2015**) De uma torre de 180m de altura é lançado um projétil horizontalmente com a velocidade igual a 200m/s. Achar o módulo da velocidade com que o projétil chega ao solo.

Resp:

- A) 360m/s B) 190m/s C) 175m/s D) 208,8m/s E) 275m/s
- F) 250m/s G) 225m/s H) outro

Dados:

$$h_0 = 180 \ m$$

$$v_{x0} = v_x = 200 \text{ m/s}$$
,  $v = ?$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 

Resolução:

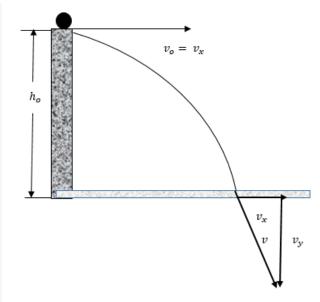
As equações horárias de um corpo que é lançado horizontalmente são:

$$ox: x = v_{x0}t \rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \rightarrow v_x = v_{x0}$$
,  $v_x = 200 \, m/s$ 

$$oy: h = h_0 - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow v_y = \frac{dy}{dt} \rightarrow v_y = -gt \quad (I)$$

Onde *t* é o tempo de queda(tempo que o projéctil chega ao solo)

Quando o projétil chega ao solo, a velocidade resultante é:



$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$
 (\*) e  $h = 0$ 

Pela equação:  $h=h_0-\frac{1}{2}~g~t^2\to 0=~h_0-\frac{1}{2}~g~t^2$  , isolando o t , vem:

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \to t = \sqrt{\frac{2.180}{9.8}} \to t = 6.1 \text{ s}$$

Substituindo  $t = 6.1 \, s$  na equação (I), vem:

$$v_y = -9.8.6.1 \rightarrow v_y = -59.78 \approx 60 \frac{m}{s}, \quad v_y = 60 \text{ m/s}$$

Substituindo os valores de  $v_x$  e  $v_y$  na equação (\*), temos:

$$v = \sqrt{(200)^2 + (60)^2} \rightarrow v = 208.8 \, \text{m/s}$$
, Linea D)

#### VII-EXAMES DE ACESSO 2014

**64°)** (**Exame 2014**) um protão move-se com velocidade  $v=4,0.10^6~m/s$  e penetra numa região do espaço onde existe um campo magnético uniforme de intensidade 1,5 T perprndicular ao vector da velocidade. Determina a força que actua sobre o protão. A sua carga é igual a  $q_p=1,60.10^{-19}~C$ 

Resp: A) 6,4.  $10^{-13}$  N B) 7,2.  $10^{-14}$  N C) 4,8.  $10^{-13}$  N D) 10,5.  $10^{-13}$  N

E) 5,6. 
$$10^{-13}$$
 N F) 9,6.  $10^{-13}$  N G) 4,0.  $10^{-12}$  H) outro

Dados:  $v = 4.0.10^6 \text{ m/s}$ , B = 1.5 T

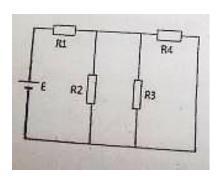
$$q_n = 1,60.10^{-19} \, \text{C} \, v \, \perp B \, , \alpha = 90^{\circ} \, , F_m = ?$$

Quando o protão entra na região onde existe um campo magnético unifome sobre ele actua uma força magnética  $F_m$  de intensidade :

 $F_m = q_p B v sen\alpha$ ; Onde B é a indução magnética do campo,

 $F_m = q_p B v sen \alpha$ , substituindo os dados vem:

$$F_m = 1,\!60.\,10^{-19}.\,1,\!5.\,4,\!0.\,10^6\,sen90^\circ \to F_m = 9,\!6.\,10^{-13}N$$
 , Linea F)



**65°)** (**Exame 2014**) Suponha que os elementos do circuito eléctrico (Veja a figura) tenham os seguintes valores: E=10~V;  $R_1=800~\Omega$ ;  $R_2=2.4~k~\Omega$ ;  $R_3=20~k~\Omega$  e  $R_4=6.0~k~\Omega$ . Determine a potência total dissipada por todos os resistores

## Resp:

A) 35 mW B) 52 mW C) 28 mW D) 42 mW E) 15 mW

F) 10 mW G) 65 mW H) outro

#### Dados:

$$E = 10 V$$

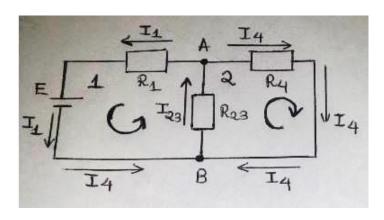
$$R_1 = 800 \Omega$$

$$R_2 = 2.4 k \Omega = 2400 \Omega$$

$$R_3 = 20 k \Omega = 20.000 \Omega$$

$$R_4 = 6.0 k \Omega = 6000 \Omega$$

$$P_T = ?$$



#### Resolução:

Vamos reduzir o nosso circuito de três malhas para duas malhas: as resistências  $R_2$  e  $R_3$  estão associadas em paralelo, a sua resistência equivalente é:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \rightarrow R_{23} = \frac{2400 \cdot 20000}{2400 + 20000} \rightarrow R_{23} = 2143 \,\Omega$$

Agora temos apenas duas malhas, podemos aplicar as regras de kirchhoff (A regra dos nós e a regra das malhas) para encontrar as intensidades que atravessam as resistências.

A potência total será calculada pela fórmula:

$$P_T = P_1 + P_{23} + P_4$$

$$P_T = i_1^2 R_1 + i_{23}^2 R_{23} + i_4^2 R_4 (*)$$

Conforme a figura ao lado temos:

$$\begin{cases} n\acute{o}\ A{:}\ i_{23}=i_{1}+i_{4} \\ n\acute{o}\ B{:}\ i_{1}+i_{4}=i_{23} \end{cases}$$
 
$$\{ malha\ 1{:}\ i_{1}R_{1}+i_{23}\ R_{23}=-E \}$$
 
$$\{ malha\ 2{:}\ i_{4}R_{4}+i_{23}\ R_{23}=0 \}$$

Substituindo a igual do nó A nas malhas A e B, temos:

$$\left\{ \begin{aligned} &2943i_1 + 2143i_4 = -10 \\ &i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3,8i_4 \end{aligned} \right\}$$

Substituindo a igualdade da segunda equação na primeira fica:

$$\begin{cases} 2943(-3.8i_4) + 2143i_4 = -10 \\ i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3.8i_4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -11183.4i_4 + 2143i_4 = -10 \\ i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3.8i_4 \end{cases}$$
 
$$\begin{cases} -9040.4i_4 = -10 \rightarrow i_4 = -\frac{10}{-9040.4} \rightarrow i_4 = 1.11.10^{-3} A \\ i_1 = -\frac{8143i_4}{2143} \rightarrow i_1 = -3.8i_4 \rightarrow i_1 = -3.8(1.11.10^{-3}) \rightarrow i_1 = -4.218.10^{-3} A \\ i_{23} = i_1 + i_4 \rightarrow i_{23} = -4.218.10^{-3} + 1.11.10^{-3} \rightarrow i_{23} = 3.108.10^{-3} A \end{cases}$$

Os sinais negativos das correntes indicam que o sentido escolhido no circuito não é o correcto, os verdadeiros valores das correntes são:

$$i_4 = 1,11.10^{-3} A$$
,  $i_1 = 4,218.10^{-3} A$  e  $i_{23} = 3,108.10^{-3} A$ 

Substituindo os dados na equação (\*), vem:

$$P_T = (4,218.10^{-3})^2.800 + (3,108.10^{-3})^2.2143 + (1,11.10^{-3})^2.6000$$

$$P_T = 42326,479.10^{-6} \rightarrow P_T = 42326,479.10^{-3}.10^{-3}$$

$$P_T = \frac{42326,479.10^{-3}}{10^3} \rightarrow P_T = 42,3.10^{-3} W \approx 42 \text{ mW}$$

$$P_T = 42 \ mW$$
, Línea D)

**66°**) (**Exame 2014**) Num recipiente cilíndrico encheu-se com água e óleo de tal forma que a massa da água é dupla em relação à massa do óleo. A altura da coluna dos líquidos é h=20~cm. Achar a pressão, exercida pelo líquidos no fundo do recipiente. A massa volúmica da água é  $\rho_1=1,0.10^3kg/m^3$  e do óleo é  $\rho_2=0,90.10^3kg/m^3$ .

Resp: A) 2,05 kPa B) 1,50 kPa C) 1,36 kPa D) 1,89 kPa E) 2,18 kPa

F) 2,42 kPa G) 1,68 kPa H) outro

Dados:

 $m_1 = 2 m_2$ 

$$h = 20 \ cm = 0.2 \ m$$

$$\rho_1 = 1.0.10^3 kg/m^3$$

$$\rho_2 = 0.90.10^3 kg/m^3$$

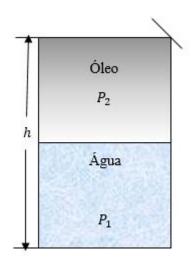
$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$P_1 = ?$$

Resolução:

Resolução:

Resolução:



Conforme a figura o líquido menos denso (2) estará por cima do líquido mais denso (1)

Pela equação fundamental da hidrostática, a pressão no fundo recipiente será:

$$P_1 = P_2 + \rho_1 g h_1$$
 (\*), Onde:  $P_2 = P_a + \rho_2 g h_2$  (\*\*),  $P_a$  é a pressão atmosférica

Substituindo (\*\*) em (\*), vem: 
$$P_1 = P_a + \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1$$

Não nos foi mencionado a pressão atmosférica em que os líquidos estão sujeitos, vamos considerar que o recipiente cilíndrico é fechado e que não está sobre o efeito da pressão atmosférica, logo:  $P_a = 0$ , a fórmula acima fica:

$$P_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1 (***)$$

Sabe-se que: 
$$m_1 = 2 m_2$$
, onde  $m = \rho V$ ,  $m_1 = \rho_1 V_1 e m_2 = \rho_2 V_2$ 

$$\rho_1 V_1 = 2 \rho_2 V_2$$
, onde  $V_1 = Ah_1 e V_2 = Ah_2$ 

$$\rho_1 A h_1 = 2 \rho_2 A h_2 \rightarrow \rho_1 h_1 = 2 \rho_2 h_2$$
 (I)

Pela figura: 
$$h = h_1 + h_2 \rightarrow 0.2 = h_1 + h_2 \rightarrow h_1 = 0.2 - h_2$$
 (II)

Substituindo (II) em (I), vem:

$$\rho_1(0.2 - h_2) = 2 \rho_2 h_2 \rightarrow 1.0.10^3 (0.2 - h_2) = 2.0.90.10^3 h_2$$

$$0.2 - h_2 = 1.8 \ h_2 \rightarrow 1.8 \ h_2 + h_2 = 0.2 \rightarrow 2.8 \ h_2 = 0.2 \rightarrow h_2 = \frac{0.2}{2.8} \rightarrow$$

$$h_2 = 0.071 \, m$$

$$h_1 = 0.2 - h_2 \rightarrow h_1 = 0.2 - 0.071 \rightarrow h_1 = 0.129 m$$

Substituindo os dados na equação (\*\*\*), vem:

$$P_1 = 0.90.10^3.9.8.0.071 + 1.0.10^3.9.8.0.129$$

$$P_1 = 1,890.10^3 Pa \approx 1,89 kPa$$
,  $P_1 = 1,89 kPa$ , Linea D)



67°) (Exame 2014) Duas cargas pontuais  $q_1 = 60 \ n \ c \ e \ q_2 = -30 \ n \ c$  distantes de  $d = 20 \ cm$  estão no eixo dos xx sendo a

carga  $q_1$  na origem do referencial (Veja figura). Determine a coordenada do ponto x em que a intensidade do campo eléctrico resultante E = 0.

Resp: A) 82 cm B) 68 cm C) -24 cm D) 56 cm E) -16 cm

$$F)$$
 32  $cm$   $G)$   $-$  4  $cm$   $H)$  outro

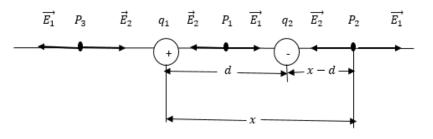
Dados:

Resolução:

$$q_1 = 60 n c$$

$$q_2 = -30 \, n \, c \, x = ?$$

Nota: o campo elétrico no interior (na recta que uni duas cargas de sinais opostos numa se anula. Pela figura, o



campo eléctrico só pode anular-se nas regiões 2 e 3:

Região 2: 
$$E = E_1 - E_2 \rightarrow E_1 - E_2 = 0 \rightarrow E_1 = E_2$$
 (\*)

Onde: 
$$E_1 = k \frac{q_1}{{d_1}^2}$$
  $E_2 = k \frac{q_2}{{d_2}^2}$  (As cargas estão sempre em módulo)

É fácil notar na figura que:  $d_1 = x \ e \ d_2 = x - d$ 

$$E_1 = k \frac{q_1}{x^2}$$
  $E_2 = k \frac{q_2}{(x-d)^2}$ , substituindo em (\*), temos:

$$k \frac{q_2}{(x-d)^2} = k \frac{q_1}{x^2} \rightarrow q_2 x^2 = q_1 (x-d)^2 \quad q_1 (x-d)^2 = q_2 x^2$$

colocando os dados: 
$$60(x-20)^2 = 30 x^2 \rightarrow 60(x^2-40x+400) = 30 x^2$$

$$60x^2 - 2400x + 24000 = 30x^2 \rightarrow 30x^2 - 2400x + 24000 = 0$$

Dividir todos os termos da equação por 30 fica:  $x^2 - 80x + 800 = 0$  (equação do 2º grau)

$$\chi = \frac{-(-80)\pm\sqrt{(80)^2 - 4(1)(800)}}{2(1)} = \frac{80\pm56,6}{2}$$

$$x_1 = 68.3 \approx 68~cm$$
 ,  $x_1 = 68~cm~e~x_2 = -11.7~cm$ 

O campo eléctrico anula-se no ponto  $x_1 = 68 cm$ , Linea B)

68°) (Exame 2014) O Pedro lançou verticalmente para cima a partir de uma altura de 2,0 m do solo uma bola. Sendo a altura máxima atingida pela bola em relação ao solo de 5,2 m, calcule o valor da velocidade de lançamento da bola. Despreze a resistência do ar.

Resp: A) 7,1 m/s B) 9,7 m/s C) 7,9 m/s D) 8,5 m/s E) 6,4 m/s

F) 10,5 m/s G) 11,2 m/s H) outro

Dados:

 $h_0 = 2.0 \ m$ 

$$h_{max} = 5.2 m$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$v_0 = ?$$

No lançamento vertical a altura máxima atingida pelo corpo é determinada pela equação:  $h_{max} = h_0 + \frac{{v_0}^2}{2a}$ , isolando  $v_0$  nesta equação:

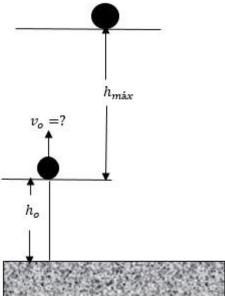
$$h_{max}-h_0=\frac{{v_0}^2}{2g}\to \ v_0=\sqrt{2g(h_{max}-h_0)}\ ,$$
 colocando os dados, vem:

$$v_0 = \sqrt{2.9,8(5,2-2,0)}$$

$$v_0 = 7.9 \ m/s$$
, Linea C)



Resolução:



# VIII-EXAMES DE ACESSO 2013

69°) (Exame 2013) A lei do movimento de uma partícula é:

 $\vec{r}=2~t^2~\overrightarrow{e_x}+2~t~\overrightarrow{e_y}$ , m. Determine o raio de curvatura da tragectória no instante t=

Resp: A) 75 m B) 61m C) 52m D) 38 m E) 73 m F) outro

Dados: Resolução:

 $\vec{r} = 2 t^2 \overrightarrow{e_x} + 2 t \overrightarrow{e_y}$ Pela fórmula da aceleração centrípeta (aceleração normal), temos:

$$t = 1.9 \text{ s , } R = ?$$
  $a_c = \frac{v^2}{R} \to R = \frac{v^2}{a_c}$  (\*)

 $a_c$  é a aceleração normal ou centrípeta da partícula  $\,$  , v é a velocidade da partícula

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4t \ \vec{e_x} + 2 \ \vec{e_y}$$
, o módulo da velocidade é:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(4t)^2 + (2)^2} \rightarrow v = \sqrt{16t^2 + 4} \rightarrow$$

$$|v| = 2\sqrt{4t^2 + 1}$$
, Para o instante  $t = 1.9 \, s$ ,  $v = 2\sqrt{4(1.9)^2 + 1} \rightarrow v = 7.9 \, m/s$ 

A aceleração total da partícula é determinada pela fórmula:

 $a^2 = {a_c}^2 + {a_t}^2$  , isolando a aceleraçaão normal, vem:

$$a_c = \sqrt{a^2 - {a_t}^2}$$
 (\*\*) ,  $a$  é aceleração total e  $a_t$  é a aceleração tangencial

$$a=rac{d\vec{v}}{dt}=4\ \overrightarrow{e_x}+0\ \overrightarrow{e_y}$$
 , o módulo da aceleração total é:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(4)^2 + (0)^2} \rightarrow v = \sqrt{16 + 0} \rightarrow a = 4 \, m/s^2$$

O módulo da aceleração tangencial é: 
$$a_t = \frac{d|v|}{dt} = \rightarrow a_t = \frac{d(2\sqrt{4t^2+1})}{dt} \rightarrow a_t = \frac{8t}{\sqrt{4t^2+1}}$$

Para o instante 
$$t = 1.9 \, s$$
 ,  $a_t = \frac{8.1.9}{\sqrt{4(1.9)^2 + 1}} \rightarrow a_t = 3.87 \, m/s^2$ 

Substituindo os valores de a e  $a_t$  na equação (\*\*), vem:

$$a_c = \sqrt{(4)^2 - (3.87)^2} \rightarrow a_c = 1.0231 \, m/s^2$$

Substituindo o valor de  $a_c$  e de v, na equação (\*), vem:  $R = \frac{(7.9)^2}{1.0231} \rightarrow R = 61 \, m$ , Linea B)

**70°**) (**Exame 2013**) Uma partícula de massa  $m = 9,0.10^{-11} kg$  penetra com a velocidade inicial  $\vec{v} = 3 \times 10^5 \ \vec{\iota} \ (m/s)$ , numa região do espaço onde existe apenas um campo magnético uniforme,  $\vec{B} = 20 \ \vec{\jmath} \ (T)$  em que  $\vec{\iota} \ \vec{e} \ \vec{\jmath}$  são vectores unitários do sistema de coordenadas cartesianas e descreve uma tragectória de 22,5 cm. Determine a carga da partícula. Considere desprezáveis as acções gravitacionais.

Resp: A) 4,5. 
$$10^{-6}$$
 C B) 7,2.  $10^{-6}$  C C) 6,4.  $10^{-6}$  C D) 5,5.  $10^{-6}$  C

E) 
$$5.0.10^{-6}C$$
 F)  $4.0.10^{-6}C$  G)  $6.0.10^{-6}C$  H) outro

Dados:

$$\vec{v} = 3 \times 10^5 \,\vec{\iota} \, (m/s)$$

$$\vec{B} = 20 \vec{j} (T)$$

$$m=9.0.\,10^{-11}\,kg$$
 ,  $v$   $\perp B,\alpha=60^{\circ}$  ,  $R=22.5\,cm=22.5.\,10^{-2}m$ 

$$q = ?$$

Resolução:

Quando uma partícula penetra numa região onde existe um campo magnético descreve órbitas circulares de raio R e sobre ela actua uma força magnética de intensidade ( $F_m = q \ v \ B \ sen \alpha$ )

Pela segunda lei de Newton:  $F_m = m a_c$  , onde  $a_c = \frac{v^2}{R}$ 

$$F_m = m \frac{v^2}{R} \rightarrow q v B sen \alpha = q \frac{v^2}{R} \rightarrow q B sen \alpha = m \frac{v}{R}$$

$$q B sen \alpha R = m v \rightarrow q = \frac{m v}{B sen \alpha R}$$
 (\*)

Vamos achar os módulos dos vectores velocidade e vector indução magnética:

$$\vec{v} = 3 \times 10^5 \, \vec{\iota} \, (m/s) \,, v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (0)^2} \rightarrow v = 3 \times 10^5 \, m/s$$

$$\vec{B} = 20 \, \vec{j} \, (T) \,, B = \sqrt{{B_x}^2 + {B_y}^2} = \sqrt{(0)^2 + (20)^2} \, \rightarrow B = \, 20 \, T$$

Substituindo os dados na equação (\*), temos:

$$q = \frac{9,0.10^{-11}.3 \times 10^5}{20.sen90^{\circ}.22,5.10^{-2}} \rightarrow q = 0,06.10^{-6}.10^2 \, C$$
,  $q = 6,0.10^{-6} \, C$ , Linea G)

71°) (Exame 2013) A lei do movimento de uma partícula é:

 $\vec{r} = -2 t \vec{e_x} + 2 t^2 \vec{e_y}$ , m. Determine o raio de curvatura da tragectória no instante t = 2.0 s.

Resp: A) 79 m B) 85m C) 62m D) 70 m E) 76 m F) outro

Dados: Resolução:

 $\vec{r} = -2 t \vec{e_x} + 2 t^2 \vec{e_y}$  Pela fórmula da aceleração centrípeta (aceleração normal), temos:

$$t = 2.0 s$$
  $a_c = \frac{v^2}{R} \to R = \frac{v^2}{a_c}$  (\*)

$$R = ?$$
  $a_c$  é a aceleração normal ou centrípeta da partícula

v é a velocidade da partícula.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -2 \vec{e_x} + 4t \vec{e_y}$$
, o módulo da velocidade é:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(-2)^2 + (4t)^2} \rightarrow v = \sqrt{4 + 16t^2} \rightarrow$$

$$|v|=2\sqrt{1+4t^2}$$
 Para o instante  $t=2.0~s$  ,  $v=2\sqrt{1+4(2.0)^2} \rightarrow v=8.25~m/s$ 

A aceleração total da partícula é determinada pela fórmula:

 $a^2 = {a_c}^2 + {a_t}^2$  , isolando a aceleraçaão normal, vem:

$$a_c = \sqrt{a^2 - {a_t}^2}$$
 (\*\*),  $a$  é aceleração total e  $a_t$  é a aceleração tangencial

$$a = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \overrightarrow{e_x} + 4 \overrightarrow{e_y}$$
, o módulo da aceleração total é:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(0)^2 + (4)^2} \rightarrow v = \sqrt{0 + 16} \rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

O módulo da aceleração tangencial é:

$$a_t = \frac{d|v|}{dt} = \rightarrow a_t = \frac{d(2\sqrt{1+4t^2})}{dt} \rightarrow a_t = \frac{8t}{\sqrt{1+4t^2}}$$

Para o instante 
$$t = 2.0 \text{ s}$$
 ,  $a_t = \frac{8.2.0}{\sqrt{1+4(2.0)^2}} \rightarrow a_t = 3.88 \text{ m/s}^2$ 

Substituindo os valores de a e  $a_t$  na equação (\*\*), vem:

$$a_c = \sqrt{(4)^2 - (3.88)^2} \rightarrow a_c = 0.972 \, m/s^2$$

Substituindo o valor de  $a_c$  e de v , na equação (\*), vem:  $R = \frac{(8,25)^2}{0,972} \rightarrow R = 70 \ m$  , Linea D)

72°) (Exame 2013) Uma partícula de carga eléctrica  $q=6,0.10^{-6}$  C penetra com a velocidade inicial  $\vec{v}=3\times 10^5$   $\vec{\iota}$  (m/s), numa região do espaço onde existe apenas um campo magnético uniforme,  $\vec{B}=20$   $\vec{\jmath}$  (T) em que  $\vec{\iota}$   $\vec{e}$   $\vec{\jmath}$  são vectores unitários do sistema de coordenadas cartesianas e descreve uma tragectória de 225 mm. Qual é a massa da partícula? Considere desprezáveis as acções gravitacionais.

Resp: A) 6,0. 
$$10^{-10} kg B$$
) 8,0.  $10^{-12} kg C$ ) 9,0.  $10^{-10} kg D$ ) 8,5.  $10^{-11} kg$ 

E) 7,5. 
$$10^{-11} kg F$$
) 9,0.  $10^{-12} kg G$ ) 9,0.  $10^{-11} kg H$ ) outro

Dados:

Resoluções:

$$\vec{v} = 3 \times 10^5 \ \vec{\iota} \ (m/s)$$
 Quando uma partícula penetra numa região onde existe

$$\vec{B} = 20 \vec{i}$$
 (T) Um campo magnético descreve órbitas circulares de raio R e sobre

$$m = ?$$
 Ela actua uma força magnética de intensidade  $(F_m = q \ v \ B \ sen \alpha)$ 

$$q=6.0.10^{-6}$$
 C Pela segunda lei de Newton:  $F_m=q~a_c$ , onde  $a_c=\frac{v^2}{R}$ 

$$v \perp B, \alpha = 60^{\circ}$$
  $F_m = m \frac{v^2}{R} \rightarrow q \ v \ B \ sen \alpha = q \frac{v^2}{R} \rightarrow q \ B \ sen \alpha = m \frac{v}{R}$ 

$$R = 225 \ cm = 225.10^{-3} m$$
  $q \ B \ sen \alpha \ R = m \ v \rightarrow m = \frac{q \ B \ sen \alpha \ R}{v} \ (*)$ 

Vamos achar os módulos dos vectores velocidade e vector indução magnética:

$$\vec{v} = 3 \times 10^5 \, \vec{\iota} \, (m/s) \,, v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (0)^2} \, \rightarrow v = \, 3 \times 10^5 \, m/s$$

$$\vec{B} = 20 \, \vec{j} \, (T) \, , B = \sqrt{{B_x}^2 + {B_y}^2} = \sqrt{(0)^2 + (20)^2} \, \rightarrow B = \, 20 \, T$$

Substituindo os dados na equação (\*), temos:

$$m = \frac{6,0.10^{-6}.20.sen_{90^{\circ}.225.10^{-3}}}{3\times10^{5}} \rightarrow m = 9.10^{-11} \ kg$$
, Línea G)

**73°**) (**Exame 2013**) Uma peça de alumínio ( $\rho_a = 11,3 \ g/cm^3$ ) mergulhada num líquido de densidade  $0,92 \ g/ml$  tem o peso de  $9,2 \ N$  menor do que no ar. Qual é o peso aparente dela?

Resp: A) 104 N B) 85 N C) 121 N D) 115 N E) 92 N F) outro

Dados: Resolução:

$$\rho_a=11,3~g/cm^3=~11,3.\,10^3~kg/m^3$$
 O peso aparente é :  $P_a=P-I$  (\*)

$$\rho_l = 0.92 \ g/ml = \ 0.92.10^3 \ kg/m^3 \qquad \quad \text{Onde $I$ \'e o impuxo , $I = \rho_l \ V_i \ g$}$$

I = 9.2 N  $V_i$  é o volume imerso, como o corpo está totalmente mergulhado, temos:

$$P_a = ?$$
  $V_i = V_c$ ,  $V_c$  é o volume do corpo

$$I=\rho_l\,V_i\,g\,
ightarrow V_i=rac{I}{\rho_l\,g}\,$$
,  $P=m_c\,g\,$ ,  $m_c$  é a massa do corpo  $m_c=\rho_a\,V_c$ 

$$P = \rho_a V_c g$$
, como  $V_i = V_c = \frac{I}{\rho_I g}$ , temos:  $P = \rho_a V_i g \rightarrow P = \frac{\rho_a I g}{\rho_I g} \rightarrow P = \frac{\rho_a I}{\rho_I}$  (\*\*)

Substituindo (\*\*) em (\*) temos: 
$$P_a = \frac{\rho_a I}{\rho_l} - I \rightarrow P_a = I \frac{(\rho_a - \rho_l)}{\rho_l}$$
, colocando os dados vem:

$$P_a = 9.2. \frac{(11.3.10^3 - 0.92.10^3)}{0.92.10^3} \rightarrow P_a = 103.8 \approx 104 \rightarrow P_a = 104 N$$
, Línea C)

#### IX-EXAME DE ACESSO 2012

**74°**) (**Exame 2012**) Dois blocos de massas  $m_1$  e  $m_2 = 3.0 \, kg$  estão ligados com um fio e ficam numa mesma horizontal. Ao primeiro bloco é aplicada uma força horizontal de  $20 \, N$ . O coeficiente de atrito entre a mesa e os blocos é igual a 0.10. Determine a massa  $m_1$  se a força de tensão que liga os blocos for de  $15 \, N$ .

Resp: A) 1,5 kg B) 2,0 kg C) 0,8 kg D) 1,0 kg E) 0,4 kg F) 3,2 kg

G) 2,5 kg H) outro

Dados: Resolução:

$$m_2 = 3.0 \ kg$$

$$F = 20 N$$

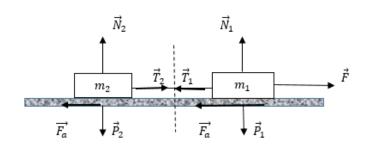
$$\mu = 0.10$$

$$T = 15 N$$
,  $g = 9.8 m/s^2$ ,  $m_1 = ?$ 

Resolução:

Conforme a figura projectada, temos:

$$\begin{cases} corpo\ de\ massa\ m_1 \\ ox: F - T_1 - f_a = m_1 a;\ f_a = \mu N_1 \\ oy: N_1 - P_1 = 0 \rightarrow N_1 = P_1 \\ \end{cases}$$
 
$$\begin{cases} corpo\ de\ massa\ m_2 \\ ox: T_2 - f_a = m_2 a\ , f_a = \mu N_2 \\ oy: N_2 - P_2 = 0 \rightarrow N_2 = P_2 \\ \end{cases}$$



$$\begin{cases} corpo\ de\ massa\ m_1 \\ ox: F - T_1 - \mu N_1 = m_1 a; \\ N_1 = P_1 = m_1 g \end{cases} \begin{cases} corpo\ de\ massa\ m_2 \\ ox: T_2 - \mu N_2 = m_2 a \\ N_2 = P_2 = m_2 g \end{cases}$$
 
$$\begin{cases} corpo\ de\ massa\ m_1 \\ ox: F - T_1 - m_1 g \mu = m_1 a\ (*) \\ N_1 = P_1 = m_1 g \end{cases} \begin{cases} corpo\ de\ massa\ m_2 \\ ox: T_2 - \mu m_2 g = m_2 a\ (**) \\ N_2 = P_2 = m_2 g \end{cases}$$

Considerando que o fio é ideal, inextensível e de massa desprezível:

$$T_1 = T_2 = T = 15 N$$

Pela equação (\*\*), temos:

$$T_2 - \mu m_2 g = m_2 a \rightarrow a = \frac{T_2 - \mu m_2 g}{m_2} \rightarrow a = \frac{15 - 0,10.3,0.9,8}{3,0}$$

$$a = 4.02 \, m/s^2$$

Pela equação (\*): $F - T_1 - m_1 g\mu = m_1 a$ , isolando  $m_1$ :

$$F - T_1 = m_1 g \mu + m_1 a \rightarrow F - T_1 = m_1 (g \mu + a)$$
 
$$m_1 = \frac{F - T_1}{(g \mu + a)} \rightarrow m_1 = \frac{20 - 15}{(9.801 + 4.02)} \rightarrow m_1 = 1,0 \ kg \text{ , Linea D}$$

**75°**) (**Exame 2012**) Um recipiente contém dois líquidos A e B homogéneos e imiscíveis, cujas as massas volúmicas são respectivamente  $\rho_A = 1.0 \ g/cm^3$  e  $\rho_B = 1.24 \ g/cm^3$ . Um corpo sólido e maciço feito de um material de massa volúmica  $\rho = 1.08 \ g/cm^3$ , está em equilíbrio na interface entre os dois líquidos. Determine a razão do volume imerso A e imerso no líquido B,  $V_A/V_B$ .

Dados:

$$ho_A = 1.0 \ g/cm^3 = 1000 \ kg/m^3$$
 
$$ho_B = 1.24 \ g/cm^3 = 1240 \ kg/m^3 \ , \ \rho = 1.08 \ g/cm^3 = 1080 \ kg/m^3 \ , V_{iA} \ / \ V_{iB} = ?$$

Resolução:

Pela lei de arquímedes as forças que actuam sobre o corpo são o empuxo ( $I_A$  e  $I_B$  para cima) e a força de gravidade  $F_g$  para baixo . Como o corpo está em equilíbrio, pela 1º lei de Newton a resultante das forças é nula:

$$I_A + I_B - F_g = 0 \rightarrow I_A + I_B = F_g$$
 (\*)

Onde: 
$$I_A = \rho_A V_{iA} g e I_B = \rho_B V_{iB} g e F_q = m_c g$$

 $V_{iA}$  é o volume imerso no líquido A

 $V_{iB}$  é o volume imerso no líquido B

 $m_c$  é a massa do corpo (cubo) .  $m_c = \rho_c V_c$ 

 $V_c$  é o volume do corpo e  $\rho$  é a densidade do corpo

Substituindo as relações obtidas em (\*), vem:

$$\rho_A V_{iA} g + \rho_B V_{iB} g = \rho V_c g$$
, simplificando g, temos:

$$\rho_A V_{iA} + \rho_B V_{iB} = \rho V_c \quad (**)$$

$$V_C = V_{iA} + V_{iB} \rightarrow (***),$$

Substituindo (\*\*\*) em (\*\*), vem:

$$\rho_A V_{iA} + \rho_B V_{iB} = \rho (V_{iA} + V_{iB}) \rightarrow \rho_A V_{iA} + \rho_B V_{iB} = \rho V_{iA} + \rho V_{iB}$$

$$\rho_B V_{iB} - \rho V_{iB} = \rho V_{iA} - \rho_A V_{iA} \rightarrow V_{iB} (\rho_B - \rho) = V_{iA} (\rho - \rho_A)$$

$$V_{iB}(\rho_B - \rho) = V_{iA}(\rho - \rho_A) \rightarrow \frac{V_{iA}}{V_{iB}} = \frac{(\rho_B - \rho)}{(\rho - \rho_A)}$$

$$\frac{V_{iA}}{V_{iB}} = \frac{(1240 - 1080)}{(1080 - 1000)} \rightarrow \frac{V_{iA}}{V_{iB}} = 2$$

**76°)** (**Exame 2012**) Numa transformação um gás ideal duplicou o seu volume, a pressão baixou de 120 kPa, a temperatura acrescentou de 20% em relação ao estado inicial. Determine a pressão final go gás?

Resp: A) 210 kPa B) 180 kPa C) 130 kPa D) 270 kPa E) 150 kPa F) 200 kPa

G) 100 kPa H) outro

Dados:

$$V_2 = 2 V_1$$

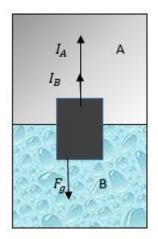
$$\Delta P = -120 \rightarrow P_2 - P_1 = -120 \rightarrow P_1 = P_2 + 120$$

$$\Delta T = 20\% T_1 \rightarrow T_2 - T_1 = 0.2T_1 \rightarrow T_2 = 0.2T_1 + T_1 \rightarrow T_2 = 1.2T_1$$

$$P_2 = ?$$

Resolução:

Pela equação dos gases ideias temos:  $\frac{PV}{T}$  = constante



$$\begin{array}{l} \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \to \frac{(P_2+120)V_1}{T_1} = \frac{P_22\,V_1}{1,2T_1} \quad \text{, simplificando fica:} \\ 1,2(P_2+120) = 2P_2 \to 1,2\,P_2+144 = 2P_2 \to 2P_2-1,2\,P_2 = 144 \\ 0.8\,P_2 = 144 \to P_2 = \frac{144}{0.8} \to P_2 = 180\,kPa \, \, \text{, Línea B)} \end{array}$$

77°) (Exame 2012) Um pêndulo cónico, de massa 25 mg, de carga  $64 \mu C$  e de comprimento 93 cm, encontra-se num campo magnético uniforme vertical dirigido para cima e descreve uma trajetória circular no sentido anti-horário com a velocidade de 0.50 m/s. O fio faz o ângulo de  $30^\circ$  com a vertical. Determine a indução magnética do campo.

Resolução:

Resp: A) 5,3 T B) 2,5 T C) 3,2 T D) 4,6 T E) 4,0 T F) 3,6 T G) 3,0 T H) outro

$$m = 25 mg = 25.10^{-6} kg$$
  
 $q = 64 \mu C = 64.10^{-6} C$ 

$$v = 0.50 \, m/s$$

$$\alpha = 30^{\circ}$$

Dados:

$$L = 93 cm = 0.93 m$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$B = ?$$

Como o pêndulo cónico encontra-se num campo magnético, sob a partícula vai actuar uma força magnética  $F_m = q B v$  dirigida em sentido horário.

Conforme as figuras ilustradas ao lado (triângulo das tensões),

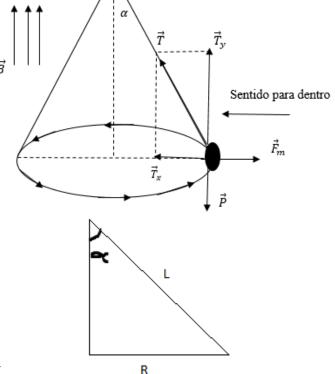
temos:

$$T_x = T \operatorname{sen}\alpha \operatorname{e} T_y = T \operatorname{cos}\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{T_x}{T_y} \to T_x = T_y \, tg\alpha$$

Pelo triângulo ao lado teremos:  $R = L sen\alpha$ 

R é o raio da tragectória



Pela segunda lei de Newton, a resultante de todas as forças é igual ao produto da massa pela aceleração (como a partícula descreve trajetórias circulares, a aceleração é normal ou centrípeta 
$$a_c = \frac{v^2}{R}$$
):

$$\begin{cases} ox: -F_m + T_x = m \ a_c \rightarrow F_m - T_x = -m \ \frac{v^2}{R} \rightarrow q \ B \ v - T_x = -m \ \frac{v^2}{R} \\ oy: T_y - P = 0 \rightarrow T_y = P \rightarrow T_y = mg \\ T_x = T_y \ tg\alpha \rightarrow T_x = mg \ tg\alpha \\ R = L \ sen\alpha \end{cases}$$

ox: 
$$q B v - mg tg\alpha = -m \frac{v^2}{L sen\alpha} \rightarrow q B v = mg tg\alpha - m \frac{v^2}{L sen\alpha}$$

$$B = \frac{m}{qv} \left( gtg\alpha - \frac{v^2}{L sen\alpha} \right)$$
, colocando os dados vem:

$$B = \frac{25.10^{-6}}{64.10^{-6}.0,50} \left( 9,8. tg30^{\circ} - \frac{(0,50)^{2}}{0,93. sen30^{\circ}} \right) \rightarrow B = 4,0 \ T$$
, Línea E)

## X-EXAMES DE ACESSO 2011

78°) (Exame 2011) Uma bala de massa de 9,0g e de velocidade de 330 m/s atinge o pêndulo balístico (dispositivo utilizado para medir a velocidade de projéteis) de massa 1,62 kg, onde fica incrustada. A que altura sobe o sistema?

A) 13 cm B) 14 cm C) 11cm D) 16 cm E) 10 cm F) 15 cm G) 17cm H) outro

Dados:

$$m_b = 9.0 g = 9.10^{-3} kg$$

$$M = 1,62 \, kg$$

$$v_b = 330 \, m/s$$

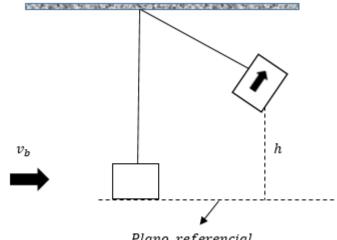
$$h = ?$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

Quando a bala choca-se com o pêndulo há conservação da quantidade de movimento:

$$p_0 = p_f \rightarrow m_b v_b + M V_0 = v(m_b + M)$$

Antes do choque o pêndulo está em repouso:  $V_0 = 0$ 



Plano referencial

Depois do choque a bala fica incrustada no pêndulo e passam a moverem-se como um único sistema e com a mesma velocidade v

$$m_h v_h = v(m_h + M) (*)$$

Durante a ascensão do sistema pêndulo – bala, a única força que actua sobre os corpos é a força de gravidade que é conservativa, logo há conservação da energia mecânica (O ponto A no gráfico é o plano referencial):

$$E_{MA} = E_{MB} \rightarrow E_{c0} + E_{f0} = E_{cf} + E_{pf}$$
, onde:  $E_{f0} = 0$ ,  $E_{cf} = 0$ 

$$\frac{1}{2} m_t v^2 = m_t g h \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$
 (\*\*), Substituindo (\*\*) em (\*) vem:

 $m_b \; v_b = \sqrt{2gh} \; (m_b + M)$  , Elevando ambos os membros da igualdade ao quadrado, vem:

$$(m_b v_b)^2 = 2gh (m_b + M)^2 \rightarrow h = \frac{(m_b v_b)^2}{2g (m_b + M)^2}$$

$$h = \frac{(9.10^{-3}.330)^2}{2.9.8(9.10^{-3}+1.62)^2} \to h = 0.1696 \, m \to h = 0.1696.10^2 \cdot 10^{-2} m$$

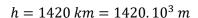
 $h = 16,96 \ cm \approx 17 \ cm$ ,  $h = 17 \ cm$ , Línea G)

**79°)** (**Exame 2011**) Um satélite artificial descreve uma orbita circular a uma altura de 1420 km acima da superfície da terra. Determine o período de revolução do satélite. As constantes são:

G= 6,67. 
$$10^{-11} N. \frac{m^2}{kg^2}$$
,  $M_T = 5,98. 10^{24} kg$  ,  $R_T = 6,37. 10^6 m$ 

A)  $2,16\ h\ B)\ 2,30\ h\ C)\ 1,90\ h\ D)\ 1,60\ h\ E)\ 2,10\ h\ F)\ 2,00\ h\ G)\ 1,82\ h\ H)\ outro$ 

Dados:



$$M_T = 5.98.10^{24} kg$$

$$R_T = 6,37.10^6 m$$

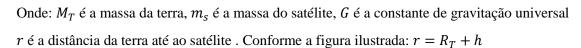
$$G = 6,67. \ 10^{-11} \ N. \frac{m^2}{ka^2}$$

$$T = ?$$

Resolução:

Quando um corpo descreve órbitas circulares em torno de um planeta atua sobre os dois corpos uma força de atração gravitacional de módulo:

$$F_g = G \frac{M_T m_s}{r^2}$$



Para que o satélite mantenha a sua órbita circular é necessário que a força de gravitação universal equilibre a força centrípeta( $F_c = m_s \, \frac{v^2}{r}$ ), ou seja:

$$F_g=F_c o G~{M_T~m_s\over r^2}=m_s~{v^2\over r} o G~{M_T\over r}=v^2~(*)$$
, Sabe-se que:  $v=\omega~r$ ,  $\omega$  é a velocidade anfgular:  $\omega={2\pi\over T}$ ,  $v={2\pi\over T}~r~(**)$ 

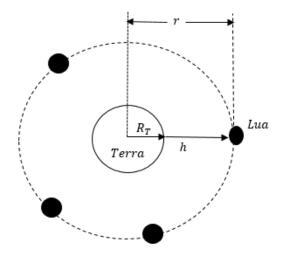
Substituindo (\*\*) em (\*), vem: 
$$G \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi}{T} \ r\right)^2 \to G \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \to G M_T T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$G M_T T^2 = 4\pi^2 (R_T + h)^3 \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G M_T}}$$
, colocando os dados, vem:

$$T = 2(3,14) \sqrt{\frac{(6,37.10^6 + 1420.10^3)^3}{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}}} \rightarrow T = 6836,79 \text{ s}$$

$$1h - - - - -3600 s$$
  $x = \frac{6836,79 h}{3600} \rightarrow x = 1,899 h \approx 1,90 h$ 

$$x - - - - 6836,79 s$$
  $T = 1,90 h$ , Línea C)



Resolução:

80°) (Exame 2011) Duas cargas pontuais  $q_1 = 45 \, nC \, e \, q_2 = 90 \, nC$  Estão colocados no vácuo, em dois vértices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a força que actua sobre a carga  $q_3 = -25 \, nC$  no centro do triângulo. A constante eléctrica (constante dieléctrica do vácuo) é:  $\varepsilon_0 = 8,85.\,10^{-12}\,\frac{F}{m}$ 

A) 2,0 mN B) 1,3 mN C) 1,5 mN D) 0,80 mN E) 0,65 mN F) 1,0mN G) 0,90 mN

H) outro

Dados:

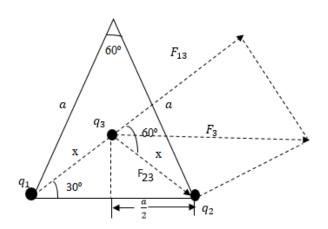
$$q_1 = 45 nC = 45.10^{-9} C$$
  
 $q_2 = 90 nC = 90.10^{-9} C$   
 $q_3 = -25 nC = -25.10^{-9} C$   
 $a = 20 cm = 20.10^{-2} m$   
 $k = 9.10^9$ 

$$F_3 = ?$$

Resolução:

Aplicando a regra do paralelogramo para determinar a força resultante que actua sobre a carga  $q_3$  no centro do triângulo ( $\alpha = 60^{\circ}$  é o ângulo resultante), temos:

Resolução:



Conforme ilustra a figura:

$$F_{3} = \sqrt{F_{13}^{2} + F_{23}^{2} + 2F_{13}F_{23}\cos\alpha} \qquad (*) F_{13} = k \frac{q_{1}q_{3}}{x^{2}} \text{ e } F_{23} = k \frac{q_{2}q_{3}}{x^{2}}$$
Conforme ilustra a figura:  $\cos 30^{\circ} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2r} \rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{3}}$ 

$$F_{13} = k \; \frac{q_1 q_3}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} \to F_{13} = \; 3 \; k \; \frac{q_1 q_3}{a^2} \; \; (**), \; \; F_{23} = k \; \frac{q_2 q_3}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} \to F_{23} = 3 k \; \frac{q_2 q_3}{a^2} \; \; (***)$$

Substituindo (\*\*) e (\*\*\*) em (\*) vem:

 $F_3 = 2,009 \approx 2,0 \, mN$  ,  $F_3 = 2,0 \, mN$  , Línea A)

$$\begin{split} F_3 &= \sqrt{\left(3k\,\frac{q_1q_3}{a^2}\right)^2 + \left(3\,k\,\frac{q_2q_3}{a^2}\right)^2 + 2\left(3k\,\frac{q_1q_3}{a^2}\right)\left(3k\,\frac{q_2q_3}{a^2}\right)\cos 60^\circ} \\ F_3 &= \frac{3kq_3}{a^2}\,\sqrt{(\,q_1)^2 + (q_2)^2 + 2(q_1)(q_2)\left(\frac{1}{2}\right)} \\ F_3 &= \frac{3kq_3}{a^2}\,\sqrt{(\,q_1)^2 + (q_2)^2 + (q_1)(q_2)} \,\,,\,\, \text{colocando os dados:} \\ F_3 &= \frac{3.9.10^9.25.10^{-9}}{(20.10^{-2})^2}\,\sqrt{(45.\,10^{-9}\,)^2 + (90.\,10^{-9})^2 + (45.\,10^{-9})(90.\,10^{-9})} \\ F_3 &= 200.9.\,10^{-5}\,\rightarrow F_3 = 200.9.\,10^{-2}.\,10^{-3}\,\rightarrow F_3 = \frac{200.9}{100}\,mN \end{split}$$

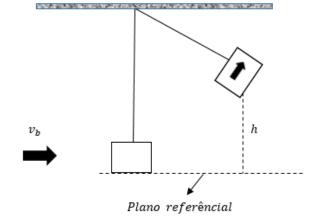
**81°**) (**Exame 2011**) Uma bala de massa de 9,0g atinge o pêndulo balístico (dispositivo utilizado para medir a velocidade de projéteis) de massa 1,55 kg, onde fica incrustada. O sistema entra em movimento atingindo a altura de 15 cm. Determine a velocidade da bala.

Resolução:

Dados:

$$m_b = 9.0 \ g = 9.10^{-3} kg$$
 $M = 1.55 \ kg$ 
 $h = 15 \ cm = 0.15 \ m$ 
 $g = 9.8 \ m/s^2$ 
 $v_b = ?$ 

Quando a bala choca-se com o pêndulo há conservação da quantidade de movimento:



$$p_0 = p_f \rightarrow m_b v_b + M V_0 = v(m_b + M)$$

Antes do choque o pêndulo está em repouso:  $V_0 = 0$ 

Depois do choque a bala fica incrustada no pêndulo e passam a moverem-se como um único sistema e com a mesma velocidade v

$$m_b v_b = v(m_b + M) (*)$$

Durante a ascensão do sistema pêndulo – bala, a única força que actua sobre os corpos é a força de gravidade que é conservativa, logo há conservação da energia mecânica (O ponto A no gráfico é o plano referencial):

$$E_{MA}=E_{MB}\to E_{c0}+E_{f0}=E_{cf}+E_{pf}$$
 , onde:  $E_{f0}=0$  ,  $E_{cf}=0$   $\frac{1}{2}m_t\,v^2=m_t\,g\,h\,\to v=\sqrt{2gh}$  (\*\*)

Substituindo (\*\*) em (\*) vem:

$$m_b \ v_b = \sqrt{2gh} \ (m_b + M)$$
 , isolando  $v_b$  temos:

$$v_b = \frac{\sqrt{2gh} (m_b + M)}{m_b}$$
, colocando os dados, vem:

$$v_b = \frac{\sqrt{2.9,8.0,15} (9.10^{-3} + 1,55)}{9.10^{-3}} \rightarrow v_b = 297 \text{ m/s}$$
, Línea E)

**82º**) (**Exame 2011**) O período de um satélite artificial, que descreve uma órbita circular em torno da terra é 2,00 *h*. Determine a altura em que se encontra o satélite. As constantes são:

G= 6,67. 
$$10^{-11} N. \frac{m^2}{k a^2}$$
,  $M_T = 5,98. 10^{24} kg$ ,  $R_T = 6,37. 10^6 m$ 

A) 1250 km B) 2540 km C) 3620 km D) 1430 km E) 990 km F) 1690 km G) 1860km

H) outro

Dados:

$$h = ?$$

$$M_T = 5,98.10^{24} kg$$

$$R_T = 6,37.10^6 m$$

$$G = 6,67. \ 10^{-11} \ N. \frac{m^2}{ka^2}$$

$$T = 2,00 h = 7200 s$$

Quando um corpo descreve órbitas circulares em torno de um planeta atua sobre os dois corpos uma força de atração gravitacional de módulo:

$$F_g = G \, \frac{M_T \, m_S}{r^2}$$

Onde:  $M_T$  é a massa da terra,  $m_s$  é a massa do satélite, G é a constante de gravitação universal

r é a distância da terra até ao satélite

Conforme a figura ilustrada:  $r = R_T + h$ 

Para que o satélite mantenha a sua órbita circular é necessário que a força de gravitação universal equilibre a força centrípeta( $F_c = m_s \frac{v^2}{r}$ ), ou seja:

$$F_g = F_c \rightarrow G \frac{M_T m_s}{r^2} = m_s \frac{v^2}{r} \rightarrow G \frac{M_T}{r} = v^2 \quad (*)$$

Sabe-se que:  $v=\;\omega\;r$  ,  $\omega$  é a velocidade anfgular:  $\omega=\frac{2\pi}{T}$  ,  $v=\frac{2\pi}{T}\;\;r$  (\*\*)

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$G \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi}{T} \ r\right)^2 \to G \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \to G M_T T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$G M_T T^2 = 4\pi^2 (R_T + h)^3 \rightarrow \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} = (R_T + h)$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} \to h = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

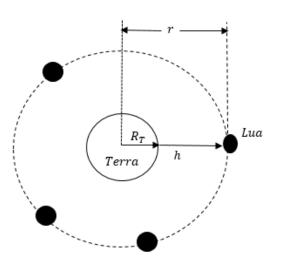
Substituindo os dados, vem:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}.(7200)^2}{4(\pi)^2}} - 6,37.10^6$$

$$h = 8060786 - 6,37.10^6$$
 ,  $h = \frac{1690786.10^3 m}{10^3} \rightarrow h = 1690 km$ 

$$h = 1690 \, km$$
, Línea F)





**83°**) (**Exame 2011**) Um pêndulo cónico, de massa 2,0.  $10^{-2}g$ , carga 50  $\mu$  *C* e comprimento 50 *cm*, encontra-se num campo magnético uniforme vertical e descreve uma tragectória circular com velocidade de 2,4 m/s. O fio faz o ângulo de 30° com a vertical. Determine a indução magnética do campo.

H) outro

Dados:

$$m = 2.0.10^{-2} g = 2.0.10^{-5} kg$$

$$q = 50 \mu C = 50.10^{-6} C$$

$$v = 2.4 \, m/s$$

$$\alpha = 30^{\circ}$$

$$L = 50 \ cm = 0.5 \ m$$

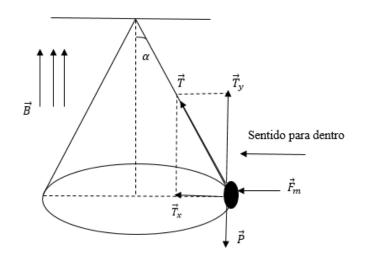
$$q = 9.8 \, m/s^2$$

$$B = ?$$

Resolução:

Como o pêndulo cónico encontra-se num campo magnético, sob a partícula vai actuar uma força magnética  $F_m = q \ B \ v$ 

Resolução:



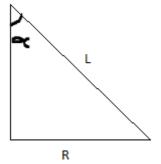
Conforme as figuras ilustradas ao lado (triângulo das tensões), temos:

$$T_x = T \operatorname{sen}\alpha \operatorname{e} T_y = T \operatorname{cos}\alpha$$
 ,  $tg\alpha = \frac{T_x}{T_y} \to T_x = T_y \operatorname{tg}\alpha$ 

Pelo triângulo ao lado teremos:  $R = L sen\alpha$ 

R é o raio da tragectória

Pela segunda lei de Newton, a resultante de todas as forças é igual ao produto da massa pela aceleração (como a partícula descreve trajetórias circulares, a aceleração é normal ou centrípeta  $a_c = \frac{v^2}{R}$ ):



$$\begin{cases} ox: \ F_m + T_x = m \ a_c \rightarrow F_m + T_x = m \ \frac{v^2}{R} \rightarrow q \ B \ v + T_x = m \ \frac{v^2}{R} \\ oy: T_y - P = 0 \rightarrow T_y = P \rightarrow T_y = mg \\ T_x = T_y \ tg\alpha \rightarrow T_x = mg \ tg\alpha \\ R = L \ sen\alpha \end{cases}$$

ox: 
$$q B v + mg tg\alpha = m \frac{v^2}{L sen\alpha} \rightarrow q B v = m \frac{v^2}{L sen\alpha} - mg tg\alpha$$

$$B = \frac{m}{qv} \left( gtg\alpha \frac{v^2}{L sen\alpha} - gtg\alpha \right)$$
, colocando os dados vem:

$$B = \frac{2,0.10^{-5}}{50.10^{-6}.2,4} \left( \frac{(2,4)^2}{0,5.sen30^\circ} - \ 9,8.\,tg30^\circ \right) \rightarrow B = 2,8969 \approx 2,90\,T \;,\; B = 2,90\,T \;,\; \text{Linea C})$$

**84°**) (**Exame 2011**) Um comboio após 10 s de movimento a partir do repouso atingiu uma velocidade 0,75 m/s. Dentro de que intervalo de tempo a sua velocidade será 3,0 m/s? considere que o movimento seja uniformemente acelerado.

Resp: A) 54 s B) 36 s C) 45 s D) 48 s E) 40 s F) outro

Dados:

Resolução:

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = 0.75 \ m/s$$

$$v_2 = 3 \ m/s$$

$$t_1 = 10s$$

$$t_2 = ?$$

1° etapa: A ----- B

$$v_1 = v_0 + a t_1 \rightarrow v_1 = a t_1 \rightarrow a = \frac{v_1}{t_1}$$

$$a = \frac{0.75}{10} \rightarrow a = 0.075 \ m/s^2$$

$$v_2 = v_1 + a t_2 \rightarrow v_2 - v_1 = a t_2 \rightarrow t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a}$$
, colocando os dados, vem:

$$t_2 = \frac{3-0.75}{0.075} \rightarrow t_2 = 30 \text{ s}$$
, Línea F)

**85°)** (**Exame 2011**) Que trabalho é necessário realizar para estender uma mola de 6.5 cm? A constante elástica é de 32 kN/m.

Resp: A) 61,4 J B) 75,0 J C) 67,6 J D) 51,8 J E) 57,2 J F) outro

Dados:

Resolução

x = 6.5 cm = 0.065 m

O trabalho realizado por uma mola é determina pela fórmula:

$$k = 32 \, kN/m = 32.10^3 \, N/m$$

$$w = \frac{1}{2} k x^2$$
, colocando os dados, temos:

$$w = ?$$

$$w = \frac{1}{2} (32.10^3)(0.065)^2 \rightarrow w = 67.6 J$$
, Línea C)

**86°**) (**Exame2011**) Uma carga pontual  $q_1 = 45 \, nC$  fica na origem de um referencial. Outra  $q_2 = -72 \, nC$  está no ponto com a coordenada  $x_0 = 20 \, cm$ . Que força actua sobre a carga  $q_3 = 36 \, nC$  no ponto  $x = 10 \, cm$ ? a constante na lei de coulomb é:  $k = 9,0.10^9 \, N. \, m^2/C^2$ .

Resp: A) 4,9 mN B) 3,8 mN C) 2,5 mN D) 4,3 mN E) 3,1 mN F) outro

Dados:

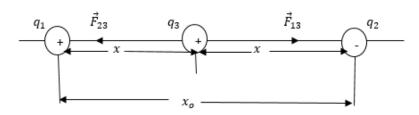
Resolução:

$$q_1 = 45 \, nC = 45.10^{-9} \, C$$

$$q_2 = -72 \, nC = -72.10^{-9} \, C$$

$$q_3 = 36 \, nC = 36.10^{-9} \, C$$

$$x_0 = 20 \ cm = 20.10^{-2} \ m$$



 $x = 10 cm = 10.10^{-2} m$  Conforme o gráfico, a força resultante que que actua

$$k = 9,0.10^9 N. m^2/C^2$$
 sobre a carga  $q_3$ , é:  $F_3 = F_{13} + F_{23}$  (\*

$$F_3 = ?$$
 Onde:  $F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{d_{13}^2}$  e  $F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{d_{23}^2}$ 

É fácil notar que: 
$$d_{13}=x$$
 e  $d_{23}=x$ ,  $F_{13}=k$   $\frac{q_1\,q_3}{x^2}$  e  $F_{23}=k$   $\frac{q_2\,q_3}{x^2}$  (\*\*)

Substituindo (\*\*) em (\*) vem:

$$F_3 = k \frac{q_1 q_3}{x^2} + k \frac{q_2 q_3}{x^2} \rightarrow F_3 = \frac{k q_3}{x^2} (q_1 + q_2)$$
, colocando os dados:

$$F_3 = \frac{9,0.10^9 36.10^{-9}}{(10.10^{-2})^2} (45.10^{-9} + 72.10^{-9}) \rightarrow F_3 = 379,08.10^{-5} N$$

$$F_3 = 379,08.10^{-2}.10^{-3} N \rightarrow F_3 = \frac{379,08.10^{-3} N}{100}$$

$$F_3 = 3.79 \, mN \approx 3.8 \, , F_3 = 3.8 \, m \, N \, , \text{Línea B})$$

**87°)** (**Exame 2011**) Um camião de massa 15 t a partir do repouso percorreu a distância de 65 m durante 12 s. Determine a força desenvolvida pelo seu motor se o coeficiente de atrito é 0,05.

Resp: A) 21 kN B) 24 kN C) 19 kN D) 16 kN E) 27 kN F) outro

Dados:

Resolução:

 $s = 65 \, m$ 

$$m = 15 t = 15.10^3 kg$$

$$s = 65 \, m$$

$$t = 12 s$$

$$\mu = 0.05$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$v_0 = 0$$

$$F = ?$$

A partir da figura podemos deduzir que:

$$\begin{cases} ox: & F - f_a = ma \to F = f + ma \\ & f_a = \mu N \\ oy: N - P = 0 \to N = P = mg \\ & P = mg \end{cases} \to \begin{cases} F = uN + ma \\ F = umg + ma \\ F = m(\mu g + a) \end{cases}$$

Pela equação horária do MRUA, quando o corpo parte do repouso, temos:

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = \frac{2s}{t^2}$$
 (\*\*), Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$F = m \left( \mu g + \frac{2s}{t^2} \right)$$
, colocando os dados, vem:

$$F = 15.10^3 \left(0.05.9.8 + \frac{2.65}{(12)^2}\right) \rightarrow F = 20.89.10^3 \approx 21 \, kN \, , F = 21 \, kN \, , Linea A)$$

**88°**) (**Exame 2011**) Um pêndulo cónico, de massa 2,5.  $10^{-2}g$  e comprimento 50 cm, encontra-se num campo magnético uniforme vertical de indução 3,2 T e descreve uma tragectória circular com velocidade de 2,5 m/s. O fio faz o ângulo de 30° com a vertical. Determine a indução magnética do campo.

Resp: A) 72 
$$\mu$$
C B) 65  $\mu$ C C) 35  $\mu$ C D) 44  $\mu$ C E) 60  $\mu$ C F) 55  $\mu$ C G) 50  $\mu$ C

H) outro

Dados:

$$m = 2.5. \, 10^{-2} \, g = 2.5. \, 10^{-5} kg$$

$$v = 2.5 \, m/s$$

$$B = 3.2 T$$

$$\alpha = 30^{\circ}$$

$$L = 50 \ cm = 0.5 \ m$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$q = ?$$

Como o pêndulo cónico encontra-se num campo magnético, sob a partícula vai actuar uma força magnética  $F_m = q B v$ 

Conforme as figuras ilustradas ao lado (triângulo das tensões), temos:

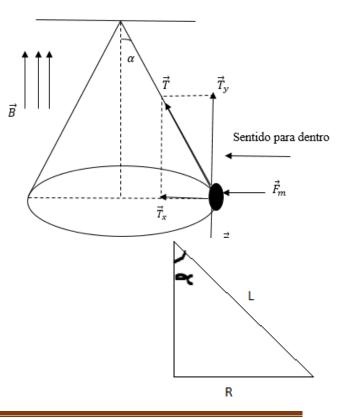
$$T_x = T \operatorname{sen}\alpha \operatorname{e} T_y = T \operatorname{cos}\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{T_x}{T_y} \rightarrow T_x = T_y tg\alpha$$

Pelo triângulo ao lado teremos:  $R = L sen\alpha$ 

R é o raio da tragectória

Resolução



Pela segunda lei de Newton, a resultante de todas as forças é igual ao produto da massa pela aceleração (como a partícula descreve trajetórias circulares, a aceleração é normal ou centrípeta  $a_c = \frac{v^2}{R}$ ):

$$\begin{cases} ox: F_m + T_x = m \ a_c \rightarrow F_m + T_x = m \ \frac{v^2}{R} \rightarrow q \ B \ v + T_x = m \ \frac{v^2}{R} \\ oy: T_y - P = 0 \rightarrow T_y = P \rightarrow T_y = mg \\ T_x = T_y \ tg\alpha \rightarrow T_x = mg \ tg\alpha \\ R = L \ sen\alpha \end{cases}$$

ox: 
$$q B v + mg tg\alpha = m \frac{v^2}{L sen\alpha} \rightarrow q B v = m \frac{v^2}{L sen\alpha} - mg tg\alpha$$

$$q = \frac{m}{B v} \left( \frac{v^2}{L sen \alpha} - g t g \alpha \right)$$
, colocando os dados, vem:

$$q = \frac{2,5.10^{-5}}{3,2.2,5} \left( \frac{(2,5)^2}{0,5.sen30^{\circ}} - 9,8.tg30^{\circ} \right) \rightarrow q = 6,044.10^{-5}C$$

$$q = 6,044.10.10^{-5}.10^{-1}C \rightarrow q = 60,44.10^{-6}C \approx 60 \,\mu C$$

$$q = 60 \,\mu \,C$$
, Linea E)

# XI-EXAMES DE ACESSO 2010

**89°**) (**Exame 2010**) Duas cargas pontuais  $q_1 = 59 n c e q_2 = -85 n c$  estão no vácuo, nos vêrtices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vêrtice. A constante eléctrica (constante dielétrica do vácuo) é:  $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} F/m$ 

Resp: A) 29kV/m B) 22kV/m C) 11kV/m D) 25 kV/m

E)  $9,0 \ kV/m \ F$ )  $14 \ kV/m \ G$ )  $17 \ kV/m \ H$ ) outro

Dados:

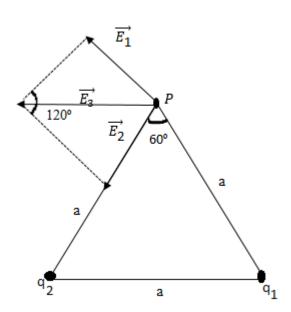
$$q_1 = 59 n c = 59.10^{-9} c$$
  
 $q_2 = -85 n c = -85.10^{-9} c$   
 $a = 20 cm = 20.10^{-2} m$   
 $k = 9.10^9.10^9 N m^2 / E_3 = ?$ 

Resolução:

Aplicando a regra do paralelogramo para achar a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice (conforme a figura projectada,  $\alpha=180^{\circ}-60^{\circ} \rightarrow \alpha=120^{\circ}$ ) temos:

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2cos\alpha}$$
 (\*)

Resolução:



Onde:  $E_1 = k \frac{q_1}{d_1^2}$   $E_2 = k \frac{q_2}{d_2^2}$   $d_1 = d_2 = a = 20.10^{-2} m$  Substituindo em (\*), temos:

$$E_3 = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{a^2}\right)^2 + 2\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)\left(k\frac{q_2}{a^2}\right)\cos 120^\circ}$$

Sabe-se que:  $cos 120^{\circ} = -\frac{1}{2}$ 

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

 $E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 - q_1 q_2}$ , substituindo os dados temos:

$$E_3 = \frac{9.10^9}{(20.10^{-2})^2} \sqrt{(59.10^{-9})^2 + (85.10^{-9})^2 - (59.10^{-9})(85.10^{-9})}$$

$$E_3 = 1,697.10^4 \rightarrow E_3 = 1,697.10.10^3 \rightarrow E_3 = 16,97 \text{ k V/m} \approx 17$$

 $E_3 = 17 \ kV/m$ , Línea G)

**90°**) (**Exame 2010**) Duas cargas pontuais  $q_1 = 84 n c e q_2 = -62 n c$  estão no vácuo, nos vértices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vêrtice. A constante eléctrica (constante dieléctrica do vácuo) é:  $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} \ F/m$ 

Resp: A) 17kV/m B) 22kV/m C) 11kV/m D) 25 kV/m

E)  $9,0 \ kV/m \ F$ )  $14 \ kV/m \ G$ )  $29 \ kV/m \ H$ ) outro

Dados:

$$q_1 = 84 n c = -84.10^{-9} C$$
  
 $q_2 = -62 n c = -62.10^{-9} C$   
 $a = 20 cm = 20.10^{-2} m$   
 $k = 9.10^9.10^9 N m^2/C^2$   
 $E_3 = ?$ 

Resolução:

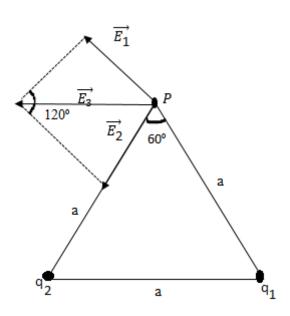
Aplicando a regra do paralelogramo para achar a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice (conforme a figura projectada,  $\alpha = 180^{\circ} - 60^{\circ} \rightarrow \alpha = 120^{\circ}$ ) temos:

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2cos\alpha} \ \ (*)$$

Onde:  $E_1=k\frac{q_1}{{d_1}^2}$   $E_2=k\frac{q_2}{{d_2}^2}$   $d_1=d_2=a=20.10^{-2}m$  , Substituindo em (\*), temos:

$$E_3 = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{a^2}\right)^2 + 2\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)\left(k\frac{q_2}{a^2}\right)\cos 120^\circ}$$
, Sabe-se que:  $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ 

Resolução:



$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

 $E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 - q_1 q_2}$ , substituindo os dados temos:

$$E_3 = \frac{9.10^9}{(20.10^{-2})^2} \sqrt{(84.10^{-9})^2 + (62.10^{-9})^2 - (84.10^{-9})(62.10^{-9})}$$

$$E_3 = 1,697.10^4 \rightarrow E_3 = 1,697.10.10^3 \rightarrow E_3 = 16,97 \text{ k V/m} \approx 17$$

 $E_3 = 17 \ kV/m$ , Línea G)

91°) (Exame 2010) Duas cargas pontuais  $q_1 = 48 \, n \, c \, e \, q_2 = 65 \, n \, c$  estão no vácuo, nos vêrtices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a intensidade do campo eléctrico no terceiro vêrtice. A constante eléctrica (constante dieléctrica do vácuo) é:  $\varepsilon_0 = 8,85.\,10^{-12}\,F/m$ 

Resp: A) 29kV/m B) 35kV/m C) 22 kV/m D) 25 kV/m

E) 42kV/m F) 17kV/m G) 50 kV/m h) outro

Dados:

$$q_1 = 48 \, n \, c = 48.10^{-9} \, c$$
,  $q_2 = 65 \, n \, c = 65.10^{-9} \, c$   $a = 20 \, cm = 20.10^{-2} m$ ,  $k = 9.10^9.10^9 \, N \, m^2/C^2$ ,  $E_3 = ?$ 

Resolução:

Resolução:

Aplicando a regra do paralelogramo para achar a intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice (conforme a figura projectada,  $\alpha = 60^{\circ}$ ) temos:

$$E_3 = \sqrt{(E_1)^2 + (E_2)^2 + 2E_1E_2cos\alpha}$$
 (\*)

Onde: 
$$E_1 = k \frac{q_1}{d_1^2}$$
  $E_2 = k \frac{q_2}{d_2^2}$ 

$$d_1 = d_2 = a = 20.10^{-2} m$$

Substituindo em (\*), temos:

$$E_3 = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{a^2}\right)^2 + 2\left(k\frac{q_1}{a^2}\right)\left(k\frac{q_2}{a^2}\right)\cos 60^\circ}$$

$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + 2q_1q_2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

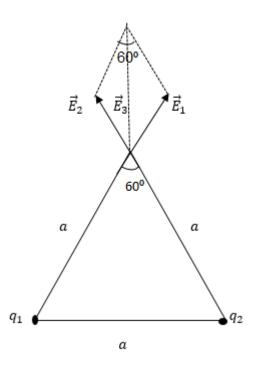
$$E_3 = \frac{k}{a^2} \sqrt{(q_1)^2 + (q_2)^2 + q_1 q_2}$$
, substituindo os dados

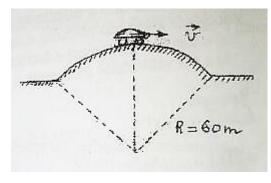


$$E_3 = \frac{9.10^9}{(20.10^{-2})^2} \sqrt{(48.10^{-9})^2 + (65.10^{-9})^2 + (48.10^{-9})(65.10^{-9})}$$

$$E_3 = 2,21.\,10^4 \rightarrow E_3 = 2,21.10.\,10^3 \rightarrow E_3 = 22,1\;k\;V/m \approx 22$$

$$E_3 = 22 \, kV/m$$
, Línea C)





- $a_1$ ) 15000 N  $a_2$ ) 2500 N  $a_3$ ) 5625 N
- $b_1$ )15000 N  $b_2$ ) 9375 N  $b_3$ ) 12500 N

Dados:

 $m = 1500 \, kg$ 

 $R = 60 \, m$ 

 $v = 54 \, km/h = 15 \, m/s$ 

 $g = 10 \, m/s^2$ 

- a)  $F_c = ?$ b) N = ?

Resolução:

**92°)** (**Exame 2010**) Uma viatura de massa m=1500 kg passa pelo cume de uma ponte curvada para cima de raio R= 60 m como mostra a figura. Calcular:

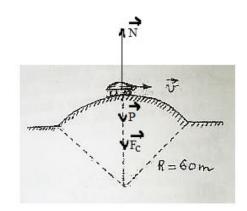
- Força centrípeta necessária para manter o movimento circular desta viatura nesta posição
- b) A força de reacção que a ponte actua sobre a viatura sabendo que v=54 km/h,  $g = 10 m/s^2$

Resp:

Nenhuma

Nenhuma

Resolução:



A Força centrípeta necessária para manter o movimento circular desta viatura nesta posição é:

$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$
, Colocando Os Dados, Vem:  $F_c = 1500.\frac{(15)^2}{60} \rightarrow F_c = 5625 N$ , Línea  $a_3$ )

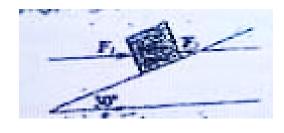
A força de reacção que a ponte actua sobre a viatura será:

$$N - P = F_c = 0 \rightarrow N = F_c + P$$
, onde  $P = m g$ 

 $N = F_c + mg$ , colocando os dados, vem:

$$N = 5625 + 1500.10 \rightarrow N = 20625 N$$
, nenhuma

# XII-EXAMES DE ACESSO 2009



93°) (Exame 2009) Um bloco de massa 12,2 kg sob uniformemente um plano inclinado sob acção de duas forças horizontais:  $F_1$  e  $F_2$  = 8,3 N (veja a figura). Determine o valor da força  $F_1$  se o coeficiene de atrito entre o bloco e o plano inclinado é igual a 0,11.

Resp: A) 75 N B) 91 N C) 82 N D) 88 N E) 96 N F) 110 N

G) 102 NH) outro

Resolução:

Dados:

$$m = 12,2 kg$$

$$F_2 = 8.3 N$$

$$\mu = 0.11$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

MRU: v = constante, a = 0



 $F_1 = ?$ Conforme a figura ilustrada podemos deduzir as seguintes equações:

$$\begin{cases} ox: F_{1x} - F_{2x} - F_a - P_x = 0 \\ oy: N + F_{2y} - P_y - F_{1y} = 0 \end{cases} \text{ Onde: } \begin{cases} F_{1x} = F_1 cos 30^\circ \\ F_{1y} = F_1 sen 30^\circ \\ F_{2x} = F_2 cos 30^\circ \\ F_{2y} = F_2 sen 30^\circ \\ P_x = P sen 30^\circ = mg sen 30^\circ \\ P_y = P cos 30^\circ = mg cos 30^\circ \\ F_a = \mu N \end{cases}$$

$$\begin{cases} ox: F_1 cos 30^{\circ} - F_2 cos 30^{\circ} - \mu N - mg sen 30^{\circ} = 0 \\ oy: N + F_2 sen 30^{\circ} - mg cos 30^{\circ} - F_1 sen 30^{\circ} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ox: F_1 cos 30^{\circ} - F_2 cos 30^{\circ} - \mu N - mg sen 30^{\circ} = 0 \\ oy: N = mg cos 30^{\circ} + F_1 sen 30^{\circ} - F_2 sen 30^{\circ} \end{cases} (**)$$

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$F_1 cos 30^{\circ} - F_2 cos 30^{\circ} - \mu (mg cos 30^{\circ} + F_1 sen 30^{\circ} - F_2 sen 30^{\circ}) - mg sen 30^{\circ} = 0$$

$$F_1cos30^\circ - F_2cos30^\circ - \mu mg cos30^\circ - \mu F_1sen30^\circ + \mu F_2sen30^\circ - mg sen30^\circ = 0$$

$$F_1(cos30^{\circ}-\mu sen30^{\circ}) - F_2 cos30^{\circ} + mg(\mu F_2 sen30^{\circ} - \mu cos30^{\circ} - sen30^{\circ}) = 0$$

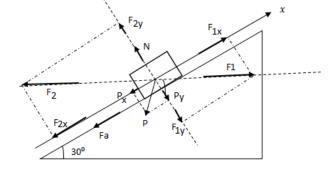
$$F_1(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - F_2(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - mg(\mu \cos 30^{\circ} + sen 30^{\circ}) = 0$$

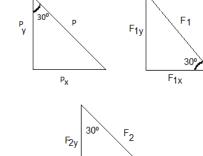
$$F_1(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - F_2(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - mg(\mu \cos 30^{\circ} + sen 30^{\circ}) = 0$$

$$F_1(cos30^{\circ}-\mu sen30^{\circ}) = F_2(cos30^{\circ}-\mu sen30^{\circ}) + mg(\mu cos30^{\circ}+sen30^{\circ})$$

$$F_1=F_2+\frac{mg(\mu\ cos30^\circ+sen30^\circ)}{(cos30^\circ-\mu sen30^\circ)}$$
 , colocando os dados, vem:

$$F_1 = 8.3 + \frac{12,2.9,8(0,11.cos30^{\circ} + sen30^{\circ})}{(cos30^{\circ} - 0,11sen30^{\circ})}$$
 ,  $F_1 = 96$  , Línea D)





F<sub>2x</sub>

**94°)** (**Exame 2009**) Um barco tem que atravessar um rio de largura 880 m perpendicularmente às margens, isso o piloto orienta o barco segundo uma direcção que faz um ângulo  $\alpha$  com a perpendicular as margens. Qual é o ângulo  $\alpha$  se a velocidade da corrente do rio é igual a 5,5 km/h e a travessia demora 3,5 min?

Resp: A) 
$$10^{\circ} B$$
)  $-5^{\circ} C$ )  $15^{\circ} D$ )  $25^{\circ} E$ )  $-10^{\circ} F$ )  $20^{\circ} G$ )  $0^{\circ} H$ ) outro

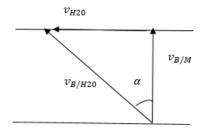
Dados:

Resolução:

 $l = 880 \ m$ 

$$v_{H2O} = 5.5 \text{ km/h} = 1.53 \text{ m/s}$$
  
 $t = 3.5 \text{ min} = 210 \text{ s}$ 

 $\alpha = ?$ 



Resolução:

De acordo a figura e considerando que o movimento do barco seja MRU, temos:

$$tg\alpha = \frac{v_{H2O}}{v_{B/M}} \rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{v_{H2O}}{v_{rel}}\right)$$
 (\*) Onde:  $v_{rel} = \frac{l}{t}$  (\*\*)

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:  $\alpha = arctg\left(\frac{t \times v_{H2O}}{l}\right)$ , colocando os dados vem:

$$\alpha = arctg\left(\frac{210\times1,53}{880}\right) \,\to \alpha = 20,05 \,\approx 20$$
 ,  $\alpha = 20^{\circ}$  , Línea F)



**95°)** (**Exame 2009**) Um bloco de massa 12,2 kg sob uniformemente um plano inclinado sob acção de duas forças horizontais:  $F_1$  e  $F_2$  = 8,3 N (veja a figura). Determine o valor da força  $F_1$  se o coeficiene de atrito entre o bloco e o plano inclinado é igual a 0,11.

Resp: A) 75 N B) 91 N C) 82 N D) 88 N E) 98 N F) 68 N

G) 105 NH) outro

Dados:

m = 10 kg

$$F_2 = 10 N$$

$$\mu = 0.15$$

$$g = 9.8m/s^2$$

MRU: v =

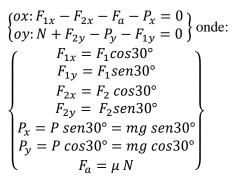
constante, a = 0

$$F_1 > F_2$$

$$F_1 = ?$$

Resolução:

Conforme a figura ilustrada podemos deduzir as seguintes equações:



$$\begin{cases} ox: F_1 cos 30^{\circ} - F_2 \ cos 30^{\circ} - \mu \ N - mg \ sen 30^{\circ} = 0 \\ oy: N + F_2 sen 30^{\circ} - mg \ cos 30^{\circ} - F_1 sen 30^{\circ} = 0 \end{cases}$$

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$F_1 cos 30^\circ - F_2 \ cos 30^\circ - \mu \ (mg \ cos 30^\circ + F_1 sen 30^\circ - F_2 sen 30^\circ) - mg \ sen 30^\circ = 0$$

$$F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 30^\circ - \mu \, mg \cos 30^\circ - \mu F_1 \sin 30^\circ + \mu F_2 \sin 30^\circ - mg \sin 30^\circ = 0$$

$$F_1(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - F_2 \cos 30^{\circ} + mg(\mu F_2 sen 30^{\circ} - \mu \cos 30^{\circ} - sen 30^{\circ}) = 0$$

$$F_1(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - F_2(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) - mg(\mu \cos 30^{\circ} + sen 30^{\circ}) = 0$$

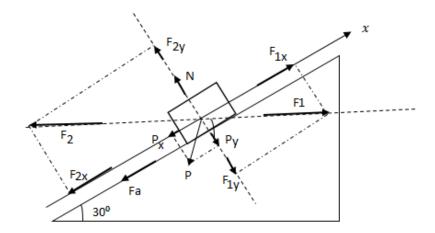
$$F_1(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) = F_2(\cos 30^{\circ} - \mu sen 30^{\circ}) + mg(\mu \cos 30^{\circ} + sen 30^{\circ})$$

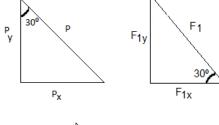
$$F_1=F_2+\frac{mg(\mu\ cos30^\circ+sen30^\circ)}{(cos30^\circ-\mu sen30^\circ)}$$
 , colocando os dados, vem:

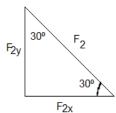
$$F_1 = 10 + \frac{10.9,8(0,15.\cos 30^{\circ} + sen 30^{\circ})}{(\cos 30^{\circ} - 0,15sen 30^{\circ})}$$

$$F_1 = 88 N$$
, Línea D)

Resolução:







**96°)** (**Exame 2009**) Um velociclista e um peão percorrem uma certa distância, movimentando-se uniformemente, tal que o velociclista gasta um tempo n=5 vezes menor que o peão. Determine em quanto a velocidade do ciclista é maior que a do peão.

Resp: a) 5 m/s b) 4 m/s c) 6 m/s d) 4  $m/s^2$  e) 5,5 m/s f) 3 m/s

Dados: Resolução:

 $t_2 = 5 t_1$  Como o movimento é uniforme a velocidade para ambos é constante

 $\frac{v_1}{v_2}$  =? Velociclista :  $s_1 = v_1 t_1$ , Peão:  $s_2 = v_2 t_2$ , Como  $s_1 = s_2$ , temos:

$$s_1 = s_2$$
  $v_1 t_1 = v_2 t_2 \rightarrow v_1 t_1 = v_2 (5 t_1) \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 5$ , Línea A)

**97°)** (**Exame 2009**) Uma determinada massa de um gás aumenta a sua pressão em 0,2 % ao aumentar a sua temperatura em 1 K com o volume contaste. Qual foi a temperatura inicial do gás.

Resp: A) 273 K B) 330 K C) 475 K D) 500 K E) 550 K F) 700 K

Dados:

$$\Delta P = 0.2\% P_1 \rightarrow P_2 - P_1 = 0.002 P_1 \rightarrow P_2 = P_1 + 0.002 P_1 \rightarrow P_2 = 1.002 P_1$$

$$\Delta T = 1 \ K \ \rightarrow \ T_2 - T_1 = 1 \ \rightarrow T_2 = T_1 + 1$$

V = cst, processo isocórico

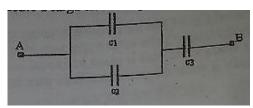
$$T_1 = ?$$

Resolução:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{1,002 \, P_1}{T_1 + 1} \rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1,002}{T_1 + 1} \rightarrow T_1 + 1 = 1,002 \, T_1$$

$$1,002 T_1 - T_1 = 1 \rightarrow 2.10^{-3} T_1 = 1 \rightarrow T_1 = \frac{1}{2.10^{-3}}$$

 $T_1 = 500 \, K$ , Línea D)



**98°**) (**Exame 2009**) Dada uma associação de três condensadores de capacidades eléctricas respectivas  $C_1 = 1 \, \mu F$ ,  $C_2 = 2 \mu F$  e  $C_3 = 3 \, \mu F$  como mostra a figura abaixo. Sabendo que a diferença de potencial aplicada às extremidades A e B desta associação é

 $U=V_A+V_B=180\ V$ , calcule a carga eléctrica  $q_3$  do terceiro condensador.

Resp: a)  $350 \mu C b$ )  $500 \mu C c$ )  $230 \mu C d$ )  $900 \mu C e$ )  $150 \mu C f$ )  $270 \mu C$ 

Dados: Resolução:

 $C_1 = 1 \,\mu F$  A carga eléctrica no terceiro condensador é:  $q_3 = C_3 \,U_3$ 

 $q_3 = C_3 U_3$   $C_1$  e  $C_2$  estão associados em paralelos, a sua capacidade equivalente

$$C_2 = 2\mu F$$
 será:  $C_{12} = C_1 + C_2 \rightarrow C_{12} = 1 + 2 \rightarrow C_{12} = 3 \mu F$ 

 $C_3 = 3 \,\mu F$  Agora  $C_{12}$  e  $C_3$  passam a estar associados em série:

U = 180 V Quando os condensadores estão associados em série as cargas são todas

$$q_3 = ?$$
 iguais  $q_3 = q_T$ 



A capacidade total é:

$$C_T = \frac{C_{12}.C_3}{C_{12}+C_3}, \ C_T = \frac{3.3}{3+3} \rightarrow C_T = 1.5 \ \mu F$$

$$q_T = C_T \, U \, \rightarrow \, q_T = 1.5 \, . \, 180 \, \rightarrow \, q_T = 270 \, \mu C \, \,$$
 ,  $q_3 = 270 \, \mu C \,$  , Línea F)

**99º**) (**Exame 2009**) Um veado que se move com aceleração constante leva 7,0 s para percorrer uma distância de 70,0 m entre dois pontos. Ao passar pelo segundo ponto, sua velocidade é de 15, 0 m/s.

- a) Qual era a sua velocidade quando passou pelo primeiro ponto?
- b) Qual era a sua aceleração?

Resp:  $a_1$ ) 2,5 m/s  $a_2$ ) 10 m/s  $a_3$ ) 5 m/s

$$b_1$$
) 1,43  $m/s^2$   $b_2$ ) 8  $m/s^2$   $b_3$ ) 15  $m/s$ 

Dados Resolução:

$$t = 7.0 s$$

$$1^{\circ}Ponto, v_1 = ?$$

$$2^{\circ}Ponto, v_2 = 15 \, m/s$$

$$s = 70.0m$$

$$v_2 = 15,0 \ m/s$$

$$a = cst$$
, MRUA

Pela equação de torricel temos: 
$$v_2^2 = v_1^2 + 2as$$
 (\*)

$$v_2 > v_1$$

Pela equação das velocidades: 
$$v_2 = v_1 + at \rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$
 (\*\*)

$$v_1 = ?$$

Substituindo (\*\*) em (\*), vem: 
$$v_2^2 = v_1^2 + 2\left(\frac{v_2 - v_1}{t}\right)s$$
,

colocando os dados, vem:

$$(15)^2 = v_1^2 + 2\left(\frac{15-v_1}{7}\right)70 \rightarrow 225 = v_1^2 + 300 - 20v_1$$

$$v_1^2 - 20v_1 + 75 = 0$$
 (Equação do 2ºgrau)

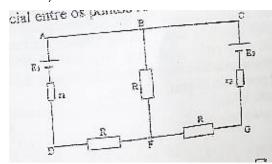
Resolvendo a equação do 2º grau encontramos:

$$v_1 = 5 \, m/s \, e \, v_1 = 15 \, m/s$$

O valor verdadeiro da velocidade no primeiro ponto é:  $v_1 = 5 m/s$ , Línea  $a_3$ )

Pela equação (\*\*), temos:

$$a=\frac{15-5}{7} \rightarrow a=1,42 \ m/s^2$$
, Línea  $b_1)$ 



**100°)** (**Exame 2009**) Do circuito seguinte são dados:  $E_1 = 4 V$ ,  $E_2 = 5 V$ ,  $r_1 = 1,5 \Omega$ ,  $r_2 = 0,5 \Omega$  e R = 5  $\Omega$ . Determine: a) A intensidade da corrente electrostática no trecho BF. b) A diferença de potencial entre os pontos AD.

Resp: 
$$a_1$$
) 2,5  $A$   $a_2$ ) 0,48  $A$   $a_3$ ) 0,57  $A$ 

$$b_1$$
) 2,0  $V$   $b_2$ ) 3,1  $V$   $b_3$ ) 3,7  $V$ 

Dados:

Resolução:

$$E_1 = 4 V$$

$$E_2 = 5 V$$

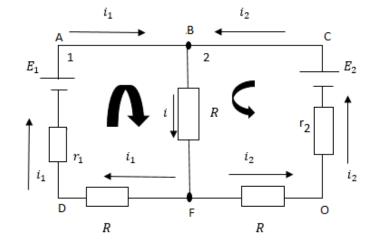
$$r_1 = 1.5 \Omega$$

$$r_2 = 0.5 \Omega$$

$$R = 5 \Omega$$

a) 
$$i = ?$$

b) 
$$U_{AD} = ?$$



Resolução:

No circuito temos duas malhas e dois nós, para simplificar o problema vamos aplicar as regras de kirchoff:

$$\left\{
\begin{aligned}
N \circ B : i_1 + i_2 &= i \to i_2 = i - i_1 \\
N \circ F : i &= i_1 + i_2
\end{aligned}
\right\}$$

$$\begin{cases}
6,5i_1 + 5i = 4 \\
5,5(i - i_1) + 5i = 4
\end{cases}
\rightarrow
\begin{cases}
6,5i_1 + 5i = 4 / \times (5,5) \\
10,5i - 5,5i_1 = 5 / \times (6,5)
\end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} 35,75i_1+27,5i=22\\ 68,25i-35,75i_1=32,5 \end{array}\right\}$$
, resolvendo pelo método de redução:

925,75 
$$i=54,5 \rightarrow i=\frac{54,5}{95,75} \rightarrow i=0,569 \approx 0,57$$
 ,  $i=0,57$   $A$  , Línea  $a_3$ )

$$6.5i_1 + 5i = 4 \rightarrow 6.5 i_1 + 5(0.57) = 4 \rightarrow i_1 = 0.18 A$$

A Diferença De Potencial Entre Os Pontos A e D é:

$$U_{AD} - E_1 = -i_1(r_1) \rightarrow U_{AD} = E_1 - i_1(r_1)$$

$$U_{AD} = 4 - 0.18.(1.5) \rightarrow U_{AD} = 3.73 \approx 3.7, U_{AD} = 3.7 V$$
 Línea  $b_3$ )

**101°)** (**Exame 2009**) Uma pedra foi lançada para cima, do topo de um prédio de altura igual à h=10,0 m. Sabendo que o valor de velocidade inicial é igual à  $v_0=12,0\ m/s$ , determine a posição do corpo para o instante  $t=1\ s$  e a sua velocidade ao atingir o solo. Considerar  $g=10\ m/s^2$ 

Resp:  $a_1$ ) 16 m  $a_2$ ) 19 m  $a_3$ ) 17 m

$$(b_1) - 18 \, m/s \, (b_2) \, 12 \, m/s \, (b_3) \, 25 \, m/s$$

Dados:

h = 10,0 m

$$v_0 = 12,0 \ m/s$$

$$g=10 \ m/s^2$$

a) 
$$s = ? (t = 1 s)$$

b) 
$$v = ?$$

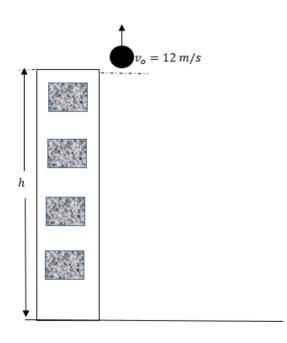
Num lançamento vertical a posição do corpo num instante qualquer é dado por:

$$s = h + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
 para  $t = 1 s$ ,

teremos:

$$s = 10,0 + 12,0.1 - \frac{1}{2} \; (10)(1)^2 \to s = 17 \; m$$
, Línea  $a_3)$ 

Resolução:



Num lançamento oblíquo a velocidade de queda é:  $v = -v_0$ 

O sinal negativo só tem significado físico (indica que o sentido de queda do corpo é oposto)

$$v = 12 m/s$$
, Línea  $b_2$ 

**102°**) (**Exame 2009**) Um carro, partindo do repouso andou durante 4 segundos com uma aceleração de  $a = 5 m/s^2$  e depois passou a ter uma velocidade constante durante 6 segundos. Determine o deslocamento do corpo.

Resp: a) 40 m b) 80 m c) 100 m d) 120 m e) 160 m f)180 m

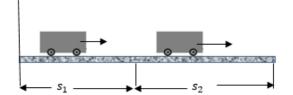
Dados: 
$$v_0 = 0$$

Resolução:

$$t_1 = 4s$$

$$a = 5 m/s^2 t_2 = 6 s$$

$$v_1 = v_2$$
,  $t_2 = 6s$ ,  $\Delta s = ?$ 



1º etapa: durante o movimento uniformemente acelerado (partiu do repouso)

A equação horária do movimento é:  $s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \rightarrow s_1 = \frac{1}{2} (5)(4)^2 \rightarrow s_1 = 40 m$ 

Durante o MRUA a sua velocidade foi:  $v_1 = a t_1 \rightarrow v_1 = 5.4 \rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$ 

2º etapa: durante o movimento uniforme

A equação horária do movimento é:  $s_2 = v_2 t_2$ 

A velocidade que trazia do MRUA passou a ser uniforme:  $v_1 = v_2 = 20 \text{ m/s}$ 

$$s_2 = 20.6 \rightarrow s_2 = 120 \text{ m}$$
 O deslocamento será:  $\Delta s = s_2 - s_1$ 

$$\Delta s = 120 - 40 \rightarrow \Delta s = 80 m$$
, Línea B)

**103°)** (**Exame 2009**) Um barco tem que atravessar um rio de largura 770 m perpendicularmente às margens, isso o piloto orienta o barco segundo uma direcção que faz um ângulo  $\alpha$  com a perpendicular as margens. Qual é o ângulo  $\alpha$  se a velocidade da corrente do rio é igual a 5,5 km/h e a travessia demora 3,5 min?

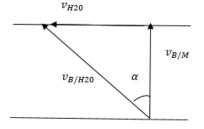
Resp: 
$$A$$
)  $-10^{\circ} B$ )25°  $C$ ) 20°  $D$ ) 15°  $E$ )0°  $F$ )  $-5^{\circ} G$ ) 10°  $H$ ) outro

Dados:

Resolução:

$$l = 770 \, m$$

$$v_{H2O} = 6.0 \frac{km}{h} = 1.67 \text{ m/s}$$
  
 $t = 2.8 \text{ min} = 168 \text{ s}$   
 $\alpha = ?$ 



Resolução:

De acordo a figura e considerando que o movimento do barco seja MRU, temos:

$$tg\alpha = \frac{v_{H2O}}{v_{B/M}} \rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{v_{H2O}}{v_{rel}}\right)$$
 (\*)

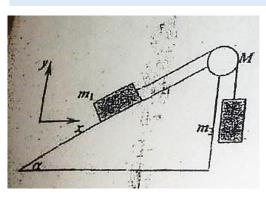
Onde: 
$$v_{rel} = \frac{l}{t}$$
 (\*\*

Substituindo (\*\*) em (\*), vem:

$$\alpha = arctg\left(\frac{t \times v_{H2O}}{l}\right)~$$
 , colocando os dados vem:

$$\alpha = arctg\left(\frac{168 \times 1,67}{770}\right) \rightarrow \alpha = 20,02 \approx 20$$
,  $\alpha = 20^{\circ}$ , Línea C)

## XIII-EXAMES DE ACESSO 2008



**104°)** (Exame 2008) Os blocos  $m_1 = 3.0 \ kg$  e  $m_2 = 5.1 \ kg$  estão ligados por um fio inextensível e de massa desprezável que passa pela gola da roldana de massa  $M = 5.0 \ kg$  e de raio R (Veja a figura ). O coeficiente de atrito do bloco  $m_1$  com o plano inclinado é igual a 0,16. Determine a acelração do bloco  $m_2$  se o plano inclinado forma o ângulo  $\alpha = 30^\circ$  com a horizontal. O momento de inércia da roldana é igual a  $I = \frac{MR^2}{2}$ 

Resp: A) 
$$0.35 \frac{m}{s^2} B$$
)  $- 0.20 m/s^2 C$ )  $0.25 m/s^2 D$ )  $- 0.15 m/s^2$ 

E) 
$$0.40 \text{ m/s}^2 \text{ F}$$
)  $- 0.30 \text{ m/s}^2 \text{ G}$ )  $0.20 \text{ m/s}^2 \text{ H}$ ) outro

Dados:

$$m_1 = 3,0 \ kg$$

$$m_2 = 5.1 \, kg$$

$$M = 5.0 kg$$

$$\mu_1 = 0.16$$

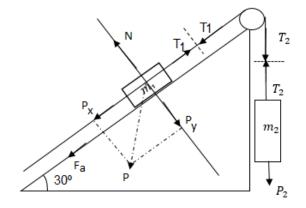
$$\alpha = 30^{\circ}$$

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$a = ?$$

Resolução:



Conforme a figura ilustrada ao lado, equações dos corpos serão:

$$\begin{cases} corpo \ 1: ox: T_1 - F_a - P_1 \ sen \alpha = m_1 a \ ; \quad oy: N - P_1 = 0 \\ corpo \ 2: oy: \ P_2 - T_2 = m_2 a \\ roldana: T_2 \ R - T_1 R = I \beta \rightarrow (T_2 - T_1) \ R = I \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} corpo\ 1: T_1 - u_1 m_1 g cos\alpha - m_1\ g\ sen\alpha = m_1 a\ (*)\ ; \quad oy: N = m_1 g cos\alpha = 0 \\ corpo\ 2: \qquad oy: \ m_2 g - T_2 = m_2 a\ (**) \end{cases}$$
 
$$roldana: \quad T_2 - T_1 = \frac{Ma}{2}\ (***)$$
 
$$\beta \ \acute{e}\ a\ acelera\~{c}\~{a}o\ angular: \beta = \frac{a}{R}$$

as

Formando um sistema com as equações (\*), (\*\*) e (\*\*\*), temos:

$$\begin{cases} T_1-u_1m_1gcos\alpha-m_1\ g\ sen\alpha=m_1a\\ m_2g-T_2=m_2a\\ T_2-T_1\ =\frac{M\ a}{2} \end{cases} \text{Resolvendo pelo método de redução:}$$

$$m_2g - u_1m_1g\cos\alpha - m_1g\sin\alpha = m_1a + m_2a + \frac{Ma}{2}$$

$$m_2g - m_1g(u_1\cos\alpha + m_1\sin\alpha) = a(m_1 + m_2 + \frac{M}{2})$$

$$m_2g - m_1g(u_1\cos\alpha + \sin\alpha) = a(m_1 + m_2 + \frac{M}{2})$$

$$a=\frac{m_2g-m_1g(u_1cos\alpha+sen\alpha)}{\left(m_1+m_2+\frac{M}{2}\right)}$$
 , substituindo os dados vem:

$$a = \frac{5,1.9,8-3,0.9,8(0.16.\ cos30^{\circ}+sen30^{\circ})}{\left(3,0+5,1+\frac{5,0}{2}\right)} \rightarrow a = 2,94m/s^{2}$$
, Línea H)

**105°)** (**Exame 2008**) Numa transformação o volume de um gás perfeito diminuiu duas vezes, a pressão aumentou de 120 kPa a temperatura também acrescentou de 10%. Determine a pressão inicial.

Resp: A) 120 kPa B) 125 kPa C) 110 kPa D) 100 kPa E) 95 kPa F) 80 kPa

G) 120 kPa H) outro

Dados:

$$\begin{split} V_1 &= 2 \, V_2 \\ \Delta P &= 120 \, kPa \, \rightarrow \, P_2 - P_1 = 120 \, \rightarrow P_2 = 120 + P_1 \\ \Delta T &= 10\% \, T_1 \rightarrow T_2 - T_1 = 0.1 \\ T_1 \rightarrow T_2 = 0.1 \\ T_1 \rightarrow T_2 = 1.1 \\ T_1 \rightarrow T_2 = 1.1 \\ T_2 \rightarrow T_1 = 1.1 \\ T_2 \rightarrow T_2 = 1.1 \\ T_3 \rightarrow T_2 = 1.1 \\ T_4 \rightarrow T_2 = 1.1 \\ T_4 \rightarrow T_3 = 1.1 \\ T_4 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5 = 1.1 \\ T_5 \rightarrow T$$

Resolução:

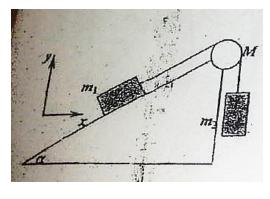
 $P_1 = ?$ 

Pela equação dos gases ideias temos:  $\frac{PV}{T}$  = constante

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow \frac{2 P_1V_2}{T_1} = \frac{V_2(120 + P_1)}{1,1T_1}$$
, sinplificando fica:

$$2 P_1 = \frac{(120 + P_1)}{1.1} \rightarrow 2.1, 1P_1 = 120 + P_1 \rightarrow 2, 2P_1 = 120 + P_1$$

$$2,2P_1 - P_1 = 120 \rightarrow 1,2 P_1 = 120 \rightarrow P_1 = \frac{120}{1,2} \rightarrow P_1 = 100 \ kPa$$
, Linea D)



**106°)** (**Exame 2008**) Os blocos  $m_1 = 6.0 \ kg$  e  $m_2 = 2.1 \ kg$  estão ligados por um fio inextensível e de massa desprezável que passa pela gola da roldana de massa  $M = 4.8 \ kg$  e de raio R (Veja a figura ). O coeficiente de atrito do bloco  $m_1$  com o plano inclinado é igual a 0,11. Determine a aceleração do bloco  $m_2$  se o plano inclinado forma o ângulo  $\alpha = 30^\circ$  com a horizontal. O momento de inércia da roldana é igual a  $I = \frac{MR^2}{2}$ 

Resp: A)  $0.23 \, m/s^2 \, B$ )  $- 0.20 \, m/s^2 \, C$ )  $0.28 \, m/s^2 \, D$ )  $- 0.16 \, m/s^2$ 

E) 
$$0.14 \text{ m/s}^2 \text{ F}$$
)  $- 0.11 \text{ m/s}^2 \text{ G}$ )  $0.20 \text{ m/s}^2 \text{ H}$ ) outro

Dados:

Resolução:

$$m_1 = 6.0 \ kg$$

$$m_2 = 2,1 \, kg$$

$$M = 4.8 \, kg$$

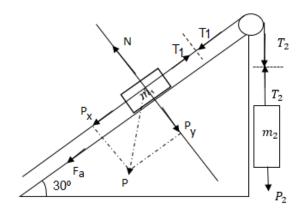
$$\mu_1 = 0.11$$

$$\alpha = 30^{\circ}$$

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$a = ?$$



#### Resolução:

Conforme a figura ilustrada ao lado, as equações dos corpos serão:

$$\begin{cases} corpo \ 1: ox: T_1 - F_a - P_1 \ sen \alpha = m_1 a \ ; \quad oy: N - P_1 = 0 \\ corpo \ 2: oy: \ P_2 - T_2 = m_2 a \\ roldana: T_2 \ R - T_1 R = I \beta \rightarrow (T_2 - T_1) \ R = I \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} corpo\ 1: ox: T_1 - u_1N - m_1\ gsen\alpha = m_1a\ ; \ oy: N = P_1cos\alpha = 0 \\ corpo\ 2: \qquad oy:\ m_2g - T_2 = m_2a \end{cases}$$
 
$$roldana: T_2\ R - T_1R = I\beta \rightarrow (T_2\ - T_1)\ R = (\frac{MR^2}{2})\ \frac{a}{R}$$
 
$$\beta \ \acute{e}\ a\ acelera\~{c}\~{a}o\ angular}: \beta = \frac{a}{R}$$

$$\begin{cases} corpo\ 1: T_1 - u_1 m_1 g cos\alpha - m_1\ g\ sen\alpha = m_1 a\ (*)\ ; \quad oy: N = m_1 g cos\alpha = 0 \\ corpo\ 2: \qquad oy: \ m_2 g - T_2 = m_2 a\ (**) \end{cases}$$
 
$$roldana: \quad T_2 - T_1 = \frac{M\ a}{2}\ (***)$$
 
$$\beta \ \acute{e}\ a\ acelera\~{c}\~{a}o\ angular: \beta = \frac{a}{R}$$

Formando um sistema com as equações (\*), (\*\*) e (\*\*\*), temos:

$$\begin{cases} T_1 - u_1 m_1 g cos \alpha - m_1 \ g \ sen \alpha = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ T_2 - T_1 = \frac{M \ a}{2} \end{cases}$$
 Resolvendo pelo método de redução:

$$m_2g - u_1m_1gcos\alpha - m_1g sen\alpha = m_1a + m_2a + \frac{Ma}{2}$$
  
 $m_2g - m_1g(u_1cos\alpha + m_1sen\alpha) = a(m_1 + m_2 + \frac{M}{2})$ 

$$a=\frac{m_2g-m_1g(u_1cos\alpha+sen\alpha)}{\left(m_1+m_2+\frac{M}{2}\right)}$$
 , substituindo os dados vem:

$$a = \frac{{2,1.9,8 - 6,0.9,8(0,11.~cos30^{\circ} + sen30^{\circ})}}{{\left({6,0 + 2,1 + \frac{{4,8}}{2}}\right)}} \to a = -1,4m/s^2 \; , \; \text{Línea H})$$

### XIV-EXAMES DE ACESSO 2007

**107°)** (**Exame 2007**) Um cilindro de raio 15 cm e de massa 8,1 kg rola pela superfície horizontal com a velocidade de 2,4 m/s. Qual a sua energia cinética? O momento de inércia do cilindro é  $I = \frac{MR^2}{2}$ .

Resp: A) 23 [ B) 35 [ C) 30 [ D) 40 [ E) 18 [ F) outro

Dados: Resolução:

R = 15 cm

 $M = 8.1 \, kg$ 



 $v = 2.4 \, m/s$ 

 $I = \frac{MR^2}{2}$ 

O cilindro ao rolar terá energia cinética de translação e energia cinética de rotação, a sua energia cinética total será:  $E_C = E_T + E_{ROT}$ 

 $E_C=$ ? Onde:  $E_T$  é a energia cinétcia de translação  $E_T=\frac{1}{2}~M~v^2$ 

 $E_{ROT}$  é a energia cinétcia de rotação  $E_{ROT}=rac{1}{2}~I~\omega^2$ 

$$E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$
  $\omega$  é a velocidade angualar do cilíndro  $\omega = \frac{v}{R}$ 

$$E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{MR^2}{2} \right) \left( \frac{v}{R} \right)^2 \rightarrow E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{4} M v^2$$

 $E_C = \frac{3}{4} M v^2$ , substituindo os dados, vem:

$$E_C = \frac{3}{4} (8,1)(2,4)^2 \rightarrow E_C = 34,992 \approx 35$$
,  $E_C = 35J$ , Línea B)

**108°**) (**Exame 2007**) Um cilindro maciço de raio R=12~cm rola numa superfície horizontal com uma velocidade de 2,6 m/s e encontra um plano inclinado de 35° a horizontal. Que distância ele percorre ao longo do plano. O momento de inércia do cilindro é  $I=\frac{MR^2}{2}$ .

Resp: A) 90 cm B) 83 cm C) 72 cm D) 48 cm E) 107 cm F) outro

Dados:

$$R = 12 cm$$

Resolução:

$$v = 2.6 \, m/s$$

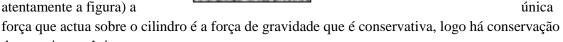
$$\alpha = 35^{\circ}$$

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$L = ?$$
Durante a subida do

Durante a subida do no plano inclinado (observe atentamente a figura) a



350

da energia mecânica:

$$E_{M0} = E_{Mf} \rightarrow E_{C0} + E_{P0} = E_{Cf} + E_{Pf}$$
 (\*)

Considerando o plano referencial a base do plano inclinado, quando o cilindro está na superfície horizontal  $E_{P0}=0$  , e quando o cilindro atinge o repouso no topo do plano inclinado  $E_{Cf}=0$ 

Assim a equação (\*) transforma-se em:  $E_{C0} = E_{Pf}$ 

Como o cilindro realiza dois tipos de movimentos: translação e rotação a sua energia cinética total é:  $E_{C0} = E_T + E_{ROT}$ , E a sua energia potencial é:  $E_{Pf} = M g h$ 

h é a altura do plano inclinado: pelo figura é fácil deduzir que:  $h = L sen 35^{\circ}$ 

M é a massa do cilindro , g é a aceleração de gravidade ,  $E_T + E_{ROT} = M g h$ 

Onde: 
$$E_T = \frac{1}{2} M v^2$$
 e  $E_{ROT} = \frac{1}{2} I \omega^2$ ,  $\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = L M g sen 35^\circ$ 

 $\omega$  é a velocidade angualar do cilíndro  $\omega = \frac{v}{R}$  e  $I = \frac{MR^2}{2}$ 

$$E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{MR^2}{2} \right) \left( \frac{v}{R} \right)^2 = L M g \text{ sen} 35^\circ$$

$$\frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{4} v^2 = L g sen35^\circ \rightarrow \frac{3}{4} v^2 = L g sen35^\circ$$

$$3 v^2 = 4 L g sen 35^\circ \rightarrow L = \frac{3 v^2}{4 g sen 35^\circ}$$
, colocando os dados, temos:

$$L = \frac{3 (2.6)^2}{4.9.8.sen35^\circ} \rightarrow L = 0.90 \text{ m}, L = 90 \text{ cm}, \text{ Línea A}$$

109°) (Exame 2007) Um bloco de 8,0 kg encontra-se em repouso sobre o plano inclinado que faz um ângulo de 20° em relação a horizontal. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é de 0,10. Determine o menor valor da força para que o bloco não desça.

Resp: A) 25,2 N B) 14,5 N C) 19,8 N D) 29,1 N E) 34,9 N F) outro

cilindro

Dados:

$$m = 8,0 \ kg$$

$$\alpha = 20^{\circ}$$

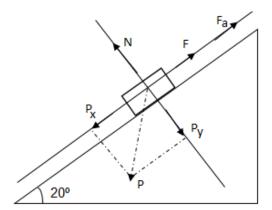
$$\mu = 0.10$$

$$g = 10 \ m/s^2$$

$$F = ?$$

Resolução:





Quando um corpo encontra-se num plano inclinado a iminência do movimento é para baixo, para que o bloco não desça seria necessário imprimir ao bloco uma força  $\vec{F}$  dirigida para cima.

Conforme a figura é fácil deduzir :  $P_x = mg \ sen 20^\circ$  e  $P_y = mg \ cos 20^\circ$ 

$$ox: P_x - F - F_a = 0$$
, onde  $F_a = \mu N$ ,  $oy: N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = mg \cos 20^\circ$ 

$$ox: P_x - F - \mu N = 0 \rightarrow mg \ sen 20^\circ - F - \mu mg \ cos 20^\circ = 0$$

$$ox: F = mg \ sen20^{\circ} - \mu mg \ cos20^{\circ} \rightarrow F = mg (sen20^{\circ} - \mu \ cos20^{\circ})$$

$$F = 8.0.10.(sen20^{\circ} - 0.10.cos20^{\circ}) \rightarrow F = 19.8 N$$
, Línea C)

**110°)** (**Exame 2007**) Ache o valor da força que que se deve aplicar a um corpo de massa m=10~kg colocado sobre o plano inclinado que faz com o plano inclinado um ângulo  $\alpha$  de 30° para que nele possa deslizar para cima em movimento rectilineo uniforme sabendo que o coeficiente de atrito do corpo com o plano é de 0,1.

Resp: A) 51,6 N B)68,5 N C) 84,8 N D) 25,2 N E) 70,0 N F) 95,0

Dados: 
$$m = 10 kg$$
,  $\alpha = 30^{\circ}$ ,

$$\mu = 0.4, g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$MRU: v = cst, a = 0$$

$$F = ?$$

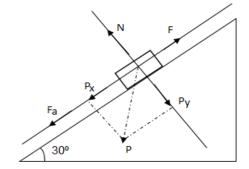
Resolução:

Conforme a figura é fácil deduzir:

$$P_x = mg \ sen 30^\circ$$
 e  $P_y = mg \ cos 30^\circ$ 

$$ox: F - P_x - F_a = 0$$
 , onde  $F_a = \mu N$ 

$$oy: N - P_v = 0 \rightarrow N = P_v = mg \cos 30^\circ$$



$$ox: F - P_x - \mu N = 0 \rightarrow F - mg sen 30^\circ - \mu mg cos 30^\circ = 0$$

ox: 
$$F = mg \ sen 30^{\circ} + \mu mg \ cos 30^{\circ} \rightarrow F = mg (sen 30^{\circ} + \mu \ cos 30^{\circ})$$

$$F = 10.10. (sen 30^{\circ} + 0.4. cos 30^{\circ}) \rightarrow F \approx 84.8 N$$
, Linea C)

**111°)** (**Exame 2007**) Um cilindro de raio 12 cm rola pela superfície horizontal com a velocidade de 2 m/s tendo energia cinética igual a 21 j. Qual é a sua massa? momento de inércia do cilindro é  $I = \frac{MR^2}{2}$ .

Resp: A) 7 kg B) 9 kg C) 15 kg D) 12 kg E) 18 kg F) outro

Dados: Resolução:

$$R = 12 cm$$

$$v = 2 m/s$$



$$I = \frac{MR^2}{2}$$

O cilindro ao rolar terá energia cinética de translação e energia cinética

$$M=?$$
 de rotação, a sua energia cinética total será:  $E_C=E_T+E_{ROT}$ 

Onde:  $E_T$  é a energia cinétcia de translação  $E_T = \frac{1}{2} M v^2$ 

 $E_{ROT}$  é a energia cinétcia de rotação  $E_{ROT}=\frac{1}{2}~I~\omega^2$ 

$$E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$
  $\omega$  é a velocidade angualar do cilíndro  $\omega = \frac{v}{R}$ 

$$E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{MR^2}{2} \right) \left( \frac{v}{R} \right)^2 \rightarrow E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{4} M v^2$$

$$E_C = \frac{3}{4} M v^2 \rightarrow M = \frac{4E_C}{3v^2}$$
, substituindo os vem:  $M = \frac{4.21}{3(2)^2} \rightarrow M = 7 kg$ 

112°) (Exame 2007) Uma espira quadrada condutora de lado 15 cm está num campo magnético que se aumenta uniformemente com a velocidade de 96 mT/s. O ângulo entre o vector  $\vec{B}$  e o plano da espira é igual a 60°. Se à espira ligar um condensador eléctrico ele adquire carga de 45 nC. Qual a capacidade eléctrica do condensador?

R: A)  $16 \mu F$  B)  $20 \mu F$  C)  $32 \mu F$  D)  $28 \mu F$  E)  $24 \mu F$  F) outro

Dados: Resolução:

$$a=15~cm=~15.10^{-2}~m$$
 A força eletromotriz induzida na bobina é:  $\varepsilon_i=-\frac{d\theta}{dt}$  (\*)

$$\frac{dB}{dt} = 96 \ mT/s = 96.10^{-3} \ T/s$$
  $\theta$  é fluxo magnético:  $\theta = N \ B \ A \ cos \alpha$ 

$$\alpha = 60^{\circ}$$
 N número de espiras:  $N = 1$ 

$$q = 45 \mu C = 45.10^{-9} C$$
 N número de espiras:  $N = 1$ 

A área da espira circular:  $A = a^2$ 

$$\theta = Ba^2 \cos \alpha$$
, colocando em (\*)  $\varepsilon_i = a^2 \cos \alpha \frac{dB}{dt}$ )

Sabe-se que a capacidade de um condensador é:  $C=rac{q}{U}$  onde  $U=arepsilon_i$ 

$$C = \frac{q}{\varepsilon_i} \rightarrow \varepsilon_i = \frac{q}{C}$$
, Substituindo, vem:  $\frac{q}{C} = \alpha^2 \cos \alpha \frac{dB}{dt} \rightarrow C = \frac{q}{\alpha^2 \cos \alpha \frac{dB}{dt}}$ 

$$C = \frac{45.10^{-9}}{(15.10^{-2})^2 \times 96.10^{-3} \times \cos 60^{\circ}} = 4,166 \times 10^{-5} F \ , C = 42 \ \mu F, \text{Línea F})$$

#### XV-EXAMES DE ACESSO 2006

**113°**) (**Exame 2006**) Considere um oscilador harmônico (sistema massa-mola). Se aumentar a sua massa de 44 g o período das oscilações aumenta-se 1,20 vezes. Qual é a massa inicial do oscilador?

Resp: A) 80 g B) 120 g C) 140 g D) 100 g E) 60 g F) outro

Dados:

$$\Delta m = 44 \ g \rightarrow m_2 - m_1 = 44 \rightarrow m_2 = m_1 + 44 \ g$$

$$T_2 = 1,20 T_1$$

$$m_1 = ?$$

Resolução:

Para um oscilador preso a uma mola o período é determinado pela relação:

$$T=2\pi\,\sqrt{\frac{m}{k}}$$
,  $k$  é a constante elástica da mola , deste modo:

$$T_1=2\pi\,\sqrt{rac{m_1}{k}}\,$$
 e  $T_2=2\pi\,\sqrt{rac{m_2}{k}}\,$  , Sabe-se a partir dos dados que:  $T_2=1$ ,20  $T_1$ 

$$2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}=1,20\,\left(2\pi\,\sqrt{\frac{m_1}{k}}\right)$$
, Simplificando e elevando ambos membros da igualdade ao quadrado vem:

$$m_2 = 1,44 m_1 \rightarrow m_1 + 44 = 1,44 m_1 \rightarrow 1,44 m_1 - m_1 = 44$$

$$0,44m_1 = 44 \rightarrow m_1 = \frac{44}{0,44} \rightarrow m_1 = 100 \ g$$
 , Linea D)

114°) (Exame 2006) A energia total de um oscilador harmônico da lei do movimento x = 0.36 sen(31.4t) (m) é igual a 21 J. Qual é a sua massa?

Resp: A) 0,8 kg B) 0,45 kg C) 0,25 kg D) 0,38 kg E) 0,38 kg F) outro

Dados:

Resolução:

x = 0.36 sen(31.4t) (m) A lei do movimento de um oscilador MHS é:  $x = A sen(\omega t)$ 

E = 21 I

A é a amplitude e  $\omega$  é a frequência cíclica,

$$m = ?$$
 Na lei:  $x = 0.36 \text{ sen}(31.4t)$ ,  $A = 0.36 \text{ m}$  e  $\omega = 31.4 \text{ rad/s}$ 

A energia do oscilador harmônico é:  $E=\frac{1}{2}~k~A^2$ , onde: k é a constante elástica da mola:  $k=m~\omega^2$ ,  $E=\frac{1}{2}~m~\omega^2A^2 \to m=\frac{2E}{\omega^2A^2}$  colocando os dados, vem:

$$m = \frac{2.21}{(31,4)^2(0,36)^2} \rightarrow m = 0.33 \ kg \ , \text{Línea E})$$

**115°**) (**Exame 2006**) Um corpo flutua num líquido. A razão de volume imerso e emerso do corpo é 2/3. Determine a razão de densidades do material do corpo e do líquido.

Resp: A) ½ B) 2/5 C) 4/5 D) 2/3 E) ¾ F) outro

Dados:

Resolução:

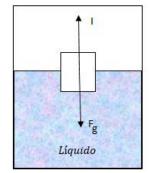
$$\frac{V_i}{V_e} = \frac{2}{3}$$
 A resultante das forças que actuam sobre o corpo

$$\frac{\rho_m}{\rho_L}$$
 =? Flutuante é:  $I - F_g = 0 \rightarrow I = F_g$  (\*)

$$I = \rho_L V_i g (**) e F_g = m_c g = \rho_m V_c g (***)$$

Substituindo (\*\*) e (\*\*\*) em (\*) vem:

$$\rho_L V_i g = \rho_m V_c g \rightarrow \rho_L V_i = \rho_m V_c$$



Quando o corpo flutua, o volume do corpo 
$$V_c$$
 é:  $V_c = V_i + V_e$ , assim vem:  $\rho_L V_i = \rho_m (V_i + V_e) \rightarrow \rho_L V_i = \rho_m V_i + \rho_m V_e \rightarrow V_i (\rho_L - \rho_m) = \rho_m V_e$ 

$$\frac{V_i}{V_e} = \frac{\rho_m}{\rho_L - \rho_m} \rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_L - \rho_m} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_L} = \frac{2}{5}, \text{ Línea B})$$

**116°)** (**Exame 2006**) Considere um oscilador harmônico (sistema massa-mola) de 200 g de massa. Se aumentar a sua massa o período das oscilações aumenta-se 1,10 vezes. Determine o aumento da massa.

Resp: A) 61 g B) 28 g C) 36 g D) 42 g E) 53 g F) outro

Dados:

Resolução:

$$m_1 = 200 g$$
 Para um oscilador preso a uma mola o período é determinado

$$T_2=$$
 1,10  $T_1$  pela relação:  $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  ,  $k$  é a constante elástica da mola , deste

$$\Delta m=? \qquad \qquad \text{modo:} \quad T_1=2\pi\,\sqrt{\frac{m_1}{k}}\,\text{ e }T_2=2\pi\,\sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad \text{, Sabe-se a partir dos}$$
 
$$\Delta m=\,m_2-200=\to\,m_2=\Delta m+200g \qquad \qquad \text{dados que:} \ T_2=1,\!10\ T_1$$
 
$$2\pi\,\sqrt{\frac{m_2}{k}}=1,\!10\,\left(2\pi\,\sqrt{\frac{m_1}{k}}\right), \text{ Simplificando e elevando ambos membros da igualdade ao quadrado vem:} \qquad m_2=1,\!21\ m_1\,\to\Delta m+200=1,\!21\ m_1\to\Delta m=1,\!21\times200-200$$
 
$$\Delta m=42\ g\ \text{, Línea D)}$$

**117°**) (**Exame 2006**) Na água a 10°C introduz-se o vapor de água a 100°C e o sistema de massa total de 550 g atinge a temperatura de equilíbrio igual a 34°C. Determine a massa do vapor. A temperatura de condensação do vapor é igual a 100°C, o calor latente de condensação,  $-2,26 \, MJ/kg$ , o calor especifico da água,  $4,19 \, kJ/(kg.K)$ .

Resp: A) 11 g B) 33g C) 21 g D) 15 g E) 42 g F) outro

Dados: Resolução:

 $T_{H20} = 10$ °C = 283 K Pelo princípio do equilíbrio térmico temos:

$$T_V = 100^{\circ}C = 373 K$$
  $Q_{H20} + Q_{vapor} + Q_{passagem} + Q_{cond} = 0 (1)$ 

 $m_T = 550 g = 0.55 kg$   $Q_{H20}$ - quantidade de calor da água:

$$\theta = 34^{\circ}C = 307 K$$
  $Q_{H20} = m_{H20} C_{H20} (\theta - T_{H20})$ 

$$\lambda_C = -2,26 \; MJ/kg$$
 Nota:  $m_T = m_{H20} + m_V = 0,55 \; kg \rightarrow m_{H20} = 0,55 - m_V$ 

$$T_c = 100^{\circ}C = 373 \text{ K}$$
  $Q_{H20} = (0.55 - m_V) 4190 (307 - 283)$ 

$$C_{H20} = 4.19 \text{ kJ/(kg. K)} = 4190 \text{ J/(kg. K)}$$
  $Q_{H20} = 55308 - 100560 m_V (2)$ 

 $m_V = ?$   $Q_{Vapor}$ - é a quantidade de calor do vapor de água

$$Q_{Vapor} = m_V C_{H20} (\theta - T_V) = 4190 m_V (307 - 373) \rightarrow Q_{Vapor} = -276540 m_V (3)$$

 $Q_{passagem}$  – é a quantidade de calor que traduz a passagem de estado (gasoso para líquido)

$$Q_{passagem} = m_V \lambda_C \rightarrow Q_{passagem} = -2.26 \times 10^6 m_V (4)$$

 $Q_{cond}$ - quantidade de calor de condesação

$$Q_{cond} = m_V C_{H20} (T_V - T_c) = 0$$
(5)

Substituindo as igualdades (2), (3), (4) e (5) em (1), vem:

$$55308 - 100560 \, m_V - 276540 \, m_V - 2,26 \times 10^6 \, m_V = 0$$

$$2637100 \, m_V = 55308 \, \rightarrow m_V = 0.021 \, kg \, \rightarrow m_V = 21 \, g$$
, Línea C)

**118°)** (**Exame 2006**) Uma esfera de massa de 20 g encontra-se em equilíbrio suspensa por um fio isolante, de massa desprezível, que forma um ângulo  $\alpha=30^{\circ}$  com a vertical, sob a acção de um campo eléctrico uniforme de intensidade de 25 kV/m (Veja figura). Determine o valor da carga da esfera.

Resp: A) 4,0  $\mu$ C B) 4,9  $\mu$ C C) 4,5  $\mu$ C D) 5,3  $\mu$ C E) 4,2  $\mu$ C F) outro

Dados:

$$m = 20 g = 20 \times 10^{-3} kg$$

$$\alpha = 30^{\circ}$$

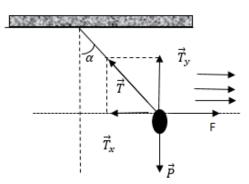
$$E = 25 \ kV/m = 25 \times 10^3 \ V/m$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$q = ?$$

Conforme a figura ao lado, a resultante das forças que actuam sobre a esfera são:





 $\begin{cases} ox: F - T_x = 0 \\ oy: T_y - P = 0 \end{cases}$ , Nota: a resultante das forças é nula porque o corpo está em equilíbrio.

$$F - T_x = 0 \rightarrow E = T_x$$
, sabe-se que:  $F = E q$ ,  $E q = T_x$  (1)

A partir da figura é fácil deduzir que:  $\tan \alpha = \frac{T_x}{T_y} \rightarrow T_x = T_y \tan \alpha$ , no eixo *oy*:

 $T_v = m g$ , assim temos:  $T_x = m g \tan \alpha$  (2). Substituindo (2) em (1):

$$E~q=m~g~\tan \alpha \rightarrow q=\frac{m~g~\tan \alpha}{E} \rightarrow q=\frac{20\times 10^{-3}\times 9.8\times \tan 30}{25\times 10^{3}} \rightarrow q=4.5\times 10^{-6}C$$
  $q=4.5~\mu C$  , Línea C)

**119°)** (**Exame 2006**) Um fio de cobre tem a massa de 0,21 kg e resistência eléctrica de 0,83  $\Omega$ . Qual é a área de secção transversal do fio? a densidade do cobre é 8,9  $g/cm^3$ , a resistência específica, 1,68.  $10^{-8} \Omega m$ .

Resp: A)  $0,40 \ mm^2$  B)  $0,85 \ mm^2$  C)  $0,55 \ mm^2$  D)  $0,78 \ mm^2$  E)  $0,69 \ mm^2$  F) outro

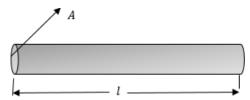
Dados:

$$m = 0.21 \, kg$$

$$R = 0.83 \Omega$$

$$d = 8.9 \ g/cm^3 = 8.9 \times 10^3 \ kg/m^3$$

Resolução:



$$A = ?$$
  $V = A l$ , onde  $l$  é o comprimento do condutor.

Substituindo na relação da massa, vem: m = d A l (1)

A resistividade de um condutor com uma área de secção transversal A, é:

$$R = \frac{\rho l}{A} \rightarrow l = \frac{AR}{\rho}$$
 (2), substituindo (2) em (1), vem:

$$m = \frac{d A^2 R}{\rho} \rightarrow A = \sqrt{\frac{m \rho}{d R}} \rightarrow A = \sqrt{\frac{0.21 \times 1.68 \cdot 10^{-8}}{8.9 \times 10^3 \times 0.83}} \rightarrow A = 0.69 \times 10^{-6} \ m^2 = 0.69 \ mm^2$$

 $A = 0.69 \, mm^2$ , Línea E)

**120°)** (**Exame 2006**) No decorrer do aumento uniforme do fluxo magnético através de um circuito condutor de resistência de 3,9  $\Omega$  pelo fio passou a carga eléctrica igual a 39 mC. Qual é a variação do fluxo magnético?

Resp: A) 0,29 Wb B) 0,18 Wb C) 0,15 Wb D) 0,23 Wb E) 0,11 Wb F) outro

Dados: Resolução:

 $R = 3.9 \Omega$  O aumento uniforme do fluxo magnético

 $q = 39 \, mC = 39 \times 10^{-3} \, C$  num circuito, faz surgir uma força eletromotriz

 $\Delta \phi = ?$  Induzida cujo módulo é dado por:  $\varepsilon_i = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} (1)$ 

A força eletromotriz no circuito é:  $\varepsilon_i = I R$ , I é a intensidade da corrente que atravessa o circuito durante o intervalo de tempo, que é:  $I = \frac{q}{\Delta t}$ , Assim, a força eletromotriz no circuito será:  $\varepsilon_i = \frac{q R}{\Delta t}$  (2), substituindo (2) em (1), vem:

$$\frac{q\,R}{\Delta t} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \rightarrow \Delta \phi = q\,R$$
,  $\Delta \phi = 39 \times 10^{-3} \times 3.9 \rightarrow \Delta \phi = 0.15\,Wb$ , Línea C)

## XVI-EXAMES DE ACESSO 2005

121°) (Exame 2005) A energia total de um oscilador harmônico da lei do movimento x = 0.36 sen(31.4t) (m) é igual a 21 J. Qual é a sua massa?

Resp: A) 0,8 kg B) 0,45 kg C) 0,25 kg D) 0,33 kg E) 0,38 kg F) outro

Dados: Resolução:

 $x = 0.36 \ sen(31.4t) \ (m)$  A energia de um oscilador harmónico é:  $E = \frac{1}{2} \ m \ \omega^2 A^2$ 

E = 21 J isolando a massa:  $m = \frac{2 E}{\omega^2 A^2}$  (1)

m = ? Na equação dada: x = 0.36 sen(31.4t) (m);  $A = 0.36 \text{ m e } \omega = 31.4 \text{ rad/s}$ 

Substituindo em (1), vem:  $m = \frac{2 \times 21}{(31.4)^2 \times (0.36)^2} \rightarrow m = 0.33 \ kg$ , Línea D)

**122°)** (**Exame 2005**) Um corpo caindo de 22m de altura num filme elástico deformou-se 1,5 m. Qual será a deformação se o corpo estiver deitado.

Resp: A) 14 mm B) 40 mm C) 51 mm D) 35 mm E) 48 mm F) outro

Dados: Resolução:

h = 22 m 1° caso: Quando o corpo cai da altura h: durante a queda a única força

Elaborado por: Geocientista Pedro Rafael Afonso- Município de Cacuaco--938979070

 $x_1 = 1.5 m$ 

que actua no corpo é força de gravidade(que é conservativa),

 $x_2 = ?$ 

logo há conservação da energia mecânica:

$$E_{M0} = E_{Mf} \rightarrow E_{C0} + E_{P0} = E_{Cf} + E_{Pf}$$
 (\*)

No ponto mais alto da trajetória  $E_{C0} = 0$ , e quando atinge o repouso perto do solo  $E_{Cf} = 0$ 

Assim a equação (\*) transforma-se em:  $E_{P0}=E_{Pf}$   $E_{P0}=m\,g\,h$  e  $E_{Pf}=\frac{1}{2}\,kx_1^2$ 

$$m g h = \frac{1}{2} k x_1^2$$
 (\*\*)

2º caso: Quando o corpo está deitado:

$$F_e - P = 0 \rightarrow F_e = P$$

 $F_e$  é a força elática e  $F_e = k x_2$  e P é o peso P = mg

$$k x_2 = mg \quad (***)$$

Substituindo (\*\*\*) em (\*\*) ,vem:

$$k x_2 h = \frac{1}{2} x_1^2 \rightarrow x_2 h = \frac{1}{2} x_1^2 \rightarrow x_2 = \frac{x_1^2}{2h}$$
, colocando os dados, vem:

h  $E_{pel\acute{a}stica}$   $F_{e}$ 

$$x_2 = \frac{(1.5)^2}{2.(22)} \rightarrow x_2 = 0.051 \, m$$
,  $x_2 = 51 \, mm$ , Línea C)

**123°**) (**Exame 2005**) Um corpo de massa 210 g está preso por um fio ao fundo recipiente. As densidades do líquido e da substância que constitui o corpo são respectivamente  $e \ 0.45 \ g/\ cm^3$ . Determine o valor da tensão do fio.

Resp: A) 2,5 N B) 4,2 N C) 3,6 N D) 3,1 N E)1,6 N F) outro

Dados:

$$m_c = 210 g = 0.210 kg$$

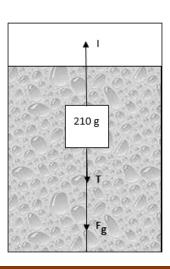
$$\rho_l = 1.35 \, g/ \, cm^3 = 1.35.10^3 kg/m^3$$

$$\rho_c = 0.45 \, g/ \, cm^3 = 0.45.10^3 kg/m^3$$

$$g = 10 \, m/s^2$$

$$T = ?$$

Conforme a figura as forças que actuam no sentido positivo do eixo são: o empuxo I e a tensão do fio T. No sentido negativo do eixo actua somente a força de gravidade  $F_q$ . De acordo a 1° lei de Newton:



$$I - T - F_a = 0$$

Onde:  $I = \rho_l V_l g$ ,

 $V_I$  é o volume do corpo imerso no líquido

Como o corpo está totalmente mergulhado no líquido  $V_c = V_I \ g$  é a aceleração de gravidade

$$F_g = m_c \ g$$
 , onde:  $m_c = \rho_c V_c \rightarrow V_c = \frac{m_c}{\rho_c}$ 

$$\rho_l \, V_I \, g - T - \rho_c V_c \, g = 0 \ , \\ \rho_l \, V_I \, g - T - \rho_c V_c \, g = 0 \ \rightarrow T = \rho_l \, V_I \, g - \rho_c V_c \, g \quad , \\ V_c = V_I \, g - \rho_c$$

$$T = \rho_l V_c g - \rho_c V_c g \rightarrow T = V_c g (\rho_l - \rho_c)$$
,  $T = \frac{m_c}{\rho_c} g (\rho_l - \rho_c)$ , colocando os dados:

$$T = 9.8. \frac{0.210}{0.45.10^3}$$
. (1,35.10<sup>3</sup> - 0,45.10<sup>3</sup>)  $\rightarrow T = 4.2 N$ , Línea B)

**124°**) (**Exame 2005**) No decorrer de uma transformação o volume de um gás duplicou-se a temperatura aumentou-se de 10% e a pressão reduziu-se de 36 kPa. Qual foi a pressão inicial do gás.

Resp: A) 80 kPa B) 90 kPa C) 70 kPa D) 110 kPa E) 100 kPa F) outro

Dados:

$$V_2 = 2 V_1$$

$$\Delta P = -36 \ kPa \rightarrow P_2 - P_1 = -36 \rightarrow P_2 = P_1 - 36$$

$$\Delta T = 10\% T_1 \rightarrow T_2 - T_1 = 0.1T_1 \rightarrow T_2 = 0.1T_1 + T_1 \rightarrow T_2 = 1.1T_1$$

$$V_1 = ?$$

Resolução:

Pela equação dos gases ideias temos:  $\frac{PV}{T}$  = constante

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \to \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{2V_1(P_1 - 36)}{1.1T_1}$$
, sinplificando fica:

$$1.1P_1 = 2(P_1 - 36) \rightarrow 1.1P_1 = 2P_1 - 72$$

$$2P_1 - 1, 1P_1 = 72 \rightarrow 0, 9P_1 = 72 \rightarrow P_1 = \frac{72}{0.9} \rightarrow P_1 = 80 \ kPa$$

$$P_1 = 80 \ kPa$$
, Línea A)

**125°)** (**Exame 2005**) Um cilindro provido de êmbolo encerrado oxigénio ( $M_m = 32 \ g/mol$ ) de parámetros:  $P_1 = 100 \ kPa$ ,  $V_1 = 50 \ l$  e  $T_1 = 20$ ° C. No decorrer do aquecimento do cilindro escapou-se 50 g do gás e a sua temperatura elevou-se 150° C sem a a variação da pressão. Determine o volume final do gás. A constante universal dos gases é igual a  $8,31 \ J/mol$  °K.

Resp: A) 20 l B) 10 l C) 55 l D) 32 l E) 13 l F) outra

Dado 
$$M_m = 32 \ g/mol = 32.10^{-3} kg/mol$$
 ,  $P_1 = 100 \ kPa = 100.10^3 Pa$ 

$$V_1 = 50 \; l = 50.\,10^{-3} \; m^3 \;\; , T_1 = 20^{\circ} \; C = 293 \; K$$

$$\Delta m = -50 \ g = -50.10^{-3} kg$$
 ,  $m_2 - m_1 = -50.10^{-3} kg$  ,  $T_2 = 50^{\circ} \ C = 323 \ K$ 

$$R = 8,31$$
 J/mol °K, Processo isobárico: P= constante,  $P_1 = P_2 = 100.10^3 Pa$ 

$$V_2 = ?$$

Resolução:

Pela fórmula do gases ideias:

$$PV = \frac{mRT}{M_m} \rightarrow m = \frac{PVM_m}{RT}$$
, então:

$$m_1 = \frac{P_1 V_1 M_m}{R T_1}$$
 e  $m_2 = \frac{P_2 V_2 M_m}{R T_2}$ 

Apartir dos dados sabe-se que:

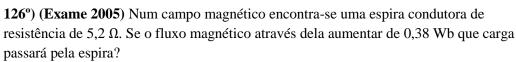
$$, m_2 - m_1 = -50.10^{-3} kg$$

$$\frac{P_2 V_2 M_m}{R T_2} - \frac{P_1 V_1 M_m}{R T_1} = -50.10^{-3} \rightarrow \frac{P_2 V_2 M_m}{R T_2} = \frac{P_1 V_1 M_m}{R T_1} - 50.10^{-3}$$

$$V_2 = \frac{RT_2}{P_2M_m} \left( \frac{P_1V_1M_m}{RT_1} - 50.10^{-3} \right)$$
, colocando os dados, vem:

$$V_2 = \frac{8,31.323}{100.10^3.32.10^{-3}} \left( \frac{100.10^3.50.10^{-3}.\ 32.10^{-3}}{8,31.293} - 50.10^{-3} \right)$$

$$V_2 = 0.013 \, m^3 \rightarrow V_2 = 13 \, l \, \text{Línea E})$$



Dados:

Resolução:

 $R = 5.2 \Omega$ 

A força electromotriz na espira é dada pela relação:

$$\Delta\theta = 0.38 \, Wb$$
  $\varepsilon_i = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$  (1)

$$q = ?$$
 Sabe-se que:  $\varepsilon_i = U = I R$ 

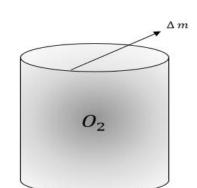
A intensidade da corrente que passa pela espira num intervalo de tempo é::  $I = \frac{q}{\Delta t}$ 

$$\varepsilon_i = \frac{q R}{\Delta t}$$
 (2), substituindo (2) em (1):  $\frac{q R}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \rightarrow q = \frac{\Delta \theta}{R}$ ,  $q = \frac{0.38}{5.2} \rightarrow q = 0.073 C$ 

$$q = 73 nC$$
, Línea B)

127°) (Exame 2005) A intensidade do campo eléctrico num fio de cobre de diâmetro 1,0 mm é igual a 21,4 mV/m. Determine a intensidade da corrente eléctrica que a percorre. A resistência específica do cobre é 1,68.  $10^{-8}\Omega m$ .

Resp: A) 1,6 A B) 0,92 A C) 0,85 A D) 1,25 A E) 1,00 A F) outro



Dados: Resolução:

$$D = 1.0 \ mm = 1.10^{-3} \ m$$
 A resistividade de um condutor eléctrico é:  $R = \rho \frac{l}{4}$ 

$$E = 21.4 \text{ mV/m} = 21.4.10^{-3} \text{ V} / \text{m}$$
 R é a resistência elétrica,  $R = \frac{U}{I}$ 

$$ho = 1,68.\,10^{-8}\Omega m$$
  $U$  é a diferença de potencial ,  $l$  é o comprimento do fio

I=? A é a secção transversal do condutor (Para um condutor circular a sua área é determinada pela fórmula):

$$A = \pi r^2 \; , \; r \in \text{o raio} \; , \\ r = \frac{D}{2} \; , \; A = \frac{\pi D^2}{4} \; , \; \frac{U}{I} = \rho \; \frac{l}{\frac{\pi D^2}{4}} \rightarrow \frac{U}{I} \; = \frac{4 \rho \, l}{\pi \, D^2} \rightarrow I = \frac{U \, \pi \, D^2}{4 \, \rho \, l} \; (*)$$

A diferença de potencial no campo eléctrico é:  $U=E\ d$  , onde : d=l (comprimento do conductor)

$$U = E l$$
 (\*\*) Substituindo (\*\*) em (\*), vem:  $I = \frac{E \ln D^2}{4 \rho l} \rightarrow I = \frac{E \pi D^2}{4 \rho}$ 

Substituindo os dados vem: 
$$I = \frac{21,4.10^{-3}.3,14.(1.10^{-3})^2}{4.1,68.10^{-8}} \rightarrow I = 1,00 A$$
, Línea A)

**128°)** (**Exame 2005**) Um protão atravessa, sem se desviar, uma região do espaço onde existe um campo magnético e um campo elétrico, uniformes e perpendiculares, de valores de 25 mT e 3,5 kV/m, respectivamente. Determine o valor mínimo da velocidade do protão.

Resp: A) 120 km/s B) 140 km/s C) 150 km/s D) 130 km/s E) 160 km/s F) outro

Dados:

$$E = 3.5 \, kV/m = 3500 \, V/m$$

$$B = 25 mT = 25 \times 10^{-3} T$$

$$v = ?$$

Resolução:

Sendo os dois campo magnéticos perpendiculares entre si, como o protão não sofre desvio, podemos escrever:

$$F_m = F_E$$
, onde  $F_m = |q|v B sen \alpha e F_E = E q$ 

Como os campos são perpendiculares,  $\alpha = 90^{\circ}$ , logo:

$$|q|v \ B \ sen \ 90^{\circ} = E \ q \ \rightarrow v = \frac{E}{B} \rightarrow v = \frac{3500}{25 \times 10^{-3}} \rightarrow v = 140 \ \frac{km}{s}$$
, Línea B

**129°)** (**Exame 2005**) A indução do campo magnético perpendicular à espira de diâmetro de 21 mm feita do fio de alumínio de diâmetro de 1,00 mm aumentase uniformemente de 0 T a um valor e pela espira passa a carga de 0,55 C. Determine o valor final da indução magnética. A resistência específica do alumínio é igual a 2,65.  $10^{-8}\Omega m$ .

Resp: A) 0,35 T B) 0,43 T C) 0,55 T D) 0,27 T E) 0,18 T F) outro

Dados: Resolução:

 $D_1 = 21 \text{ } mm = 21.10^{-3} \text{ } m$  A força eletromotriz induzida da espira é:

$$D_2 = 1.0 \ mm = 1.10^{-3} \ m$$
  $\varepsilon_i = -\frac{\Delta \theta}{\Delta t}$  (\*) (o sinal negativo só tem significado físico)

$$\rho = 2,65.\,10^{-8}\Omega m \qquad \qquad \Delta\theta \ \text{\'e a variação do fluxo magnético} : \Delta\theta = N\ A_1\ (B_2-B_1)\ \ (**)$$

$$q = 0.55 C$$
  $N \neq 0$  número de espiras,  $N = 1$ 

 $B_1 = 0$ ,  $t_0 = 0$  A é a área da espira (Para um condutor circular a sua área é determinada

$$B_2 = ?$$
 pela fórmula:  $A = \pi r_1^2$ ,  $r_1$  é o raio,  $r_1 = \frac{D_1}{2}$ ,  $A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4}$  (\*\*\*)

 $\Delta t$  é a variação do tempo  $\Delta t = t - t_0$  (\*\*\*\*) Substituindo (\*\*), (\*\*\*) e (\*\*\*\*) em (\*), fica:

$$\varepsilon_i = \frac{N \pi D_1^2 (B_2 - B_1)}{4 (t - t_0)}$$
 ,  $N = 1$  ,  $B_1 = 0$  ,  $t_0 = 0$  ,  $\varepsilon_i = \frac{\pi D_1^2 B_2}{4t}$  (I)

A resistividade de um condutor eléctrico é:  $R = \rho \frac{l}{A_2}$ 

R é a resistência elétrica , l é o comprimento do fio

A é a secção transversal do condutor (Para um condutor circular a sua área é determinada pela fórmula):

$$A_2 = \pi r_2^2$$
,  $r_2$  é o raio,  $r_2 = \frac{D_2}{2}$ ,  $A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4}$ 

A intensidade da corrente eléctrica que passa por um condutor durante um intervalo de tempo t é determinado pela fórmula:

$$I_i = \frac{q}{t} \text{ , onde: } I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}, I_i = I_i, \frac{q}{t} = \frac{\varepsilon_i}{R} \rightarrow R = \frac{t \, \varepsilon_i}{q} \text{ , } \frac{t \, \varepsilon_i}{q} = \rho \, \frac{l}{\frac{\pi \, D_2^2}{t}} \rightarrow \, \varepsilon_i = \frac{4 \, \rho \, l \, q}{\pi \, D_2^{\, 2} t} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), vem: 
$$\frac{4 \rho l q}{\pi D_2^2 t} = \frac{\pi D_1^2 B_2}{4t} \rightarrow B_2 = \frac{16 \rho l q}{\pi^2 D_2^2 D_1^2}$$

Sabe-se que: 
$$l = 2\pi r_2$$
,  $l = 2\pi \frac{D_2}{2}$ ,  $l = \pi D_2$ ,  $B_2 = \frac{16\rho \ q \ (\pi D_2)}{\pi^2 D_2^2 D_2^2} \rightarrow B_2 = \frac{16\rho \ q}{D_2 \pi D_2^2}$ 

$$B_2 = \frac{16.2,65.10^{-8}.0.55}{1.10^{-3}.3,14.(21.10^{-3})^2} \rightarrow B_2 = 0,17 \text{ T}$$
, Línea H)

**130°)** (**Exame 2005**) Num intervalo de tempo de 0,1s , a intensidade da corrente eléctrica numa bobina aumenta uniformemente de 0 até 10 A. Na bobina surgiu a força eletromotriz auto- induzida de 60 V. Qual é a indutância da bobina?

Resp: a) 0,4 H b) 0,5 H c) 0,6 H d) 0,7 H e) 0,8 H f) outro

Dados: Resolução:

 $\Delta t = 0.1 \text{ s}$  A força eletromotriz induzida numa bobina é dada pela relação:

 $I_1 = 0 A$   $\varepsilon_i = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$  (\*) Onde  $\Delta \theta$  é o fluxo magnético na bobina:  $\Delta \theta = L \Delta I$ 

 $I_2=10~A$  L é a indutância da bobina ,  $\Delta~I=I_2-I_1~$  ,  $\Delta\theta=L(I_2-I_1)~$  (\*\*)

 $\varepsilon=60 \ V$  Substituindo (\*\*) em (\*), vem:  $\varepsilon_i=\frac{L(I_2-I_1)}{\Delta t} \to L=\frac{\varepsilon_i \Delta t}{(I_2-I_1)}$ , colocando os

L=? dados:  $L=\frac{60.0,1}{(10-0)} \rightarrow L=0,6~H$ , Línea C)

131°) (Exame 2005) Uma espira circular condutora de diâmetro de 12 cm encontra-se num campo magnético que diminui uniformemente com a velocidade de 46 mT/s. O entre o vector B e o plano da espira é de 30°. Se a espira ligar um condensador de capacidade de  $50\mu$  F que carga adquire?

Resp: a) 15,5 nC b) 10,6 nC c) 13,0 nC d) 14,2 nC e) 11,9 nC f) outro

Dados: Resolução:

 $D=12~cm=~12.\,10^{-2}~m$  A força eletromotriz induzida na bobina é:  $\varepsilon_i=-rac{d heta}{dt}$  (\*)

 $\frac{dB}{dt} = 46 \ mT/s = 46.10^{-3} \ T/s$   $\theta$  é fluxo magnético:  $\theta = N \ B \ A \ cos \alpha$ 

 $\alpha = 30^{\circ}$  N número de espiras: N = 1

 $C = 50 \,\mu\,F = 50.10^{-6} \,F$  N número de espiras: N = 1

*q* =? *B* vector indução magnética do campo

A área da espira circular:  $A = \pi R^2$  R é o raio  $R = \frac{D}{2}$ ,  $A = \frac{\pi D^2}{4}$ 

 $\theta = \frac{B\pi \ D^2 \ cos\alpha}{4} \ \ , \text{colocando em (*)} \ \ \varepsilon_i = - \ \frac{d \left( \ B\pi \ D^2 \ cos\alpha \right)}{4 \ dt} \ \rightarrow \varepsilon_i = \pi \ D^2 \ cos\alpha \ \frac{dB}{4 \ dt} \ \ (**)$ 

Sabe-se que a capacidade de um condensador é:  $C = \frac{q}{U}$  onde  $U = \varepsilon_i$ 

 $C = \frac{q}{\varepsilon_i} \rightarrow \varepsilon_i = \frac{q}{C}$  (\*\*\*) Substituindo (\*\*\*) em (\*\*), vem:

 $\frac{q}{c} = \pi D^2 \cos \alpha \frac{dB}{4 dt} \rightarrow q = C \pi D^2 \cos \alpha \frac{dB}{dt}$ , colocando os dados vem:

 $q=\frac{50.10^{-6}.3,14.\left(12.10^{-2}\right)^{2}.\ cos30^{\circ}.46.10^{-3}}{4}\rightarrow q=22,5\ nC$  , Línea F)

132°) (Exame 2005) Uma partícula no decorrer de 10s percorreu uma distância de 30 m e a sua velocidade aumentou 5 vezes, determine a aceleração da partícula.

A) 0,30 m/s<sup>2</sup> B) 0,20 m/s<sup>2</sup> C) 0,10 m/s<sup>2</sup> D) 0,40 m/s<sup>2</sup> E) 0,50 m/s<sup>2</sup> F) outro

Dados:

Resolução:

 $t = 10 \, s$ 

Pela equação das velocidades do MRUV:

$$s = 10 m$$
  $v = v_o + at \rightarrow 5 v_o = v_o + 10 a \rightarrow 4 v_o = 10 a \rightarrow v_o = \frac{5a}{2}$  (1)

 $v = 5 v_0$ Pela equação de Torricel:

$$a = ?$$
  $v^2 = v_o^2 + 2 a s \rightarrow (5 v_0)^2 = v_o^2 + 2 a (30) \rightarrow 25 v_o^2 = v_o^2 + 60 a$   
 $24 v_o^2 = 60a \rightarrow 2 v_o^2 = 5 a \rightarrow v_o = \sqrt{\frac{5a}{2}}$  (2)

Igualar as equações (1) e (2), vem:  $\frac{5a}{2} = \sqrt{\frac{5a}{2}}$ , elevar ambos membros da igualdade ao quadrado,

vem: 
$$25\frac{a^2}{4} = \frac{5a}{2} \rightarrow a = \frac{2}{5} \rightarrow a = 0.4 \text{ m/s}^2$$
, Línea D)

133°) (Exame 2005) Na água de 45°C de temperatura introduz-se o gelo de 0°C e o sistema de massa total 470 g atinge a temperatura de equilíbrio igual a 12°C. Determine a massa do gelo. A temperatura de fusão do gelo é igual a 0°C, o calor latente de fusão, 333 kJ/kg, o calor específico da água, 4,19kJ/(kg.°K)

Resp: A) 102 g B) 93 g C) 115 g D) F) 131 g E) 125g F) outro

Dados:

Resolução:

 $T_{H20} = 45^{\circ}C = 318 K$ 

Pelo princípio do equilíbrio térmico temos:

$$T_g = 0^{\circ}C = 273 K$$

$$Q_{H20} + Q_g + Q_{passagem} + Q_f = 0 (1)$$

$$m_T = 470 \ g = 0.47 \ kg$$

 $Q_{H20}$ - quantidade de calor da água:

$$\theta = 12^{\circ}C = 285 \text{ K}$$

$$\theta = 12^{\circ}C = 285 K$$
  $Q_{H20} = m_{H20} C_{H20} (\theta - T_{H20})$ 

$$\lambda_C = 333 \, kJ/kg$$

$$\lambda_C = 333 \, kJ/kg$$
 Nota:  $m_T = m_{H20} + m_g = 0.47 \, kg \rightarrow m_{H20} = 0.47 - m_g$ 

$$T_f = 0$$
° $C = 273 K$ 

$$Q_{H20} = (0.47 - m_g) 4190 (285 - 318)$$

$$C_{H20} = 4.19 \text{ kJ/(kg. K)} = 4190 \text{ J/(kg. K)}$$

$$Q_{H20} = -64986,9 + 138270 \, m_a \, (2)$$

 $m_a = ?$ 

 $Q_a$ - é a quantidade de calor do gelo

$$Q_g = m_g \; C_{H20} \left( \theta - T_g \right) = 4190 \; m_g \; (285 - 273) \to \; Q_g = 50280 \; m_g \; \; (3)$$

 $Q_{nassa, qem}$  – é a quantidade de calor que traduz a passagem de estado (sólido-líquido)

$$Q_{passagem} = m_g \lambda_f \rightarrow Q_{passagem} = 333 \times 10^3 m_g$$
 (4)

 $Q_f$ - quantidade de calor de fusão

$$Q_f = m_g \, C_{H20} \left( T_f - T_g \right) = 0 \qquad (5)$$

Substituindo as igualdades (2), (3), (4) e (5) em (1), vem:

$$-64986,9+138270~m_g+50280~m_g+333\times 10^3~m_g=0$$
 
$$521550~m_g=64986,9~\rightarrow m_g=0,1246~kg~\approx 0,125~kg~, m_g=125~g, {\rm Linea~E})$$

**134°)** (**Exame 2005**) Determine a intensidade do campo eléctrico num fio de alumínio de 1,2 mm percorrido pela corrente eléctrica de intensidade de 1,5 A? a resistência específica do alumínio é igual a 2,65.  $10^{-8} \Omega .m$ .

Resp: A) 21 mV/m B) 45 mV/m C) 27 mV/m D) 39 mV/m E) 35 mV/m F) outro

Dados: Resolução:

E = ? A intensidade do campo eléctrico pode ser

 $D = 1.2 \text{ } mm = 1.2 \times 10^{-3} m$  Determinado segundo a relação:  $E = \frac{U}{I}$  (1)

I = 1,5 A U é a diferença de potencial e

 $\rho = 2,65.10^{-8} \Omega.m$  l é o comprimento do condutor.

A resistividade do condutor é:  $R = \frac{\rho l}{A}$ , A- é a área da secção transversal do condutor

$$A=\pi\,r^2$$
 , onde  $r=rac{D}{2}$  ,  $A=rac{\pi D^2}{4}$  ,  $R=rac{
ho\,l}{A}
ightarrow R=rac{4\,
ho\,l}{\pi D^2}$ 

Sabe-se que:  $R = \frac{U}{I} \rightarrow \frac{4 \rho l}{\pi D^2} = \frac{U}{I} \rightarrow l = \frac{\pi D^2 U}{4 \rho I}$  (2)

Substituindo (2) em (1) vem:  $E = \frac{4 \rho I}{\pi D^2}$ ,  $E = \frac{4 \times 2,65.10^{-8} \times 1,5}{3,14 \times (1,2 \times 10^{-3})^2} \rightarrow E = 3,5 \times 10^{-2} \ V/m$ 

 $E = 35 \, mV/m$ , Línea E)

135°) (Exame 2005) Um protão,  $m_p = 1,67.10^{-27}~kg$ ,  $q_p = 1,60.10^{-19}~C$ , entra na região de extensão de 17 cm que existe um campo eléctrico uniforme de intensidade de 14,5 kV/m. Em seguida, entra na região onde existe um campo magnético perpendicular ao vector de velocidade do protão e descreve uma trajetória circular de raio de 6,0 cm. Determine a indução do campo magnético.

Resp: A) 0,120 T B) 0,083 T C) 0,102 T D) 0,095 T E) 0,110 T F) outro

Dados:

$$E = 14.5 \, kV/m = 14500 \, V/m$$

B = ?

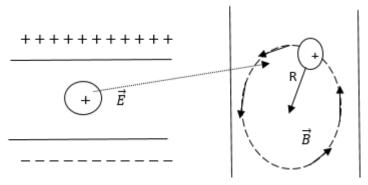
$$q = 1,60.10^{-19} C$$
,  $R = 6 cm = 6 \times 10^{-2} m$ 

$$m_p = 1,67. \, 10^{-27} kg$$
,  $d = 17 \, cm = 17 \times 10^{-2} m$ 

Fórmula/ Resolução:

1°caso: quando o protão está no campo eléctrico ele conserva a sua energia, ou seja, a energia potencial eléctrica ( $w_p = Eq \ d$ ) é igual a sua energia cinética ( $E_c = \frac{1}{2} \ mv^2$ )

$$Eq d = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E q d}{m_p}}$$
(1)



2º caso: quando o protão entra no campo magnético(sem se desviar) passa a descrever órbitas circulares, logo, a resultante da força magnética neste campo é centrípeta.

$$F_m = F_c$$
, onde  $F_m = |q|v B sen \alpha e F_c = \frac{m_p v^2}{R}$ 

Como os campos são perpendiculares,  $\alpha = 90^{\circ}$ , logo:

$$|q|v B sen 90^{\circ} = \frac{m_p v^2}{d} \rightarrow |q| B = \frac{m_p v}{R}$$
 (2)

Substituindo (1) e (2), vem:

 $q B = \frac{m_p}{R} \sqrt{\frac{2 E q d}{m_p}}$ , elevando ambos os membros ao quadrado vem:

$$q^2 B^2 = \frac{m_p{}^2}{R^2} \; \frac{2 \, E \, q \, d}{m_p} \to B \; = \; \sqrt{\frac{2 m_p E \, d}{R^2 \, q}} \; \; , \label{eq:q2B2}$$

$$B = \sqrt{\frac{2 \times 1,67.10^{-27} \times 14500 \times 17 \times 10^{-2}}{(6 \times 10^{-2})^2 \times 1,60.10^{-19}}} \rightarrow B = 119,5 \times 10^{-3} \ T = 0,119 \approx 0,120$$

$$B = 0.120 \, T$$
, Línea A)

**136°)** (**Exame 2005**) Uma partícula se move no campo gravitacional da terra ao fim de 2,0 s do movimento possui a velocidade  $\vec{v} = 20.0 \ \vec{e}_x - 5.0 \ \vec{e}_y$ . Determine a sua aceleração normal nesse instante.

Resp: A) 9,8  $m/s^2$  B) 9,5  $m/s^2$  C) 10,5  $m/s^2$  D) 10,1  $m/s^2$  E) 9,1  $m/s^2$  F) outro

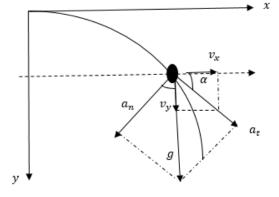
Dados:

$$\vec{v} = 20.0 \ \vec{e}_{x} - 5.0 \ \vec{e}_{y}$$

$$g = 9.8 \, m/s^2$$

$$a_n = ?$$

Resolução:



A partir da figura é simples deduzir que:

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{v_x}{v} \\ \cos\alpha = \frac{a_n}{g} \end{cases} \text{, pelo teorema da semelhança de}$$

triângulos temos:

$$\frac{a_n}{g} = \frac{v_x}{v_x} \to a_n = \frac{g \ v_x}{v}$$
, tendo em conta a equação vectorial:  $\vec{v} = 20.0 \ \vec{e}_x - 5.0 \ \vec{e}_y$ 

$$v_x=20.0~m/s$$
 ,  $v_y=-5~m/s$  e o módulo da velocidade é:  $v=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}$ 

$$v = \sqrt{(20)^2 + (-5)^2} \rightarrow v = 20,6 \, m/s$$

$$a_n = \frac{g \, v_x}{v} \to a_n = \frac{9.8 \times 20}{20.6} \to a_n = 9.5 \, m/s^2$$
 , Línea B)

137°) (Exame 2005) Três cargas pontuais de valores absoluto de 20~nC estão nos três vértices de um quadrado de lado a=15~cm (veja figura). Determine a norma do vector de intensidade do campo eléctrico no vértice A. A constante eléctrica (constante dieléctrica do vácuo, permitividade do vazio, constante dieléctrica) é  $\varepsilon_0=8,85.10^{-12}~F/m$ .

Resp: A) 17,2 kV/m B) 21 kV/m C) 12,5 kV/m D) 15,3 kV/m E) 0 kV/m F) outro

Dados:

$$q_1 = q_2 = q_3 = 20 \, nC = 20 \times 10^{-9} \, C$$

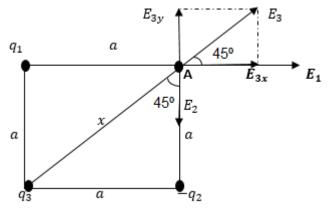
$$a = 15 cm = 15 \times 10^{-2} m$$

$$k = 9 \times 10^9 \, N. \, m^2 / C^2$$

$$E_A = ?$$

De acordo a figura ao lado, a norma do vector intensidade do campo eléctrico no ponto A será:

$$E_A = \sqrt{{E_x}^2 + {E_y}^2}$$
 (1)



É fácil deduzir pela figura que:  $E_3x=E_3\cos 45^\circ$  e  $E_{3y}=E_3\sin 45^\circ$  ,  $x=\sqrt{2}$  a

A resultante no eixo ox é:  $E_x = E_1 + E_3 x \rightarrow E_x = E_1 + E_3 \cos 45^\circ$ 

$$E_1 = k \frac{q}{a^2} e E_3 = k \frac{q}{x^2} = k \frac{q}{2a^2}, E_x = k \frac{q}{a^2} + k \frac{q}{2a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \to E_x = k \frac{q}{a^2} \left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)$$

A resultante no eixo oy é:  $E_y = E_{3y} - E_2 \rightarrow E_y = E_3 \operatorname{sen} 45^\circ - E_2$ 

$$E_2 = k \frac{q}{a^2} e E_3 = k \frac{q}{x^2} = k \frac{q}{2a^2}, E_y = k \frac{q}{2a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} - k \frac{q}{a^2} \rightarrow E_y = k \frac{q}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}-4}{4}\right)$$

Substituindo (2) e (3) em (1), vem:  $E_A = 3k \frac{q}{2a^2}$ 

$$E_A = 3 \times 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-9}}{2 \times (15 \times 10^{-2})^2} = 1.2 \times 10^4 \ V/m \ , E_A = 12 \ kV/m \ , Linea F)$$

**138°)** (**Exame 2005**) A lei do movimento de um oscilador harmónico de massa 150 g é: x = 0.29 sen(47.1 t). Qual é a sua energia total ?

Resp: A) 10,5 J B) 13,0 J C) 14,0 J D) 11,9 J E) 15,5 J F) outro

Dados:

Resolução:

m = 150 g = 0.15 kg

A energia de um oscilador harmónico é:

$$x = 0.29 sen(47.1 t)$$

$$E = \frac{1}{2} \omega^2 m A^2 \quad (1)$$

E = ?

Pela equação dada: x = 0.29 sen(47.1 t)

$$A = 0.29 \, m$$
,  $\omega = 47.1 \, rad/s$ 

Substituindo em (1) vem:  $E = \frac{1}{2} (47.1)^2 \times 0.15 \times (0.29)^2 \rightarrow E = 14 J$ , Línea C)

**139°)** (Exame 2005) Uma embarcação turística faz a viagem entre duas localidades A e B, que distam 6 km na mesma margem de um rio cuja corrente tem a velocidade de 3 km/h dirigida de A para B. a viagem de ida e volta entre as localidades demora 2h 40 min, quando motor está a funcionar em potência máxima. Quanto tempo demora a viagem de A para B?

Resp: A) 60 min B) 70 min C) 50 min D) 40 min E) 30 min F) outro

Dados:

Resolução:

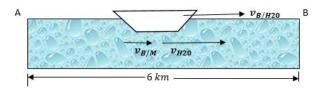
s = 6 km

1º caso: Na ida de A para B

$$v_{H20} = 3 \, km/h$$

$$t = 2h \, 40min = 8h/3$$

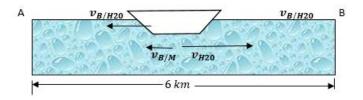
$$t_1 = ?$$



$$v_1 = v_{b/H20} + v_{H20} \rightarrow v_1 = v_{b/H20} + 3$$
 (1)

2ºCaso: Na volta de B para A:

$$v_2 = v_{b/H20} - v_{H20} \rightarrow v_2 = v_{b/H20} - 3$$
 (2)



$$\begin{cases} v_1 = v_{b/H20} + 3 \\ v_2 = v_{b/H20} - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -v_1 = -v_{b/H20} - 3 \\ v_2 = v_{b/H20} - 3 \end{cases}, \text{Resolvendo pelo método de redução, vem:}$$

$$v_2 - v_1 = -6 \rightarrow v_1 - v_2 = 6$$

Nota: de A para B:  $v_1 = \frac{s}{t_1}$  e de B para A:  $v_2 = \frac{s}{t_2}$ 

 $\frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2} = 6$ , o tempo total de viagem de ida e volta é:  $t = t_1 + t_2 \rightarrow t_2 = t - t_1$ 

$$\frac{s}{t_1} - \frac{s}{t - t_1} = 6 \rightarrow \frac{6}{t_1} - \frac{6}{\frac{8}{2} - t_1} = 6 \rightarrow 3 t_1^2 - 14 t_1 + 8 = 0$$

Resolvendo equação do 2º grau:  $t_1 = 2 h$  e  $t_1 = \frac{2h}{3}$ 

Nota: de A para B embarcação levará menos tempo porque navegará na mesma direção e sentido da corrente, logo:  $t_1 = \frac{2h}{3} \rightarrow t_1 = 40 \ min$ , línea D)

140°) (Exame 2005) Na água de 45°C de temperatura deitam 350 g do gelo de temperatura 0°C e o sistema atinge a temperatura de equilíbrio igual a 10°C. Determine a massa da água. O calor latente de fusão do gelo é igual a 333 kJ/kg, o calor específico da água, 4,19kJ/(kg.°K)

Resp: A) 750 g B) 850 g C) 995 g D) F) 795 g E) 895g F) outro

Dados:

Resolução:

$$T_{H20} = 45^{\circ}C = 318 K$$

Pelo princípio do equilíbrio térmico temos:

$$T_a = 0^{\circ}C = 273 K$$

$$T_g = 0$$
° $C = 273 K$   $Q_{H20} + Q_g + Q_{passagem} + Q_f = 0 (1)$ 

$$\theta = 10^{\circ}C = 283 K$$

 $Q_{H20}$ - quantidade de calor da água:

$$\lambda_C = 333 \, kJ/kg$$

$$Q_{H20} = m_{H20} C_{H20} (\theta - T_{H20})$$

$$Q_{H20} = 4190 (283 - 318) m_{H20} = -146650 m_{H20}$$
 (2)

$$T_f = 0^{\circ}C = 273 K$$

$$C_{H20} = 4.19 \text{ kJ/(kg. K)} = 4190 \text{ J/(kg. K)}$$

$$m_g = 350 g = 0.35 kg$$

 $Q_a$ - é a quantidade de calor do gelo

$$Q_g = m_g C_{H20} (\theta - T_g) = 4190 \times 0.35 (283 - 273) \rightarrow Q_g = 14665 (3)$$

 $Q_{passagem}$  – é a quantidade de calor que traduz a passagem de estado (sólido-líquido)

$$Q_{passagem} = m_g \lambda_f \rightarrow Q_{passagem} = 0.35 \times 333 \times 10^3 = 116550 \quad (4)$$

 $Q_f$ - quantidade de calor de fusão

$$Q_f = m_g C_{H20} \left( T_f - T_g \right) = 0 \qquad (5)$$

Substituindo as igualdades (2), (3), (4) e (5) em (1), vem:

$$-146650 m_{H20} + 14665 + 116550 = 0$$

146650 
$$m_{H20} = 131215 \rightarrow m_{H20} = 0,8947 \ kg \approx 0,895 \ kg \ , m_g = 895 \ g$$
, Línea E)

**141°**) (Exame 2005) Num calorímetro de capacidade térmica de 155 J/kg encontra-se água de 380 g de massa 10°C. Na água introduziu-se o vapor de água de 40 g de massa a 100°C. Determine a temperatura de equilíbrio. A temperatura de condensação do vapor de água é igual a 100°C, o calor latente de condensação, -2,26 MJ/kg, o calor específico da água, 4,19kJ/(kg).

Dados:

Resolução:

 $T_{H20} = 10$ °C = 283 K Pelo princípio do equilíbrio térmico temos:

$$T_q = 100^{\circ}C = 373 K$$
  $Q_{H20} + Q_{Vapor} + Q_{passagem} + Q_{ca} + Q_{cond} = 0 (1)$ 

 $m_{H20} = 380 g = 0.38 kg$   $Q_{H20}$ - quantidade de calor da água:

$$\theta = ?$$
  $Q_{H20} = m_{H20} C_{H20} (\theta - T_{H20})$ 

$$\lambda_C = -2.26 \, MJ/kg$$
  $Q_{H20} = 0.38 \times 4190 \, (\theta - 283) = 1592.2\theta - 450592.6 \, (2)$ 

$$T_c = 100^{\circ}C = 373 \, K$$
  $Q_{Vapor}$ - é a quantidade de calor do vapor de água

$$C = 155 J/kg \qquad Q_{Vapor} = m_V C_{H20} (\theta - T_V)$$

$$C_{H20} = 4.19 \text{ kJ/(kg. K)} = 4190 \text{ J/(kg. K)}$$

$$m_V = 40g = 0.04 \ kg$$
  $Q_{Vapor} = 0.04 \times 4190 \ (\theta - 373) \rightarrow$ 

$$Q_{Vapor} = 167,6\theta - 62514,8$$
 (3)

 $Q_{passagem}$  – é a quantidade de calor que traduz a passagem de estado (gasoso para líquido)

$$Q_{passagem} = m_V \lambda_C \rightarrow Q_{passagem} = -0.04 \times 2.26 \times 10^6 = -90400 \quad (4)$$

 $Q_{cond}$ - quantidade de calor de condensação

$$Q_{cond} = m_V C_{H20} (T_V - T_c) = 0$$
(5)

 $Q_{ca}$ - é a quantidade de calor no calorímetro

$$Q_{cq} = C (\theta - 283) = 155(\theta - 283) = 155\theta - 43865$$
 (6)

Substituindo as igualdades (2), (3), (4), (5) e (6) em (1), vem:

$$1592,2\theta - 450592,6 + 167,6\theta - 62514,8 - 90400 + 155\theta - 43865 = 0$$

1914,8
$$\theta = 647372$$
,4  $\rightarrow \theta = 338$  K, em graus Celsius  $\theta = 65$ °C, Línea E)

**142°**) (**Exame 2005**) Num calorímetro de capacidade térmica de 80 J/kg encontra-se água de 202 g de massa 65°C. Na água deita-se o gelo de 100 g de massa a 0°C. Determine a temperatura de equilíbrio. A temperatura de fusão do gelo é igual a 0°C, o calor latente de fusão, 333 kJ/kg, o calor específico da água, 4,19kJ/(kg).

Dados:

Resolução:

$$T_{H20} = 65^{\circ}C = 338 K$$

Pelo princípio do equilíbrio térmico temos:

$$T_V = 0^{\circ}C = 273 \text{ K}$$
  $Q_{H20} + Q_{gelo} + Q_{passagem} + Q_{ca} + Q_f = 0 (1)$ 

$$m_{H20} = 202 g = 0.202 kg$$
  $Q_{H20}$ - quantidade de calor da água:

$$\theta = ?$$
  $Q_{H20} = m_{H20} C_{H20} (\theta - T_{H20})$ 

$$\lambda_f = 333 \, kJ/kg$$
  $Q_{H20} = 0.202 \times 4190 \, (\theta - 338) = 846.38\theta - 286076.44 \, (2)$ 

$$T_f = 100^{\circ}C = 273 \, K$$
  $Q_{gelo}$ - é a quantidade de calor do gelo

$$C = 80 J/kg \qquad Q_{aelo} = m_a C_{H20} (\theta - T_a)$$

$$C_{H20} = 4.19 \text{ kJ/(kg. K)} = 4190 \text{ J/(kg. K)}$$

$$m_q = 100g = 0.1 \, kg$$
  $Q_q = 0.1 \times 4190 \, (\theta - 273) \rightarrow$ 

$$Q_{Vapor} = 419\theta - 114387$$
 (3)

 $Q_{passagem}$  – é a quantidade de calor que traduz a passagem de estado (sólido para líquido)

$$Q_{passagem} = m_q \lambda_f \rightarrow Q_{passagem} = 0.1 \times 333 \times 10^3 = 33300$$
 (4)

 $Q_f$ - quantidade de calor de fusão

$$Q_a = m_a \, C_{H20} \, \big( T_f - T_a \big) = 0 \tag{5}$$

 $Q_{ca}$ - é a quantidade de calor no calorímetro

$$Q_{ca} = C (\theta - 283) = 80(\theta - 338) = 80\theta - 27040$$
 (6)

Substituindo as igualdades (2), (3), (4), (5) e (6) em (1), vem:

$$846,38\theta - 286076,44 + 419\theta - 114387 + 33300 + 80\theta - 27040$$

$$1345,38\theta = 460803,44 \rightarrow \theta = 342,5 \, K$$
, em graus Celsius  $\theta = 70^{\circ}C$ , Línea H)

143°) (Exame 2005) A potência consumida por três condutores associados em paralelo é 4 vezes maior do que no caso destes associados em série. A resistência de um dos condutores é igual a 14  $\Omega$ . Qual é a resistência do outro? Em ambos os casos eles se alimentam-se da mesma fonte de energia eléctrica.

Resp: A)  $18 \Omega$  B)  $11 \Omega$  C)  $14 \Omega$  D)  $9.5 \Omega$  E)  $21 \Omega$  F) outro

Dados: Resolução:

$$P_p = 4 P_s$$
 A potência pode ser determina pela relação:  $P = I^2 R$ 

$$R_1 = 14 \Omega$$
 Em paralelo:  $P_p = I_p^2 R_p$ , em paralelo:  $R_p = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$ 

$$R_2 = ?$$
  $I_p = \frac{\varepsilon}{R_n} \to P_p = \frac{\varepsilon^2}{R_n} \to P_p = \frac{\varepsilon^2(R_1 + R_2)}{R_1 \times R_2}$  (1)

Em série: 
$$P_S = I_S^2 R_S$$
,  $I_S = \frac{\varepsilon}{R_S}$ ,  $P_S = \frac{\varepsilon^2}{R_S}$ ,  $R_S = R_1 + R_2$ 

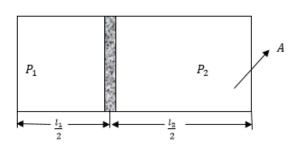
$$P_s = \frac{\varepsilon^2}{R_1 + R_2}$$
 (2), pelo enunciado sabe-se que:  $P_p = 4 P_s$ 

$$\frac{\varepsilon^2 (R_1 + R_2)}{R_1 \times R_2} = \frac{4 \,\varepsilon^2}{R_1 + R_2} \rightarrow R_1^2 + 2R_1 \,R_2 + R_2^2 = 4R_1 \,R_2$$

$$(14)^2 + 2(14)R_2 + {R_2}^2 = 4(14)R_2 \rightarrow {R_2}^2 - 28\,R_2 + 196 = 0$$
, resolvendo a equação:

 $R_2 = 14 \Omega$ , Línea C)

**144°)** (**Exame 2005**) Um cilindro de área de secção transversal A é repartido, por meio de um êmbolo, em duas partes iguais de comprimentos  $l_1 = 20 \ cm \ e \ l_2 = 30 \ cm$  (Veja figura). A pressão  $P_2$  é 4 vezes maior do que a pressão  $P_1$ . Admitindo que o êmbolo desloca-se sem atrito determine o seu deslocamento quando se atinge o estado de equilíbrio.



A) 12,9 cm B) 14,1 cm C) 11,6 cm D) 10,0 cm E) 15,5 cm F) outro.

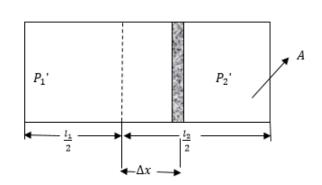
Dados:

$$l_1 = 20 cm$$

$$l_2 = 30 \ cm$$

$$P'_{2} = 4 P'_{1}$$

$$\Delta x = ?$$



Resolução:

Considerando que o

deslocamento do êmbolo ocorre a temperatura constante:

 $P'_1 V'_1 = P'_2 V'_2$  (1), a partir da figura, quando o êmbolo atinge o estado de equilíbrio é fácil deduzir que:

$$V'_1 = A \left(\frac{l_1}{2} + \Delta x\right) e V'_2 = A \left(\frac{l_2}{2} - \Delta x\right)$$
 (2)

Substituindo as equações (2) em (1) e levando em conta que:  $P'_2 = 4 P'_1$ , teremos:

$$P'_1 A \left(\frac{l_1}{2} + \Delta x\right) = 4 P'_1 A \left(\frac{l_2}{2} - \Delta x\right) \rightarrow l_1 + 2\Delta x = 4l_2 - 8\Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{4l_2 - l_1}{10}$$

$$\Delta x = \frac{4 \times 30 - 20}{10} \rightarrow \Delta x = 10,0cm$$
, Línea D)

# PEDRO RAFAEL AFONSO

- **LICENCIADO:** EM GEOFÍSICA NA UNIVERSIDADE AGOSTINHO NETO, FACULDADE DE CIÊNCIAS
- **PROFESSOR E PREPARADOR DE FÍSICA**

**♣** *Whatsapp:* **938-979-070** 

**↓** Correio electrónico: <u>delarafapedro@gmail.com</u>

MANUAL DE RESOLUÇÃO DOS TESTES DE FÌSICA DA UNIVERSIDADE AGOSTINHO NETO - FACULDADE DE ENGENHARIA/CIÊNCIAS EXACTAS – EXAMES DE ADMISSÃO, ED. 2005 Á 2019.

## **ENDEREÇO:**

♣ ACADEMIA: LUANDA, MUNICIPIO DE CACUACO, QUASE AO DESVIO DA CIMANGOLA AO LADO DA COCA COLA ENTRADA DO LIMA. FB: Academia Clínica do Saber

Whatsapp: 938-979-070 // 928-572-370

Correio electrónico: academia.clinicadosaber@gmail.com

# ALEXANDRE JOÃO EMANUEL

- **↓ UNIVERSITÁRIO:**NO INSTITUTOSUPERIORPOLITECNICO INTERCONTINENTAL DE LUANDA, ANO 2019.
  - ♣ PROFESSOR E ORIENTADOR: PROFESSOR DE FUNDAMENTOS DE PROGRAMAÇÃO E PROGRAMAÇÃO I
- **♣** WhatsApp:
- **★** Correio electrónico: <u>alegria.alexandre2014@gmail.com</u>