

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дисциплина: Архитектура ЭВМ

Отчет

по домашней работе №1

**«ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ И МИНИМИЗАЦИЯ
ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ»**

Выполнил(а): Рынк Артур Эдуардович

Номер ИСУ: 334839

студ. гр. М3135

Санкт-Петербург

2021

Цель работы: моделирование простейших логических схем и минимизация логических функций методом карт Карно.

Инструментарий и требования к работе: работа выполняется в logisim.

Теоретическая часть

Для представления логических функций с базисом $\{\vee, \wedge, \neg\}$ хорошо подходят СКНФ и СДНФ, однако они имеют отрицательную сторону — количество элементов. Для их минимизации можно вручную рассматривать конъюнкты (дизъюнкты), имеющие общие переменные, и упрощать постепенно всё выражение. Но существует более легкий способ — Карты Карно. Карта Карно представляет собой таблицу истинности, отформатированную особым образом, пригодным для наглядной ручной минимизации.

Будем Строить Карту Карно следующим образом: в шапке и левой колонке проставляются численные значения переменных, подобно тому, как они указаны в таблице истинности. Однако клетки карты Карно следуют в несколько ином порядке (рефлексивный код Грея). Числовые значения расположены так, чтобы 2 соседние строки/столбцы отличаются значением 1 переменной (Например: 00 и 01).

F		x_3x_4			
		00	01	11	10
x_1x_2	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

Рисунок 1 - Пример Карты Карно

Научимся строить МДНФ и МКНФ. Разобьём часть Карты Карно, состоящую из одинаковых значений (для получения МДНФ работа ведётся с клетками карты, где находятся единицы, Для МКНФ — с клетками, где находятся нули), на прямоугольные области, которые состоят из 2^k значений (прямоугольные области - участки Карты, в которых любые 2 соседние клетки отличаются значение не более 1 переменной. Также при объединении этих участков получится прямоугольник). С целью минимизации булевой функции необходимо построить такое разбиение карты Карно, чтобы количество прямоугольников было минимальным, а размер каждого был максимально возможным.

F		$x_3 x_4$			
		00	01	11	10
$x_1 x_2$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

Рисунок 2 — Пример построения МДНФ по Карте Карно

Практическая часть

1. Таблица истинности для заданной вектор-функции

Таблица №1 – Таблица истинности

x3	x2	x1	x0	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

2. ЛФ в СКНФ и СДНФ

Для построения СКНФ нужно смотреть на строки в таблице истинности, значение функции в которых 0. Все переменные со

значением 1 инвертировать ($\neg x$). Затем эти значения “складываются” (\vee), после чего получившиеся дизъюнкты “перемножить” (\wedge).

Аналогично для СДНФ. Смотрим на строки в таблице истинности, значение функции в которых 1. Все переменные со значением 0 инвертировать. Затем эти значения “перемножаются”, после чего получившиеся конъюнкты “сложить”.

a) Построим СКНФ по таблице №1 :

$$\begin{aligned} & (x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \neg x_2 \vee \neg x_1 \vee \neg x_0) \wedge \\ & \wedge (\neg x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\neg x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \neg x_0) \wedge \\ & \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2 \vee x_1 \vee \neg x_0) \wedge \\ & \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2 \vee \neg x_1 \vee x_0) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_2 \vee \neg x_1 \vee \neg x_0) \end{aligned}$$

b) Построим СДНФ по таблице №1 :

$$\begin{aligned} & (\neg x_3 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0) \vee (\neg x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0) \vee \\ & \vee (\neg x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge x_0) \vee (\neg x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_0) \vee \\ & \vee (\neg x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1 \wedge x_0) \vee (\neg x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0) \vee \\ & \vee (x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge \neg x_0) \vee (x_3 \wedge \neg x_2 \wedge x_1 \wedge x_0) \end{aligned}$$

3. Логическая схема СКНФ

В 2b приведена СКНФ. В ней 8 дизъюнктов. Сначала мы считаем их значение, а потом получаем и значение всей ЛФ.

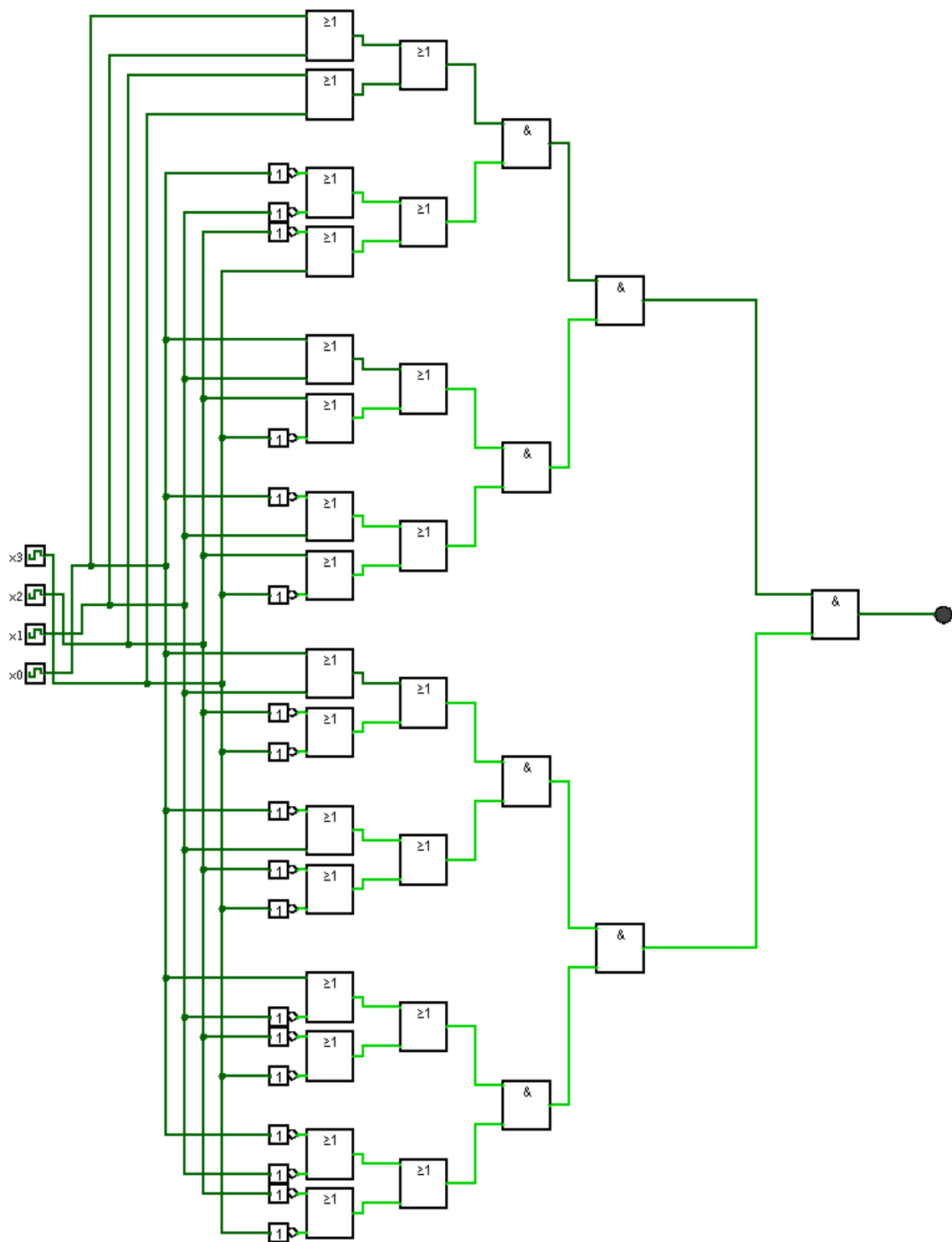


Рисунок 3 – Логическая схема СКНФ

4. Карты Карно, описание построения ЛФ в МКНФ и МДНФ

Построим Карту Карно по таблице истинности (Таблица №1).
Для построения МДНФ разделим карту на прямоугольные области, содержащие “1” (Таблица №2).

Таблица №2 – Карта Карно для построения ЛФ в МДНФ

F		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3x_2	00	0	1	1	1
	01	1	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	0	1	1

МДНФ:

$$(\neg x_3 \wedge x_2 \wedge \neg x_1) \vee (\neg x_3 \wedge \neg x_1 \wedge x_0) \vee \\ \vee (\neg x_3 \wedge x_1 \vee \neg x_0) \vee (\neg x_2 \wedge x_1)$$

Для построения МДНФ разделим карту на прямоугольные области, содержащие “0” (Таблица №3).

Таблица №3 – Карта Карно для построения ЛФ в МКНФ

F		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3x_2	00	0	1	1	1
	01	1	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	0	1	1

МКНФ:

$$(\neg x_2 \vee \neg x_1 \vee \neg x_0) \wedge (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee \neg x_1)$$

5. Логическая схема МДНФ.

В 3 приведена МДНФ. В ней 4 конъюнкта. Сначала мы считаем их значение, а потом получаем и значение всей ЛФ.

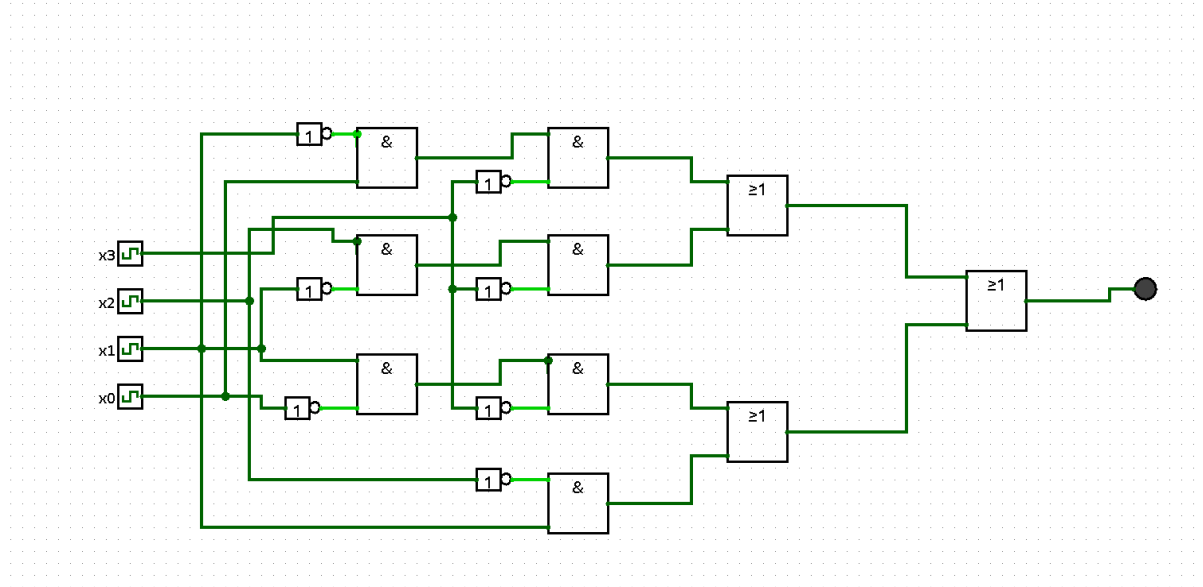


Рисунок 4 - Логическая схема МДНФ