北京化工大学2016——2017学年第二学期

《概率论与数理统计》考试试卷

一、填空题(每空3分,共21分)

1、一口袋装有10只球，其中6只是红球，4只是白球，今不放回的随机地从中同时取出2只球。则第二次抽到红球的概率是____________ 。

2、若(ξ、η)相互独立,它们的联合分布律为

(ξ、η)	$\eta=1$	$\eta=2$	$\eta=3$
$\xi=0$	a	$1/6$	$1/9$
$\xi=1$	$1/9$	$1/3$	b

则$a=$__________, $b=$____________

3、 $D(\xi)=4,\ \ D(\eta)=1,\ \ \rho_{\xi\eta}=0.6$，则$D(3\xi-2\eta)=$_____________。

4、 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{10}$为母体$N(0,0.09)$的一个样本，求$P\left(\sum_{i=1}^{10}\xi_i^2>1.44\right)$ =___________。

5、设$X_1,X_2,\cdots X_n$为来自总体X的样本，已知$\frac{A}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$是方差$D(X)$的无偏估计量，则$A=$___________。

6、设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中参数μ,σ^2均未知。今抽取容量为16的样本，测得样本均值$\overline{x}=10$，样本方差$s^2=0.16$， 求方差σ^2的区间估计为_________________(其中$\alpha=0.05$)。**(保留小数点之后四位)**

二、(10分) 设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,已知容量为n的简单样本为$X_1,X_2,\cdots,X_n$，试求均值μ和方差σ^2的极大似然估计量。

三、(10 分) 在次品率为$\frac{1}{6}$的一批产品中，任意抽取 300 件，试利用中心极限定理计算在抽取的产品中次品件数在 40 到 60 间的概率。

四、(10 分)设随机变量ξ在$[a,b)$上服从均匀分布，求$\eta=-3\ln\xi+1$的概率密度。(其中$0<a<b$)。

五、(15 分)设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 X 在[-1，0]上服从均匀分布，Y 的概率密度为

$\varphi_2\left(y\right)=\begin{cases} e^{-y} & y>0 \\ 0 & y\leq 0 \end{cases}$，　试求随机变量 $Z=X-Y$ 的概率密度。

六、(12 分) 已知二维随机向量 (X,Y) 的密度函数 $f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(2x+3y)}, & x>0,y>0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，求

1）k 的取值，

2）别求出 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断是否独立.

3）求 $E(X),E(Y)$ 以及 (X,Y) 的协方差 $Cov(X,Y)$。

七、(10 分)某装置的平均工作温度据制造厂讲是 190℃，今从一个由 16 台装置构成的随机样本得出的工作温度平均值和标准差分别为 195℃和 8℃。这些数据是否提供了充分证据，说明平均工作温度比制造厂讲的要高？取 $\alpha = 0.05$，可以假定工作温度服从正态分布。

八、(12 分)设随机变量 ξ 与 η 相互独立，且在[0，2]上都服从均匀分布，若 $\zeta = \min(\xi, \eta)$，

计算概率 $P\{0 < \zeta < 1\}$。

附表：可能用到的标准正态分布的下侧分位数，χ^2-分布，t-分布的上侧分位数:

1. $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0.12	0.40	0.50	1.20	1.55	1.645	1.96	>2.95
$\Phi(x)$	0.5478	0.6554	0.6915	0.8849	0.9394	0.9500	0.9750	1

2. $P\left\{\chi^2(n) > \chi^2_\alpha(n)\right\} = \alpha$

$\chi^2_{0.05}(15) = 24.996,\ \chi^2_{0.025}(15) = 27.488,\quad \chi^2_{0.95}(15) = 7.261,$

$\chi^2_{0.975}(15) = 6.262,\ \chi^2_{0.05}(9) = 16.919,\quad \chi^2_{0.05}(10) = 18.307,\quad \chi^2_{0.10}(10) = 16,$

$\chi^2_{1}(10) = 1.44$

3. $P\left\{t(n) > t_\alpha(n)\right\} = \alpha$

$t_{0.05}(16) = 1.746,\quad t_{0.025}(16) = 2.12,\quad t_{0.05}(15) = 1.753,$

$t_{0.025}(15) = 2.1315,\quad t_{0.05}(4) = 2.1318,\quad t_{0.025}(4) = 2.7764,$

4. $P\left\{F(n_1,n_2) > F_{\alpha}(n_1,n_2)\right\} = \alpha$

$F_{0.95}(12,15) = 2.48$, $F_{0.9}(12,15) = 2.02$, $F_{0.95}(15,12) = 2.62$, $F_{0.9}(15, 12) = 2.1$