学风朋辈引领行动中心

期末复习资料-大物

编写：
董杰、杨威威、陈沅芷、林京龙、
李语婷、王苏佳、储昊东、何玮琪
汇总：何玮琪 、储昊东
审校：严啸

学风朋辈的全称为：北京化工大学学风朋辈引领行动中心，英文名称为：Student Peer Center of Beijing University of Chemical Technology（简称“SPC”）。

学风朋辈隶属于北京化工大学学生工作办公室，接受指导教师管理。对所辖二级学生组织进行管理，对院级学业辅导组织进行指导。学风朋辈的二级学生组织包括化学工程学院学业指导中心、信息科学与技术学院学业指导中心、生命学院学业指导中心、理学院学业指导中心、英国皇家化学会北京化工大学分会等，共同为全体学生服务。

学风朋辈的主要工作是按照学校学风建设的总体要求，开展包括朋辈学业辅导、学业咨询、资源共享、难点解答、学风营造等与学生学业发展相关的工作。

学风朋辈的宗旨是服务我校学生学业发展，致力于营造积极向上、你争我赶、公平竞争的校园学习文化氛围，定时更新学习资源和有效信息，秉承我校校训“宏德博学，化育天工”，用热情及责任进一步推动我校学风建设工作。

按照学习学风建设的总体目标，学风朋辈在发展过程中不断寻求自身的改革创新，根据自身发展需求，现下设朋辈辅导部、发展咨询部、推广宣传部、秘书处、人事部、事务拓展部共六大职能部门。

学风朋辈自成立已开展了多项精品活动：“朋辈学业辅导”、“学业咨询工作坊”、“学习资料发放”、“学霸答疑”、“学霸经验分享会”。同时，本着强化我校学生专业知识技能，提高学生学习主动性和积极性的服务宗旨，学风朋辈已承办了多次学业发展辅导中心“团体工作坊”活动、“学业·职业规划大赛”等特色活动。学风朋辈正以更加积极的姿态协助我校不断完善教学过程中教与学的环节。

为了及时有效地为我校学子进行学业辅导，分享学习资源。学风朋辈创建了学委网，并拥有自己的微信公众平台（friendsbuct），定时更新学习资源和有效信息，方便广大学生的学习和生活。

五、静电场

1、电荷的量子化 电荷守恒定律

【必备知识点】

1. 电子的比荷：电子的电荷$-\mathrm{e}$与质量m_e之比称为电子的比荷$\frac{-\mathrm{e}}{m_e}$。
2. 电荷的量子化：电荷只能取离散的、不连续的量值。
3. 元电荷（电荷的量子）：电子电荷的绝对值$\boldsymbol{e}$。
4. 电荷守恒定律：不管系统的电荷如何迁移，系统的电荷的代数和保持不变。

2、库仑定律

【必备知识点】

1. 库仑定律的表述：在真空中，两个静止的点电荷之间的相互作用力，其大小与它们电荷的乘积成正比，与它们之间距离的二次方成反比；作用力方向沿着两点电荷的连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{e_r}$$

上式中$\boldsymbol{e_r}$为从电荷q_1指向电荷q_2的单位矢量。ε_0为真空电容率，一般计算时的值取

$$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}C^2/N\cdot m^2$$

2. 库伦力：静止电荷间的电作用力。两电荷的库仑力遵循牛顿第三定律。
3. 点电荷：在具体的问题中，当带点体的形状和大小与它们之间的距离相比可以忽略时。可以把带点体看做点电荷。
4. 静电力的叠加原理：作用于某电荷上的总静电力等于其他点电荷单独存在时作用于该电荷的静电力的矢量和。
5. 库伦定律使用的条件
   （1） 真空中点电荷相互作用；
   （2） 施力电荷对观察者静止。

【例题】氢原子中的电子和质子的距离为$5.3\times10^{-11}m$求两个粒子间的静电力和万有引力。

解：根据库仑定律可得两粒子之间库仑力的大小：

$$\mathrm{F}=\mathrm{k}\frac{e^2}{r^2}=8.1\times10^{-8}(N)$$

根据万有引力定律可得万有引力的大小

$$\mathrm{F}'=\mathrm{G}\frac{m_1m_2}{r^2}=3.7\times10^{-47}(N)$$

3 、电场强度

【必备知识点】

(1) 点电荷的电场强度$\mathrm{E}=\frac{F}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

电荷连续分布的线带电体$E=\int_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda e_r}{r^2}dl$（其中λ 为电荷的线密度）

电荷连续分布的面带电体$E=\int_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma e_r}{r^2}dl$（其中σ 为电荷的线密度）

(2)常见的物体的电场强度

电偶极子轴线的延长线上$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{x^3}$ （$p=qr$ 其中 r 代表两点电荷之间的距离）

电偶极子中垂线上$E=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{y^3}$ （$p=qr$ 其中 r 代表两点电荷之间的距离）

无限大均匀带电平面$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$（其中σ 为电荷的线密度）

无限长均匀带点直线外一点的电场强度为$E=\frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$

(3)计算电场强度$\begin{cases}\text{直接利用定义和电场强度的叠加}\\ \text{利用高斯定理（仅适用于对称性的物体）}\\ \text{利用电势 } E=-\frac{dV}{dl}=-\left(\frac{\partial V}{\partial x}i+\frac{\partial V}{\partial y}j+\frac{\partial V}{\partial z}k\right)\end{cases}$

【常见题型与详解】

例一:

一均匀带电圆柱面，半径为 R，长度为 L，电荷面密度为 σ，求其底面中心处 P 点的电场强度

解题思路：(将带电圆柱面看成由许多极窄的细圆环组成，利用均匀带电细圆环在轴线上一点的场强公式，根据场强叠加原理积分求得，由于作为元电荷的各圆环在底面中心P处产生的场强dE的方向都相同，所以dE可直接采用代数和叠加)

解：将带电圆柱面分为许多极窄的圆环，圆环上的带电量为

$$dq=\sigma dS=\sigma 2\pi r dx$$

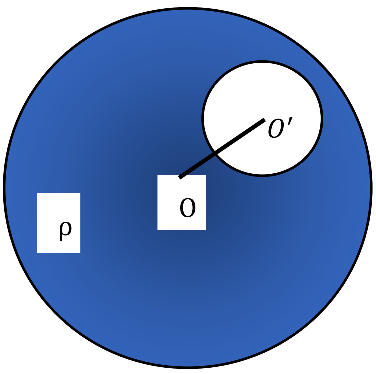
其在P点产生的场强为$dE=\frac{(L-x)\,dq}{4\pi\varepsilon_0[R^2+(L-x)^2]^{\frac{3}{2}}}=\frac{\sigma R(L-x)dx}{2\varepsilon_0[R^2+(L-x)^2]^{\frac{3}{2}}}$ 方向沿x轴方向

整个带电圆柱面在P点产生的场强为

$E=\int dE=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\int_0^L\frac{(L-x)dx}{[R^2+(L-x)^2]^{\frac{3}{2}}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{4}{\sqrt{R^2+L^2}}\right)$ E 沿 x 轴方向

例二

如图所示，在一电荷体密度为ρ的均匀带电球体中，挖去一个小球体，形成一个球形空腔，偏心距为a，求空腔内任一点的电场强度。



解;用补偿法求解，由题意可知，可以设想不带电的空腔等效于腔内有体密度相同的等值异号的两种电荷。这样本题就可以归结为求一个体密度为ρ的均匀带电大球体和一个体密度为−ρ的均匀带电小球体，在空腔内产生的场强的叠加

设P点为空腔内任一点，大球的场强分布具有球对称性，小球的场强分布也具有球对称性，于是分别以O和O′为球心，以r和r'′为半径（均通过P点），做高斯面S和S'。根据高斯定理可求得大球在P点产生的场强为

$$E_1 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}(\frac{4}{3}\pi r^3)$$

$$\mathrm{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

同理可求得小球在在P点产生的场强为

$$E_2 4\pi r'^{\prime 2} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}(\frac{4}{3}\pi r'^3)$$

$$\mathrm{E} = \frac{\rho r'}{3\varepsilon_0}$$

则P点产生的总场强为$\mathrm{E} = E_1 + E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}a =$ 常矢量

结果表明，空腔内的场强是均匀的，其大小$\frac{\rho}{3\varepsilon_0}a$ ，方向平行于两球心的连线 a，由O 指向O′

4. 电场线，电场强度通量

【必备知识点】

（1）电场线：描述电场分布情况的曲线

①曲线上每一点的切线方向表示该点电场强度 E 方向

②曲线的疏密表示该点处场强 E 的大小。即：垂直通过单位面积的电场线条数，在数值上就等于该点处电场强度的大小。

（2）电场线的性质：

①可用电场线的疏密程度来描述电场强度的大小： 电场线密处，场强大；电场线疏处，场强小。

②起于正电荷，止于负电荷，不会在无电荷处中断。

③不会自行构成闭合曲线，任意两条电场线在无电荷处不会相交。

（3）电场强度通量的定义 ：通过电场中任一曲面的电场线总数定义为通过该面的电通量

（4）①均匀电场中通过任一平面的电通量Φe 的计算

$$\boldsymbol{\Phi_e = \vec{E}\cdot\vec{S} = ES\cos\theta}\quad \vec{E}\text{与平面夹}\boldsymbol{\theta}\text{角}$$

②非均匀电场中通过任意曲面的电通量

$$\boldsymbol{d\Phi_e = EdS\cos\theta = E\cdot dS}$$

$$\boldsymbol{\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \int_S EdS\cos\theta = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

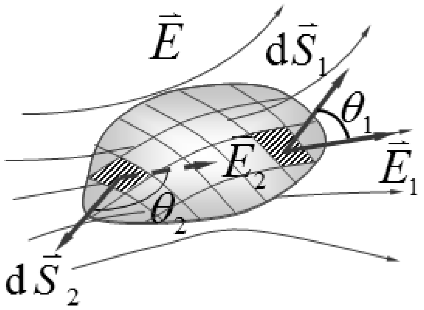
S 为封闭曲面

$$\boldsymbol{\Phi_e = \oint_S d\Phi_e = \oint_S EdS\cos\theta = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

$\boldsymbol{\theta_1 < \frac{\pi}{2}}$，$\boldsymbol{d\Phi_{e_1} > 0}$ 穿出

$\boldsymbol{\theta_2 > \frac{\pi}{2}}$，$\boldsymbol{d\Phi_{e_2} < 0}$ 穿入

$\boldsymbol{\theta_2 = \frac{\pi}{2}}$，$\boldsymbol{d\Phi_{e_2} = 0}$ 相切



5. 高斯定理

【必备知识点】

（1）高斯定理讨论的是：封闭曲面的电通量与该曲面内包围的电荷之间的关系

1、点电荷的情况

①点电荷位于任意形状封闭曲面内 $\Phi_e = \frac{q}{\varepsilon_0}$

②点电荷位于封闭曲面外 $\Phi_e = 0$

2、点电荷系的情况

$$\oint E \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i^{in}$$

$\sum_{i=1}^{n} q_i^{in}$是闭合曲面内所含电荷的代数和

3、真空静电场中的高斯定理：在真空中的静电场内，通过任一闭合曲面的电通量等于这闭合曲面所包围的电荷量的代数和除以ε_0。

通常把所选取的闭合曲面称为高斯面，穿过任意闭合曲面的电场强度通量只与高斯面所包围的所有电荷的代数和有关

（1）高斯定理应用

1、电量为 Q、半径为 R 的均匀带电球体的场强分布

$E_{内} = 0$，$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ （$r > R$）

2、无限长均匀带电直线(电荷线密度为λ)的电场强度

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

r 为该点距带电直线的垂直距离，λ 为电荷线密度

3、无限大带电平面(电荷面密度σ)的场强

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

4、带等量异号电荷的两个无限大平板之间的电场为$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$，板外电场为 0

6、静电场的环路定理 电势能

【必备知识点】

（1）、试验电荷q_0从点A移至点B的过程中，电场力所做的功为

$W=\int \mathrm{d}W=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B})$

（2）、一试验电荷q_0在静电场中从一点沿任意路径运动到另一点时，静电场力对它所做的功，仅与试验电荷q_0及路径的起点和终点的位置有关，而与该路径的形状无关。

（3）、将试验电荷沿闭合路径移动一周，电场力的功为零：$q_0\oint_l \ E\cdot \mathrm{d}l=0$

由于q_0不为零，故上式成立的条件必须为：$\oint_l \ E\cdot \mathrm{d}l=0$

上式表明，在静电场中，电场强度E的环流为零，这叫做静电场的环路定理。静电场是保守场。

（4）、静电场力对电荷所做的功就等于电荷电势能的改变量。

$W_{AB}=q_0\int_{AB}E\cdot \mathrm{d}l=E_{pA}-E_{pB}=-(E_{pB}-E_{pA})$

若选q_0在点B处的电势能为零，即$E_{pB}=0$，则有

$E_{pA}=q_0\int_{AB}E\cdot \mathrm{d}l$

这表明，试验电荷q_0在电场中某点处的电势能，就等于把它从该点移到零势能处静电场力所做的功。

7、电势

【必备知识点】

(1)、电势

a、通常取点 B 在无限远处，并令无限远处的电势能和电势为零

b、电场中某一点 A 的电势为V_A，在数值上等于把单位正试验电荷从点 A 移到无限远处，静电场力所做的功。

$$V_A=-\int_{\infty A}E\cdot dl$$

c、静电场中A、B两点的电势差U_{AB}，在数值上等于把单位正试验电荷从点A移到点B时，静电场力做的功。

$$U_{AB}=V_A-V_B=-(V_B-V_A)=\int_{AB}E\cdot dl$$

$$1\mathrm{eV}=1.602\times10^{-19}J$$

(2)、点电荷电场的电势

设在点电荷q的电场中，点A距点电荷 q 的距离为 r，则点 A 电势为

$$V=\int_r^{\infty}E\cdot dl=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r}$$

上式表明：当$\mathrm{q}>0$时，电场中各点电势都是正值，随 r 的增加而减小，但当$\mathrm{q}<0$时，电场中各点电势则是负值，而在无限远处电势虽为零，但电势却最高。

(3)、电势的叠加原理

定义：点电荷系所激发的电场中某点的电势，等于各点电荷单独存在时在该点建立的电势的代数和

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i}$$

真空中电荷系电荷分布已知时计算电势方法：

a、

$$U_{AB} = \int_{AB} E \cdot dl + V_B$$

b、

$$\mathrm{V} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

【常见题型与详解】

大物上册课本 P206 5-32

一圆盘半径$\mathrm{R} = 3.00\times 10^{-2}m$,圆盘均匀带电，电荷面密度$\sigma = 2.00\times 10^{-5}C\cdot m^{-2}$.(1)求轴线上的电势分布；(2)根据电场强度和电势梯度的关系求电场分布；(3)计算离盘心 30.00cm 处的电势和电场强度。

解：(解题图参考书本 P191 图 5-30)

(1)取无穷远处为零电势，圆盘上半径为 r 的带电细圆环在轴线上任意一点 P 激发的电势

$$\mathrm{dV} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\cdot 2\pi r dr}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

由电势叠加原理，轴线上任一点 P 的电势为

$$\mathrm{V} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{rdr}{\sqrt{r^2+x^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R^2+x^2}-x)$$

(2)轴线上任一点 P 的电场强度

$$\mathrm{E} = -\nabla\mathrm{V} = -\frac{dV}{dx}i = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)i$$

(3)将场点至盘心的距离$x = 30.0cm$分别代入(1)和(2)得：

$$\mathrm{V} = 1691\mathrm{V}$$

$$\mathrm{E} = 5607\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$

当$\mathrm{x} \ll \mathrm{R}$时，圆盘也可视为点电荷，其电荷量为$\mathrm{q} = \pi R^2\sigma = 5.65\times 10^{-8}C$,依照点电荷电场中电势和电场强度得计算公式，有

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x} = 1695V$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = 5649\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$

由此可见当$\mathrm{x} \ll \mathrm{R}$时，可以忽略圆盘的几何形状，将带电得圆盘当作点电荷来处理，本题中作此近似处理 E 和 V 误差分别不超过0.3%和0.8%.

8、电场强度与电势梯度

【必备知识点】

（1）等势面的概念和基本知识

a 电势相等的点构成的面称为等势面

b 某点的电场强度与通过该点的等势面垂直

c 等势面密集的地方，电场强度大

（2）电场强度与电势的关系

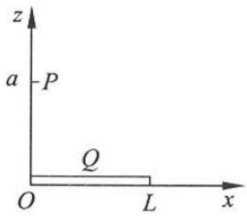
a 电场中某一点的电场强度沿着任意一个方向的分量，等于这一点的电势沿着该方向的电势变化率的负值

b 解题思路：重点在于判断出电场强度的方向，而后再对这个方向进行求偏导

c 若已经知道电势表达式，这是求解电场强度的好方法

【常见题型与详解】

13、 如图 3.21 所示，已知长为L，均匀带电（电量为Q）的细棒，求 z 轴上的一点$P(0,a)$的电势φ_P________及场强$\boldsymbol{E}_P$的z轴分量E_Z________（要求用$\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi$求场强）。



解 用电势的定义求 P 点的电势，即

$$\varphi_P=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L\frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{L+\sqrt{L^2+a^2}}{a}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{L+\sqrt{L^2+a^2}}{a}$$

对于z轴上的点$P(0,z)$，其电势为

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{L+\sqrt{L^2+z^2}}{z}$$

场强$\boldsymbol{E}_P$的z轴分量为

$$E_Z=-\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\frac{z}{L+\sqrt{L^2+z^2}}[(L+\sqrt{L^2+z^2}\cdot(-z)^{-2}+\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{2}(L^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2z]$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}[\frac{1}{z}-\frac{z}{L\sqrt{L^2+z^2}+L^2+z^2}]$$

六、静电场中的导体和介质

1、静电感应和静电平衡

【必备知识点】

（1）静电感应的概念：把金属导体放在外电场中，导体中的自由电子在做微观无规则热力学运动的同时，还将在电场力作用下作宏观定向运动，从而使导体中的电荷重新分布，这个现象叫做静电感应现象

注：一个经典的静电感应模型：在一个球形空腔导体球心处有一电荷量为+q 的点电荷，在球壳内表面将感应出电荷量为-q 的负电荷，球壳外表面将感应出电荷量为+q 的正电荷（**静电感应+电荷守恒定律**的综合运用）

（2）静电平衡的概念：导体内部和表面均没有电荷作定向运动（电荷的微观热运动仍然发生），我们说此时导体处于**静电平衡**状态

有关静电平衡的五条结论：

①导体内部任何一点电场强度 E=0

②导体内部的电荷体密度 ρ =0

③导体内部没有电荷分布，电荷均分布在导体的外表面

④导体表面各点电场强度的方向就是各点处对应的导体表面的外法线方向（与导体表面垂直）

⑤处于静电平衡状态的导体将成为一个等势体

（3）带电导体处于静电平衡时，临近导体表面处的电场强度表达式：

$$\mathrm{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

E 的方向垂直于导体表面向外，该表达式的证明过程见教材 P210-211（借助高斯定理）

（4）静电屏蔽：因导体的存在使**某些特定的区域不受电场影响**的现象称为静电屏蔽。对于空腔导体而言，空腔导体的存在将使腔内空间不受外电场影响

空腔导体的静电屏蔽作用：**接地**的空腔导体将使外部空间不受空腔内的电场的影响，这就是空腔导体的静电屏蔽作用

2、静电场中的电介质

【必备知识点】

（1） 电容率ε

a. 电容率$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$，其中$\varepsilon_0$为真空电容率，$\varepsilon_r$为相对电容率

b. 两无限大均匀带有电荷，电荷面密度分别为+σ，-σ的平行平板之间，充满均匀的各向同性的电介质，实验测得此时两极板间电场强度 E 的表达式为：

$$\mathrm{E}=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

（2） 电介质的分类

按组成分子种类分类，电介质可分为两类

a. 由无极分子组成；无极分子：正负电荷中心重合的分子，分子内无电偶极矩

b. 由有极分子组成；有极分子：正负电荷中心不重合的分子，分子内有电偶极矩

（3） 电介质的极化

a. 对于无极分子组成的电介质，极化过程是在外电场作用下，分子的正，负电荷中心不再重合，产生了电偶极矩（诱导电偶极矩）的过程，电偶极矩的方向与外电场的 E 方向大体一致

b. 对于有极分子组成的电介质，极化过程是在外电场作用下，各电偶极子的电偶极矩由无序排列转变为大体转向外电场的方向的过程

c. 虽然两种电介质的极化过程机理不尽相同，但在宏观上，都表现为在电介质表面上出现**极化面电荷**

（4） 极化电荷/束缚电荷：在外电场的影响下，电介质的两个表面分别出现正电荷和负电荷，这种电荷的分布相对稳定，诸如导体接地等方法无法使它们脱离电介质内部原子核的束缚而单独存在，我们把这种电荷称为**极化电荷**或**束缚电荷**

3、电极化强度、极化电荷与自由电荷的关系

【必备知识点】

(1)电极化强度

a.定义：单位体积中分子电偶极矩的**矢量和**，定义式：$\mathbf{P}=\frac{\sum \boldsymbol{P}}{\triangle V}$,如果电介质中各处的 P 均相同，这种电介质就被认为是**均匀极化**了

b.推论：**两平板间**电介质的**电极化强度的大小**等于**极化电荷面密度，**即 P= σ' （证明过程见教材 P218）

（2）极化电荷与自由电荷的关系

两个重要表达式:

a. 极化电荷面密度 $\sigma'=\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\sigma_0$

b. 电介质中电极化强度 P 与电场强度 E 的关系式：$\mathbf{P}=（\varepsilon_r-1）\varepsilon_0\mathbf{E}$

该式表明，电介质中的 P 和 E 呈线性关系，其中（ε_r-1）称为电介质的电极化率

4、电位移 有电介质时的高斯定理

【必备知识点】

1、有电介质时的高斯定理：在静电场中，通过任意闭合曲面的电位移通量等于该闭合曲面内所包围的自由电荷的代数和。即：$\oint_s \boldsymbol{D}\bullet d\boldsymbol{S}=\sum_{i=1}^{n}Q_{0i}$（D 是电位移，$\oint_s \boldsymbol{D}\bullet d\boldsymbol{S}$是通过任意闭合曲面 S 的电位移通量。）

2、电场强度 E、电极化强度 P 和电位移 D 之间的关系：

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\mathbf{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}=\boldsymbol{\varepsilon_0}(1+\chi_e)\boldsymbol{E}$$

$$\mathbf{P}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\boldsymbol{E}$$

$$\mathbf{D}=\mathbf{P}+\varepsilon_0\boldsymbol{E}$$

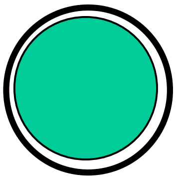
(其中，$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$，表示电容率；$\varepsilon_r=1+\chi_e$,表示相对电容率)

【常见题型与详解】

一个金属球半径为 R，带电量 q0，放在均匀的“无限大” 电介质中（电容率为 ε ）求

（1）任一点的 D，P，E

（2）电介质界面处极化面电荷密度 σ’



解：

基本分析：静电平衡时，导体内场强为零；

电荷 q0 均匀地分布在球表面上，球外的电场 E、电位移 D 都具有球对称性。

取半径为 r 的高斯面 S，由高斯定理易得

$$\oint_s \boldsymbol{D} \bullet d\boldsymbol{S} = \oint_s D \bullet dS = D \oint_s dS = D \bullet 4\pi r^2 = q_0$$

所以 $\mathrm{D} = \frac{q_0}{4\pi r^2}$, 即$\mathbf{D} = \frac{q_0}{4\pi r^3}\boldsymbol{r}$

所以 $\mathbf{E} = \frac{\boldsymbol{D}}{\varepsilon} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^3}\boldsymbol{r}$

所以$\mathbf{P} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0\boldsymbol{E} = (1 - \frac{1}{\varepsilon_r})\frac{q_0}{4\pi r^3}\boldsymbol{r}$

(2)电介质界面的半径为 R,法线方向 n 指向球心

$$б' = \boldsymbol{p} \bullet \boldsymbol{n}$$

$$= \chi_e\varepsilon_0\boldsymbol{E} \bullet \boldsymbol{n}$$
$$= -(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E$$
$$= -\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\frac{q_0}{4\pi R^2}$$
$$= \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)\frac{q_0}{4\pi R^2}$$
$$= \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right) б$$

方法小结：在解决此类问题的时候，关键先用有电介质时的高斯定理求出电介质通量 D,D 是连接诸多其他量的枢纽，非常关键。

5、电容 电容器

【必备知识点】

（1） 孤立导体的电容：孤立导体所带的电荷 Q 与其电势 V 的比值，电容的符号为 C

即 $\mathrm{C} = \frac{Q}{V}$

（2） 电容器：两个带有等值而异号电荷的导体组成的系统

电容器的电容：两导体中任何一个导体所带的电荷 Q 与两导体间电势差 U 的比值，

即$\mathrm{C} = \frac{Q}{U}$

（3） 电介质能承受的最大电场强度E_b称为电介质的击穿场强（也称介电强度）,此时两极板的电压称为击穿电压U_b。

【常见题型与详解】

1、 求平行板电容器的电容

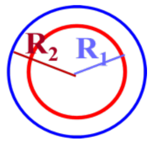
解：设两极板分别带电荷 q,-q

两平行极板间场强$E=\frac{б}{\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon_0 S}$

则电势差$U=Ed=\frac{qd}{\varepsilon_0 S}$

所以电容$C=\frac{q}{U}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

2、 求球形电容器（**两个同心金属球壳构成**）的电容



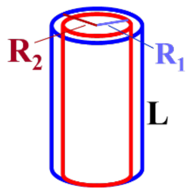
解：设两球壳分别带电荷 q,-q

两球壳之间的场强$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

所以两壳之间的电势差$U=\int \boldsymbol{E}\bullet d\boldsymbol{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}$

所以电容$C=\frac{q}{U}=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2-R_1}$

3、 求圆柱形电容器（两个同轴导体圆筒组成）的电容



解：设内外两圆筒分别带电 Q,-Q,圆筒单位长度所带电荷量为λ

场强$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_{0r}}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_{0Lr}}$

电势差$U=\int \boldsymbol{E}\bullet d\boldsymbol{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{2\pi\varepsilon_{0L}}\frac{dr}{r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_{0L}}ln\frac{R_2}{R_1}$

电容$C=\frac{q}{U}=\frac{2\pi\varepsilon_{0L}}{ln\frac{R_2}{R_1}}$

方法总结：求电容器的电容时，共分四步：

① 设两极板分别带正、负电 q、-q

② 求极板间场强 E

③ 求极板间电势差 U

④ 根据公式$C=\frac{q}{U}$，求得电容 C

6. 电容器的电能

$$W_e=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU$$

7. 静电场的能量 能量密度

单位体积电场内所具有的电场能量$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$