

定日镜场的优化设计

摘要

本文从分析定日镜场对太阳光的反射与汇聚过程出发，建立镜面场坐标系，使用光线追踪法确定入射光线、反射光线、定日镜平面的方程，建立定日镜场的数学模型，并在得到单个定日镜数学模型的基础上使用最密堆积作为排布规则，使用贪心算法和单目标变步长遍历算法，在迭代过程中初步缩小步长得到最优解，对定日镜场排布规律进行优化排布，在达到额定功率的情况下尽可能提高效率。针对问题一，题目给出了定日镜场的排布坐标、定日镜的尺寸、吸收塔的参数。通过对单个定日镜进行建模，得到入射光线、反射光线、平面镜平面的方程，得到定日镜的俯仰角与方位角，将光学效率分解为各个印象因素的子效率进行分别计算，使用平面投影法计算遮挡效率，得到单个定日镜的光学效率方程，从而计算得该定日镜场的年平均光学效率为 60.73%，年平均输出热功率 37.1MW，以及单位镜面面积年平均输出热功率 $0.5906kW/m^2$

针对问题二，在问题一得到定日镜场数学模型的基础上，在满足所需额定功率的情况下，以单位镜面面积年平均输出热功率为判定依据，以刚达到要求功率的最密堆积形式排布的定日镜场为初始状态，通过调节定日镜单位圆的直径（由尺寸与间距确定）、定日镜的高度、吸收塔的位置，使用贪心算法和单目标变步长遍历算法，对定日镜场排布进行优化，最终得到定日镜场的单位镜面面积年平均输出热功率 $0.4708kW/m^2$

针对问题三，模型以粒子群算法为基础，分析目标定日镜场各个镜面的优化布局方法。在给定的极高自由度上，基于问题二的基础上进行进一步的优化，寻找最佳定日镜的姿态和位置，以寻求镜场年均综合效率达到最大。在本模型中将每一个定日镜看做一个粒子，具有一定的自由度，也具有姿态和位置参数的约束条件，确定了优化方向为在达到额定的年均功率的基础上单位镜面积产出最大热功率。

关键字： 定日镜场；立体几何；现代优化算法

一、问题重述

1.1 问题背景

太阳能作为我国新能源结构中重要的一部分，为我国实现碳达峰任务需重要发展的一部分。塔式太阳能光热发电站为太阳能发电站的一种，具有综合效率高，易于大规模发电的优点，近年来得到较为广泛的应用。定日镜场为塔式太阳能发电站的重要部分，合理的定日镜排布方式可提高发电效率，提高光能利用率。

1.2 问题提出

设备结构与原理：塔式太阳能光热发电站由定日镜场与吸收塔组成，吸收塔上方有集热器，集热器吸收定日镜场反射的太阳光对导热介质进行加热，从而实现发电。其中定日镜场为由定日镜组成的阵列。定日镜由平面反射镜与纵向、水平转轴组成，平面反射镜为矩形，纵向转轴控制反射镜方位角，水平转轴控制反射镜俯仰角，通过对定日镜的合理控制使太阳光经过反射后达到集热器。

问题一：已知定日镜场各定日镜的位置坐标、定日镜尺寸及吸收塔尺寸参数，通过建立太阳光照射至定日镜并反射至集热器过程的数学模型，选取特定日期与时间点作为代表，研究给定定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率以及单位镜面面积年平均输出热功率。

问题二：在第一问得到的定日镜场数学模型的基础上，对定日镜场的定日镜尺寸与排布进行优化，所有的定日镜采用同一反射镜尺寸与高度，在达到额定功率 60MW 的情况下，确定定日镜的尺寸、高度、排布位置与吸收塔位置，使得单位镜面面积年平均输出热功率取得最大。

问题三：在第二的基础上，各个定日镜的尺寸与高度可独立设置，确定定日镜的尺寸、高度、排布位置与吸收塔位置，使得单位镜面面积年平均输出热功率取得最大。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一要求建立定日镜场的光学效率的数学模型，关键在于准确得到单个定日镜的光学效率与坐标、尺寸、太阳高度角和方位角的关系，并且考虑定日镜间相互遮挡光线的作用。对此，基于光的反射定律，建立定日镜场坐标系，利用向量对光线与定日镜的作用进行表示，得到单个定日镜的光学效率模型，带入附件的定日镜场排布坐标，从而求解定日镜场的平均光学效率。

2.2 问题二的分析

问题二要求在第一问建立的定日镜场的光学效率的数学模型下，对定日镜场的定日镜排布进行优化以得到最大的单位镜面面积年平均输出热功率。首先需要增加定日镜数量以满足额定功率要求。由于给定的变量较多同时处理，可针对问题一中对光学效率关键的变量选取进行优先在约束条件下进行优化，使用优化算法分层进行迭代。

2.3 问题三的分析

问题三允许定日镜的尺寸与高度可各不相同，提供了较高的自由度，建立模型以粒子群算法为基础，分析目标定日镜场各个镜面的优化布局方法。在给定的极高自由度上，基于问题二的基础上进行进一步的优化，寻找最佳定日镜的姿态和位置，以寻求镜场年均综合效率达到最大。在本模型中将每一个定日镜看做一个粒子，具有一定的自由度，也具有姿态和位置参数的约束条件，确定了优化方向为在达到额定的年均功率的基础上单位镜面积产出最大热功率。

三、模型假设

- 假设地面平整，所有的定日镜与吸收塔处于同一水平面上；
- 忽略天气因素对定日镜场光照的影响；
- 假设定日镜旋转中心即为定日镜中心，平面反射镜为理想平面
- 忽略定日镜的结构厚度、大小

四、符号说明

表 1 符号说明

符号	含义	单位
α_s	太阳高度角	度
γ_s	太阳方位角	度
H	吸收塔高度	m
\hat{n}_i	M_i 定日镜的平面反射镜单位法向量	m
\hat{S}_{is}	太阳光主光线单位方向向量	m
\hat{S}_{oi}	M_i 定日镜的平面反射镜反射光线单位方向向量	m
θ	定日镜俯仰角	度
ψ	定日镜方位角	度
η	定日镜光学效率	
η_{sb}	阴影遮挡效率	
η_{cos}	余弦效率	
η_{at}	大气透射率	
η_{trunc}	集热器截断效率	
η_{ref}	镜面反射率	

五、模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立

5.1.1 模型建立

以正北为 y 轴正方向，以正东为 x 轴正方向，以场地中心为原点，建立定日镜场坐标系。

太阳光为锥形光线，首先确定太阳光主光线在定日镜场下的直线解析式。

题目中的塔式太阳能光热发电站中心位于东经 98.5°，北纬 39.4°，海拔 3000 m，可

以得到当地的太阳高度角与方位角与时间关系的简化公式

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos 39.4^\circ \cos \omega + \sin \delta \sin 39.4^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin 39.4^\circ}{\cos \alpha_s \cos 39.4^\circ}$$

其中 ω 为太阳时角

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12)$$

ST 为当地时间, δ 为太阳赤纬角

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin\left(\frac{2\pi}{365} 23.45\right)$$

D 为当前时间据春分的天数。

太阳高度角的定义为太阳光线与通过该地与地心相连的地表切面的夹角, 太阳方位角的定义为南偏西的角度。将角度转化为太阳光主光线在定日镜场坐标系下的向量

$$\vec{S}_{is} = (x_{is}, y_{is}, z_{is}) = (\cos \alpha_s \sin \gamma_s, \cos \alpha_s \cos \gamma_s, \sin \alpha_s)$$

进行单位化得到太阳光主光线单位向量 \hat{S}_{is}

太阳光线经定日镜反射至吸收塔, 设置定日镜中心处反射的光线被反射至集热器中心。选取任意位置、高度定日镜 M_i , 中心坐标为 (x_i, y_i, z_i) , 吸收塔坐标为 $P_H(x_H, y_H, H)$, 得到定光镜 M_i 的反射主光线方向向量

$$\vec{S}_{oi} = (x_{os}, y_{os}, z_{os}) = (x_i - x_H, y_i - y_H, z_i - H)$$

进行单位化得到反射光主光线单位向量 \hat{S}_{oi}

根据光的反射定律, 反射角等于入射角, 平面反射镜的法向量与入射光线向量和反射光线向量共面且为二者的角平分线。由于入射光线方向向量与反射光线方向向量为单位向量, 可得平面反射镜的法向量为

$$\vec{n}_i = \hat{S}_{oi} - \hat{S}_{is}$$

进行单位化得到平面反射镜的单位法向量 $\hat{n}_i = (x_{ni}, y_{ni}, z_{ni})$

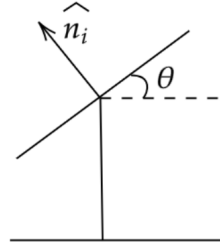
得到定日镜 M_i 的平面解析式

$$x_{ni}(x - x_i) + y_{ni}(y - y_i) + z_{ni}(z - z_i) = 0$$

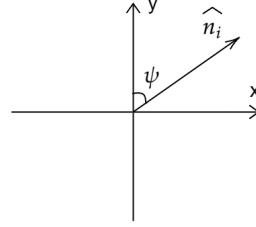
由定日镜的平面反射镜的单位法向量可得到定日镜的俯仰角 θ 与方位角 ψ 。

$$\theta = 90^\circ - \arctan\left(\frac{z_{ni}}{\sqrt{x_{ni}^2 + y_{ni}^2}}\right)$$

$$\psi = \begin{cases} 180 - \arccos(\frac{y_{ni}}{\sqrt{x_{ni}^2 + y_{ni}^2}}), & x_{ni} \geq 0 \\ 180 - \arccos(\frac{y_{ni}}{\sqrt{x_{ni}^2 + y_{ni}^2}}), & x_{ni} < 0 \end{cases}$$



(a) 俯仰角



(b) 方位角

图 1 定日镜姿态

1) 余弦效率 在入射光线的方向与平面法向量未能平行时, 将会一定的入射光线能量损失。造成入射光线与平面反射镜法向量之间的夹角的余弦值即为该定日镜的余弦效率。

$$\eta_{cos} = \hat{S}_{is} \cdot \hat{n}_i$$

2) 大气透射率效率 太阳光经由定日镜反射后传播至集热器的过程中, 由于大气散射及大气中颗粒物的影响, 导致太阳光辐射能量在传播过程中有一定衰减, 与传播距离相关。

$$\eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^8 \times d_{HR}^2$$

其中 d_{HR} 为定日镜平面反射镜镜面中心至集热器中心距离, 对定日镜 M_i

$$d_{HR} = \sqrt{(x_i - x_H)^2 + (y_i - y_H)^2 + (z_i - H)^2}$$

3) 阴影遮挡效率 在太阳高度角较低的情况下, 可能发生前方定日镜阻挡后方定日镜的入射光线或反射光线的情况, 导致效率降低。计算未被遮挡面积占每块定日镜总面积的百分比以确定阴影遮挡效率。

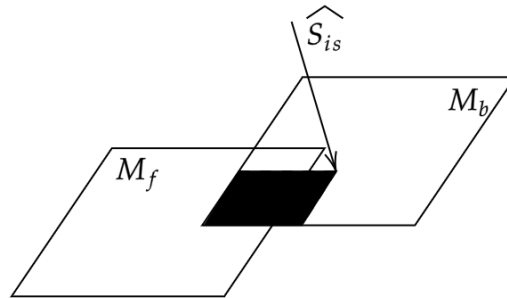


图 2 投影面积为实际遮挡面积

使用平面投影法进行阴影遮挡的建模。先考虑一块主定日镜 M_b 与前方一块遮挡定日镜 M_f 的情况。由于相邻定日镜间俯仰角、方位角改变较小，可将两块平面反射镜视为平行平面。将 M_f 按照入射光线（反射光线）投影至 M_b 所在平面，计算二者重叠面积，即遮挡面积。

由于两平面为平行平面，平面投影可简化为 M_f 中心点依照入射直线（反射直线）在 M_b 所在平面上的投影。以入射光线方向向量为方向向量，过 M_f 的中心点的直线

$$\frac{x - x_f}{x_{is}} = \frac{y - y_f}{y_{is}} = \frac{z - z_f}{z_{is}}$$

联立 M_b 平面方程, 解得坐标点 P_f^e

建立镜面坐标系

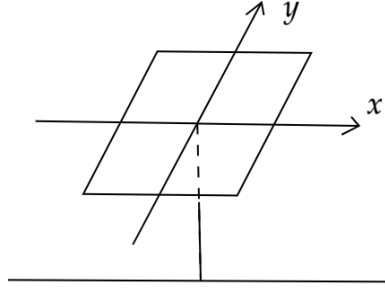


图3 镜面坐标系

重叠面积在镜面坐标系下进行计算, 将 P_f^e 转换到镜面坐标系下。构建向量 $\overrightarrow{OP_f^e}$, 其中 O 点在镜场坐标系下为 M_b 中心点。

使用旋转矩阵进行坐标变换, 将 $\overrightarrow{OP_f^e}$ 从镜场系下变换至镜面系下。

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

得到镜面坐标系下的该向量表达式 $\overrightarrow{OP_f^m}$

$$\overrightarrow{OP_f^m} = R \times \overrightarrow{OP_f^e}$$

得到 $P_f^m(x_{fm}, y_{fm}, z_{fm})$

在镜面系下, 以 P_f^m 为中心得到矩形投影的四个边界点, 与平面上原有的矩形求取重叠面积, 得到的即为阴影遮挡损失面积。

在存在多块遮挡平面反射镜的情况下, 将可能产生遮挡的平面镜均在当前计算效率的定日镜平面反射镜平面上投影, 将投影与当前定日镜区域重叠的部分去除, 剩余的即

为未被遮挡的有效反射面积。

$$\eta_{trunc} = \frac{S_{light}}{S}$$

4) 集热器的截断效率 截断效率指投射到集热器的太阳辐射能与定日镜反射的太阳辐射能之比，主要与定日镜的尺寸、位置坐标、镜面参数、太阳参数等因素相关。选用 HFCAL 模型对每一面定日镜的截断效率进行计算。

定日镜反射到集热器表面的光斑的能留密度接近高斯分布，使用 HFCAL 模型对截断效率进行计算。

$$\eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi\sigma_{tot}^2} \iint e^{-\frac{(x_R - x_a)^2 + (y_R - y_a)^2}{2\sigma_{tot}^2}} dy_R dx_R$$

其中， σ_{tot}^2 为集热器光斑的标准差，其计算公式如下

$$\sigma_{tot} = \sqrt{d^2(\sigma_{sun}^2 + \sigma_{bq}^2 + \sigma_{ast}^2 + \sigma_{track}^2)}$$

其中， σ_{sun} 为太阳形状标准误差， σ_{bq} 为光束质量误差标准差，其受 σ_s 斜率误差标准差的影响， σ_{ast} 像素误差标准差， σ_{track} 跟踪误差标准差

$$\sigma_{bq}^2 = (2\sigma_s)^2$$

$$\sigma_{ast} = \frac{\sqrt{0.5H_t^2 + W_s^2}}{4d}$$

其中，集热器上光斑子午方向尺寸 H_t 、弧矢方向尺寸 W_s 如下

$$H_t = \sqrt{LW \times LH} \left| \frac{d}{f} - \cos \omega \right|$$

$$W_s = \sqrt{LW \times LH} \left| \frac{d}{f} \cos \omega - 1 \right|$$

其中， LW 为定日镜宽度， LH 为定日镜高度， ω 为光线入射角， f 为定日镜焦距. 选取焦距参数无穷大，使用参考数据

5) 镜面反射率 取 $\eta_{ref} = 0.92$

单个定日镜的光学效率为

$$\eta = \eta_{sb}\eta_{at}\eta_{trunc}\eta_{ref}\eta_{cos}$$

地面接收到的太阳辐射能量，使用法相直接辐射辐照度 DNI 进行确定

$$DNI- = G_0[a + be^{-\frac{c}{\sin \alpha_s}}]$$

$$a = 0.4237 - 0.00821(6 - H)^2$$

$$b = 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2$$

$$c = 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2$$

其中，H 为海拔高度，太阳常数 G_0 取 $1.366kW/m^2$ 在确定单个定日镜光学效率的基础上，定日镜场的总输出热功率为

$$E_{field} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i$$

其中，A 为定日镜镜面面积

5.1.2 模型求解

Step1: 初始条件的确定：题目一给出了定日镜的尺寸、高度要求和吸收塔尺寸参数，在附件中给出了定日镜场中定日镜的排布位置，带入数学模型得到该定日镜场的模型。由题目得，“年均”指标计算使用每月 21 日的 9:00、10:30、12:00、13:30、15:00 作为代表性时间点，每个时间点带入模型进行计算。

Step2: 算法参数优化：在计算阴影遮挡面积时，仅有计算点周围点会对计算点定日镜造成遮挡，对相距距离较远的定日镜不必进行投影计算，因此采用通过距离的方式筛选出计算点附近存在遮挡可能的定日镜坐标进行投影计算，该距离阈值在初步计算的基础上在计算过程中进行微调，对同体时间点进行多次运算同时不断增大距离阈值，直至遮挡效率不再降低为止，得到合理的距离阈值进行之后计算。

Step3: 模型应用进行求解：使用模型得到各个时刻的各部分效率，记录结果。

5.1.3 结果分析

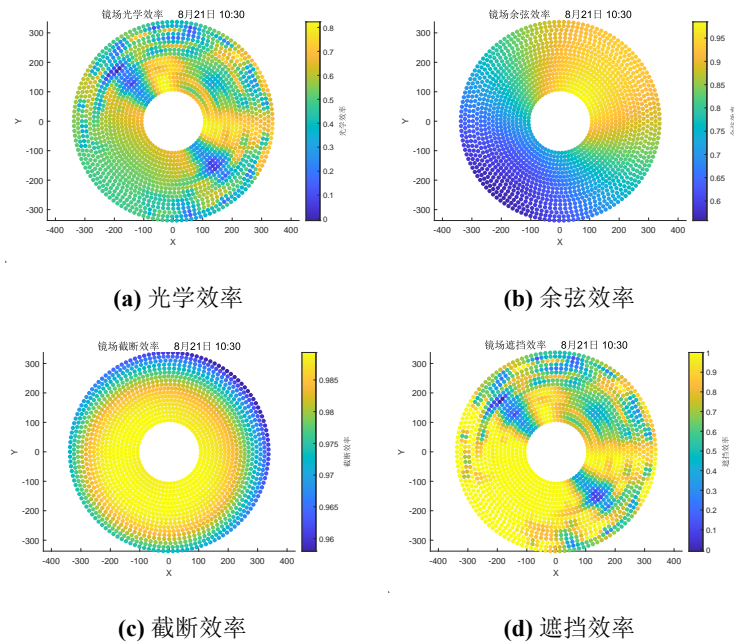


图 4 问题一光学效率

表 2 问题 1 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效应	单位面积镜面平均输出 热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	56.69%	72.05%	91.73%	98.16%	0.4768
2 月 21 日	59.36%	73.89%	93.14%	98.16%	0.557
3 月 21 日	61.55%	76.11%	93.44%	98.16%	0.6123
4 月 21 日	63.28%	77.93%	93.52%	98.16%	0.6513
5 月 21 日	64.25%	78.93%	93.57%	98.16%	0.6713
6 月 21 日	64.55%	79.24%	93.59%	98.16%	0.6773
7 月 21 日	64.22%	78.90%	93.57%	98.16%	0.6707
8 月 21 日	63.19%	77.82%	93.52%	98.16%	0.6489
9 月 21 日	61.38%	75.94%	93.43%	98.16%	0.6083
10 月 21 日	59.15%	73.71%	93.08%	98.16%	0.5518
11 月 21 日	56.22%	71.77%	91.39%	98.16%	0.4849
12 月 21 日	54.96%	71.11%	90.42	98.16%	0.4574

表 3 问题 1 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出 功率 (MW)	单位面积镜面年平均 输出热功率 (kW/m ²)
60.73%	75.62%	92.87%	98.16%	37.1	0.5906

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 模型建立

基于问题一中搭建的单个定日镜的光学效率模型，可以根据任意给定的定日镜场参数得到其单位镜面面积年平均输出热功率。问题二要求依据此模型在达到额定功率的情况下对定日镜场的参数进行选取，优化单位镜面面积年平均输出热功率，得到最佳参数，即以单位镜面面积年平均输出热功率为评判标准，对定日镜场参数进行迭代。

基于问题一的定日镜场模型年平均输出功率为 37.1MW，我们首先增加定日镜数量使其能够达到年平均输出功率为 60MW 的要求。为提高土地利用率，使在范围内能够放得下更多的定日镜，采用最密堆积方式对定日镜进行初步排布。图中的每个绿色圆圈代表一个定日镜，其直径由定日镜宽度与定日镜边缘之间的最短间距确定，设定日镜平面反射镜宽度为 l ，高度为 $al(a \leq 1)$ 相邻定日镜底座中心之间的距离比镜面宽度多 $d(d \geq 5m)$ 。



图 5 最密堆积

取 $l = 4m, d = 5m$ 作为初始值，得到初版的定日镜排布。

求取最密堆积下定日镜坐标：

层数 m (x 坐标轴以上)

$$m = \frac{350}{h} = \frac{350}{\frac{l+d}{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{700}{\sqrt{3} \cdot (l + d)}$$

总列数 n

$$n = \frac{700}{l + d}$$

第 i 层第 j 列的横坐标

$$x_{ij} = \begin{cases} -350 + (l + d) \cdot j - x_0, j = 2k - 1, j \in [0, n], k \in N^* \\ -350 + \frac{l+d}{2} \cdot (2 \cdot j - 1) - x_0, j = 2k, j \in [0, n], k \in N^* \end{cases}$$

，

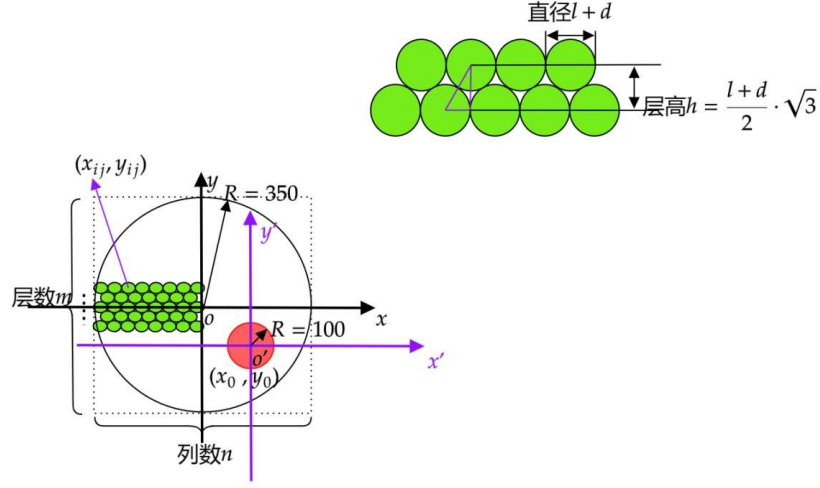


图 6 最密排布的定日镜场

第 i 层第 j 列的纵坐标

$$y_{ij} = \frac{l+d}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot i - y_0, i \in [-m, m]$$

第 i 层第 j 列的纵坐标

$$\begin{cases} (x_{ij} + x_0)^2 + (y_{ij} + y_0)^2 > 100^2 \\ x_{ij}^2 + y_{ij}^2 \leq 350^2 \end{cases}$$

镜场的总面积是确定的，故此定日镜的数目与定日镜土地利用率是强相关的。在这里，建立土地利用率的数学表达式

$$\eta_{\text{土地利用率}} = \frac{8a}{\sqrt{3}(1 + \frac{10}{l} + \frac{25}{l^2})}$$

a 与土地利用率成正比，故在初期迭代里面，我们设定 $a=1$ ，即定日镜的宽度与高度相等。在确定最优解大致范围后之后，将再变动定日镜宽度与高度比例，进而去接近最优解。

在排布中，始终遵循最密堆积的原则，通过调节 l 与 d 对定日镜的数量、位置进行调整。同时调整吸收塔所在的位置及定日镜尺寸。

在优化算法上，我们采用贪婪算法与单目标变步长遍历算法进行求解。

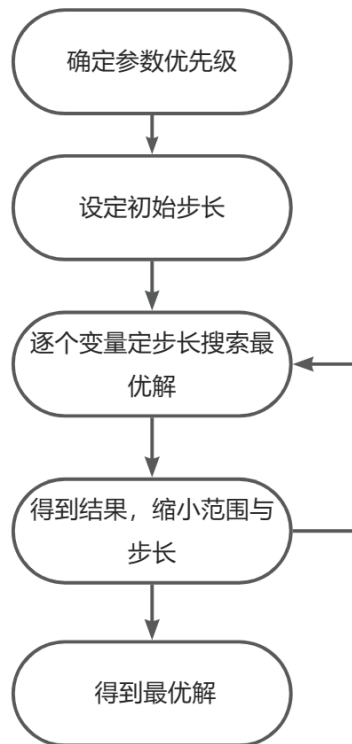


图 7 算法流程图

5.2.2 模型求解

step1: 确定参数优化优先级对构成光学效率的子效率进行分析，对主要影响因素先进行优化。

1) 镜面反射率这是一个常数，在自由基变化时，不会影响效率

2) 大气透射率由下图，我们可以分析得到，反射距离对大气透射率影响并不显著；并且在整个镜场中，总体定日镜反射距离，在吸收塔位置不变时，不会有大的变化。但随吸收塔位置偏离原点，总体反射距离会有增大趋势。在前期迭代中不予考虑。

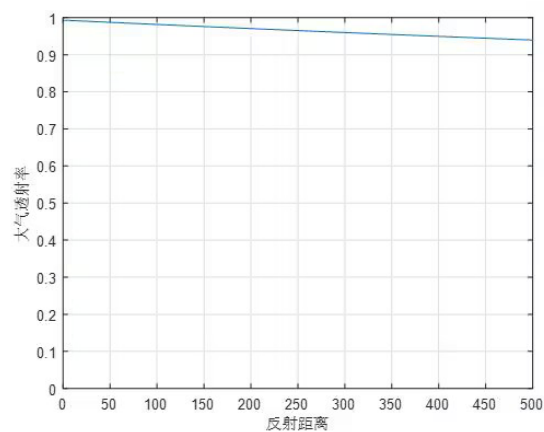


图 8 反射距离对大气透射率的影响

3) 遮挡效率: 由于采用最密堆积, 导致定日镜间隔较小, 遮挡效率较低, 需要进行 l 、 d 的参数优化。其次进行宽度优化与吸收塔坐标优化。

step2: 迭代: 为了减小计算量, 我们用春分日, 10:30 时刻, 来近似表示全年的平均值。确定大致范围之后, 使用小步长进行年平均数据计算, 迭代求解最优解。

step3: 输出结果在迭代结果逐渐收敛并趋于稳定之后, 得到最优解, 输出相应参数。

5.2.3 结果分析

由下图可知, 余弦效率和遮挡效率为影响定日镜场效率的最主要因素, 优化主要针对这两个效率进行。

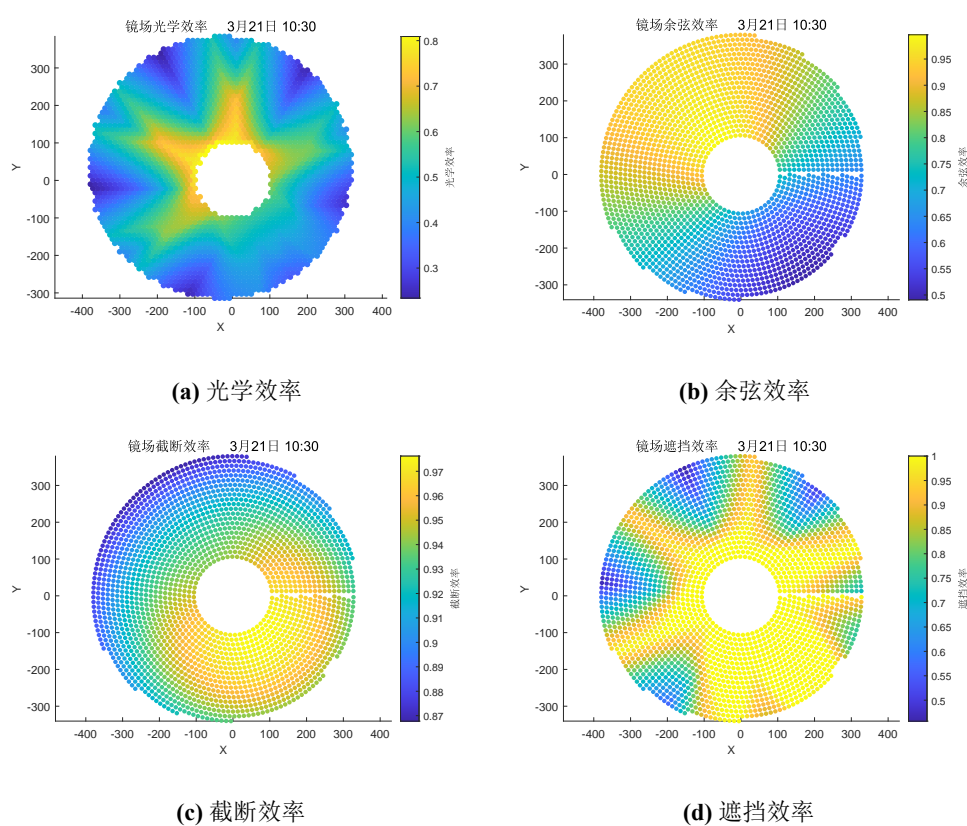


图9 问题二排布图

表 4 问题 1 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效应	单位面积镜面平均输出 热功率 (kW/m ²)
1 月 21 日	43.96%	74.75%	75.97%	90.55%	0.3843
2 月 21 日	46.72%	76.16%	78.62%	90.44%	0.4586
3 月 21 日	48.48%	77.73%	79.34%	90.32%	0.4822
4 月 21 日	49.51%	78.87%	79.23%	90.25%	0.5096
5 月 21 日	50.02%	79.37%	79.14%	90.24%	0.527
6 月 21 日	50.17%	79.49%	79.13%	90.24%	0.5265
7 月 21 日	50.01%	79.36%	79.15%	90.24%	0.5223
8 月 21 日	49.45%	78.81%	79.24%	90.26%	0.5179
9 月 21 日	48.37%	77.61%	79.34%	90.33%	0.4893
10 月 21 日	46.52%	76.02%	78.47%	90.45%	0.4541
11 月 21 日	43.36%	74.54%	75.29%	90.57%	0.3943
12 月 21 日	41.70%	74.02%	73.23%	90.61%	0.3777

表 5 问题 2 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出 功率 (MW)	单位面积镜面年平均 输出热功率 (kW/m ²)
47.36%	77.23%	78.01%	90.38%	62.50	0.4708

表 6 问题 3 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面数	定日镜总面积 (m ²)
(35,-35)	7*8	4	2422	135632

六、模型的检验

建立的模型与实际情况对比发现，北半球夏季，镜场发电效率明显高于冬季，一天之内中午时发电效率达到峰值，余弦效率一天中在镜场中的分布情况也符合太阳入射角的直观理解。本模型能够很好的与现实中实际情况对应，起到指导定日镜场设计优化的目的。

查找目前已投入使用的塔式光热发电站的定日镜场光学效率，得到的光学效率处于 50% 65% 之间，与建立的模型相符。

七、模型评价与改进

7.1 模型优点

1. 本文基于光的反射定律，建立单个定日镜的数学模型，应用至整个定日镜场，计算量较小且模型较为准确，可适应各类定日镜场。
2. 使用平行投影法，灵活选用镜面系与地面坐标系进行遮挡面积的计算，计算量较小。
3. 将零散的点坐标转化为若干参数进行确定，极大减小了计算量。

7.2 模型缺点

1. 使用贪心算法配合单目标变步长遍历算法进行优化计算，易得出局部最优情况或在各因素耦合情况下无法收敛。
2. 在建立定日镜反射的数学模型时，默认太阳光为平行忽略了锥度影响，并近似认为定日镜与其相邻镜面平行，存在误差。

7.3 模型改进与推广

本文完整分析了定日镜场的工作原理，构建起单个定日镜的光学效率模型与整个定日镜场工作功率的数学模型，可视化表现了定日镜的位置、太阳位置等因素对定日镜场效率的影响，并使用优化算法对定日镜场排布进行了优化排布，提高定日镜场的工作效率。该模型不仅适用于塔式光热发电站的定日镜场布置设计，其中的遮挡模型同样可以用于分析各类光能设备。

但是在优化算法上，存在局部最优解、未能收敛等问题，可以换用 PSO、混合遗传算法等高级优化算法进行进一步的定日镜位置排布优化。

参考文献

- [1] 刘建兴. 塔式光热电站光学效率建模仿真及定日镜场优化布置 [D]. 兰州交通大学,2022.DOI:10.27205/d.cnki.gltcc.2022.001089.
- [2] 蔡志杰. 太阳影子定位 [J]. 数学建模及其应用,2015,4(04):25-33.
- [3] 胡甜, 余琴, 王跃社. 基于光线踪迹法的塔式太阳能镜场布置与优化研究 [J]. 工程热物理学报,2015,36(04):791-795.

A 支撑材料目录

result1.xlsx

result2.xlsx

第一问程序

第二问程序

B 问题 1—matlab 源程序

2.1 主程序

```
%Posi    每个镜面的位置
num=1745;
H=80;      %塔高
ST=[9,10.5,12.01,13.5,15];
D=[307,335,0,31,61,93,123,154,185,215,246,276];
H_alti=3;   %海拔高度 单位km
GO=1.366;   %太阳常数 kW/m^2
Efieid=zeros(1,5); %定日场输出热功率 装着一天五个时刻的
Efieid_day_ave=zeros(1,12);
Si=36;      %每块镜子的面积
effi_sum=zeros(1,5); %总的效率（五个连乘）
effi_sumi=zeros(1,num);
pitchi=zeros(1,num); %pitch角度
yawi=zeros(1,num); %yaw角度
Cos_effi=zeros(1,num); %余弦效率
Ref_eff =0.92; %镜面反射效率
At_effi=zeros(1,num); %大气透射率
Cos_eff_ave=zeros(1,5); %存着一天各次的余弦效率
At_effi_ave=zeros(1,5); %存着一天各次的透射率
Cos_eff_day_ave=zeros(1,12); %存着每月21号的余弦效率
At_effi_day_ave=zeros(1,12); %存着每月21号的透射率
Sb_effi=zeros(1,num); %遮挡效率
Sb_effi_ave=zeros(1,5);
Trunc_eff=zeros(1,num); %截断效率
Trunc_eff_ave=zeros(1,5); %存着一天各次的透射率

j=1; %选择一天中的时间点
k=1; %选择月份

A1=39.4*pi/180;
w=pi/12*(ST(j)-12);
A2=asin(sin(2*pi*D(k)/365)*sin(2*pi*23.45/360));
```

```

As=asin(cos(A2)*cos(A1)*cos(w)+sin(A2)*sin(A1));

a=0.4237-0.00821*(6-H_alti)^2;
b=0.5055+0.00595*(6.5-H_alti)^2;
c=0.2711+0.01858*(2.5-H_alti)^2;
DNI=G0*(a+b*exp(-1*(c)/sin(As)))*1000; %法向直接辐射照度计算
for i=1:num
[pitchi(i),yawi(i),Cos_effi(i),At_effi(i),Trunc_eff(i)]=Calcu_Mirr_angle(ST(j),D(k),H,Posi(i,:));

k1 = 1; %计算遮挡效率
S = zeros(1 , 20);
for j1 = 1:num
if( i == j1 )
continue;
end
if( distance( Posi(j1,:) , Posi(i,:) ) <= 30 )
%计算遮挡面积
S(k1) = Shadow_S(ST(1) , D(1) , H , Posi(i,:) , Posi(j1,:));
k1 = k1 + 1;
end
end
S_total(i) = sum(S)/36 ; %被挡住的面积
Sb_effi(i)=1-S_total(i);

effi_sumi(i)=Cos_effi(i)*At_effi(i)*Trunc_eff(i)*Ref_eff*Sb_effi(i);
end
Cos_eff_ave(j)=mean(Cos_effi); %镜场某时刻余弦效率均值（因为面积相同，就直接均值了）
At_effi_ave(j)=mean(At_effi);
Trunc_eff_ave(j)=mean(Trunc_eff);
Sb_effi_ave(j)=mean(Sb_effi);
effi_sum(j)=Cos_eff_ave(j)*At_effi_ave(j)*Ref_eff*Sb_effi_ave(j)*Trunc_eff_ave(j);
Efieid(j)=effi_sum(j)*Si*DNI*num;

```

2.2 遮掩效率计算程序

```

%计算两块板子间的遮挡
function S = Shadow_S(ST,D,H,P_b,P_f,Width,Long)

% Width = 6;
% Long = 6;

A1=39.4*pi/180;
w=pi/12*(ST-12);
A2=asin(sin(2*pi*D/365)*sin(2*pi*23.45/360));
As=asin(cos(A2)*cos(A1)*cos(w)+sin(A2)*sin(A1));

```

```

CRs=(sin(A2)-sin(As)*sin(A1))/(cos(As)*cos(A1));
SRs=-1*sin(w)*cos(A2)/cos(As);

xit=1*cos(As)*SRs;
yit=cos(As)*CRs;
zit=sin(As);
xi=xit/sqrt(xit^2+yit^2+zit^2);
yi=yit/sqrt(xit^2+yit^2+zit^2);
zi=zit/sqrt(xit^2+yit^2+zit^2);
S_is=[-1*xi,-1*yi,-1*zi]; %S_is太阳光线的入射向量

S_ot(1)=-1*P_b(1)/sqrt(P_b(1)^2+P_b(2)^2+(H-P_b(3))^2); %S_ot太阳光线反射到塔
S_ot(2)=-1*P_b(2)/sqrt(P_b(1)^2+P_b(2)^2+(H-P_b(3))^2);
S_ot(3)=(H-P_b(3))/sqrt(P_b(1)^2+P_b(2)^2+(H-P_b(3))^2);

S_na(1)=(S_ot(1)-S_is(1))/sqrt((S_ot(1)-S_is(1))^2+(S_ot(2)-S_is(2))^2+(S_ot(3)-S_is(3))^2);
%镜面法向
S_na(2)=(S_ot(2)-S_is(2))/sqrt((S_ot(1)-S_is(1))^2+(S_ot(2)-S_is(2))^2+(S_ot(3)-S_is(3))^2);
S_na(3)=(S_ot(3)-S_is(3))/sqrt((S_ot(1)-S_is(1))^2+(S_ot(2)-S_is(2))^2+(S_ot(3)-S_is(3))^2);

pitch=180/pi*atan(S_na(3)/sqrt(S_na(1)^2+S_na(2)^2)); %角度
%yaw 北偏东沿顺时针方向为正
if(S_na(1)>=0)
yaw=180/pi*acos(S_na(2)/sqrt(S_na(1)^2+S_na(2)^2));
elseif(S_na(1)<0)
yaw=360-180/pi*acos(S_na(2)/sqrt(S_na(1)^2+S_na(2)^2));
end

yaw_r = -(yaw - 180)/180*pi;
pitch_r = (0.5*pi - pitch/180*pi);

%旋转矩阵无误
Rz = [cos(yaw_r) sin(yaw_r) 0 ; -sin(yaw_r) cos(yaw_r) 0 ; 0 0 1];
Rx = [1 0 0; 0 cos(pitch_r) sin(pitch_r) ; 0 -sin(pitch_r) cos(pitch_r)];
R = Rx*Rz;

%反射遮挡
if( S_ot(1) == 0 )
M1 = [ S_na(1) S_na(2) S_na(3) ; S_ot(2) -S_ot(1) 0 ; 0 S_ot(3) -S_ot(2) ];
H1 = [ S_na(1)*P_b(1)+S_na(2)*P_b(2)+S_na(3)*P_b(3) ; S_ot(2)*P_f(1)-S_ot(1)*P_f(2) ;
S_ot(3)*P_f(2)-S_ot(2)*P_f(3)];
else
M1 = [ S_na(1) S_na(2) S_na(3) ; S_ot(2) -S_ot(1) 0 ; S_ot(3) 0 -S_ot(1) ];
H1 = [ S_na(1)*P_b(1)+S_na(2)*P_b(2)+S_na(3)*P_b(3) ; S_ot(2)*P_f(1)-S_ot(1)*P_f(2) ;
S_ot(3)*P_f(1)-S_ot(1)*P_f(3)];

```

```

end
P_pro1 = M1\H1;
Vec_mirr1 = P_pro1 - P_b';
P_mirr1 = R*Vec_mirr1;
%入射遮挡
if( S_is(1) == 0 )
M2 = [ S_na(1) S_na(2) S_na(3) ; S_is(2) -S_is(1) 0 ; 0 S_is(3) -S_is(2) ];
H2 = [ S_na(1)*P_b(1)+S_na(2)*P_b(2)+S_na(3)*P_b(3) ; S_is(2)*P_f(1)-S_is(1)*P_f(2) ;
      S_is(3)*P_f(2)-S_is(2)*P_f(3)];
else
M2 = [ S_na(1) S_na(2) S_na(3) ; S_is(2) -S_is(1) 0 ; S_is(3) 0 -S_is(1) ];
H2 = [ S_na(1)*P_b(1)+S_na(2)*P_b(2)+S_na(3)*P_b(3) ; S_is(2)*P_f(1)-S_is(1)*P_f(2) ;
      S_is(3)*P_f(1)-S_is(1)*P_f(3)];
end
P_pro2 = M2\H2;
Vec_mirr2 = P_pro2 - P_b';
P_mirr2 = R*Vec_mirr2;

if( P_mirr1(1) > -Width && P_mirr1(2) > -Long && P_mirr1(1) < Width && P_mirr1(2) < Long)
del_vec = P_f' - P_pro1;
if( del_vec(1)*S_ot(1) >= 0 && del_vec(2)*S_ot(2) >= 0 )
%反射光线被挡
S1 = (abs( P_mirr1(1) ) - Width)*(abs( P_mirr1(2) ) - Long);
else
S1 = 0;
end
else
S1 = 0;
end

if( P_mirr2(1) > -Width && P_mirr2(2) > -Long && P_mirr2(1) < Width && P_mirr2(2) < Long)
del_vec = -P_f' + P_pro2;
if( del_vec(1)*S_is(1) >= 0 && del_vec(2)*S_is(2) >= 0 )
%入射光线被挡
S2 = (abs( P_mirr2(1) ) - Width)*(abs( P_mirr2(2) ) - Long);
else
S2 = 0;
end
else
S2 = 0;
end

if( S1 > S2 )
S = S1;
else
S = S2;
end

```

```
end
```

2.3 截断效率计算程序

```
function [efficiency] = A_trunc(w,X,Y,L_h,L_w)%w: 入射角

%X 横坐标
%Y 纵坐标
%L_h: 定日镜高度
%L_w: 定日镜宽度
%单位mrad
d=sqrt(X^2+Y^2); %d: 反射距离
error_sun = 0.00251; %太阳形状误差标准差
error_bq = 0.00188; %光束质量误差标准差
error_track = 0.00063; %跟踪误差标准差
heat_w = 7;%集热器宽度
heat_h = 8;%集热器高度

%error_tot 吸热器表面聚光光斑的总标准差
%error_ast 像散误差标准差

error_ast = sqrt((L_h*L_w*((cos(w))^2+1))/2)/4/d;
% error_ast=0
% error_tot=0.003
error_tot = sqrt(d^2*(error_sun^2+error_bq^2+error_track^2+error_ast^2));
ratio_front=1/(2*3.1415926*error_tot^2) ; %效率中前面的系数

f=@(x,y) exp((-x.^2-y.^2)/error_tot.^2/2);%积分函数
ratio_behind=dblquad(f,-0.5*heat_h,0.5*heat_h,-0.5*heat_w,0.5*heat_w,1);
efficiency = ratio_front*ratio_behind;
end
```

C 问题 2—matlab 源程序

3.1 主程序

```
%Posi 每个镜面的位置
l1=8; %长
l2=7; %宽
d=6; %间距
h=3.5; %高度
```

```

x0=35;
y0=-35;
Posi=get_points_zuimi(12,d,h,x0,y0); %按最密堆积生成坐标
num=size(Posi,1);
H=80; %塔高
ST=[9,10.5,12.01,13.5,15];
D=[307,335,0,31,61,93,123,154,185,215,246,276];
H_alti=3; %海拔高度 单位km
G0=1.366; %太阳常数 kW/m^2
Efieidi=zeros(1,num); %每个镜子的功率
Efieid=zeros(1,5); %定日场输出热功率 装着一天五个时刻的
Efieid_day_ave=zeros(1,12);
Efieid_day_ave_persize=zeros(1,12);
Si=l1*12; %每块镜子的面积
effi_sum_ave=zeros(1,5); %总的效率（五个连乘）
effi_sumi=zeros(1,num);
effi_sum_day_ave=zeros(1,12);
pitchi=zeros(1,num); %pitch角度
yawi=zeros(1,num); %yaw角度
Cos_effi=zeros(1,num); %余弦效率
Ref_eff =0.92; %镜面反射效率
At_effi=zeros(1,num); %大气透射率
Cos_eff_ave=zeros(1,5); %存着一天各次的余弦效率
At_effi_ave=zeros(1,5); %存着一天各次的透射率
Cos_eff_day_ave=zeros(1,12); %存着每月21号的余弦效率
At_effi_day_ave=zeros(1,12); %存着每月21号的折射率
Sb_effi=zeros(1,num); %遮挡效率
Sb_effi_ave=zeros(1,5);
Sb_effi_day_ave=zeros(1,12);
Trunc_eff=zeros(1,num); %截断效率
Trunc_eff_ave=zeros(1,5); %存着一天各次的透射率
Trunc_eff_day_ave=zeros(1,12);
for k=1:12

for j=1:5
A1=39.4*pi/180;
w=pi/12*(ST(j)-12);
A2=asin(sin(2*pi*D(k)/365)*sin(2*pi*23.45/360));
As=asin(cos(A2)*cos(A1)*cos(w)+sin(A2)*sin(A1));

a=0.4237-0.00821*(6-H_alti)^2;
b=0.5055+0.00595*(6.5-H_alti)^2;
c=0.2711+0.01858*(2.5-H_alti)^2;
DNI=G0*(a+b*exp(-1*(c)/sin(As)))*1000; %法向直接辐射照度计算
for i=1:num
[pitchi(i),yawi(i),Cos_effi(i),At_effi(i),Trunc_eff(i)]=Calcu_Mirr_angle(ST(j),D(k),H,Posi(i,:),11,12);

```

```

k1 = 1; %计算遮挡效率
S = zeros(1, 20);
for j1 = 1:num
    if( i == j1 )
        continue;
    end
    if( distance( Posi(j1,:), Posi(i,:) ) <= 30 )
        %计算遮挡面积
        S(k1) = Shadow_S(ST(j), D(k), H, Posi(i,:), Posi(j1,:), l2, l1);
        k1 = k1 + 1;
    end
end
S_total(i) = max(S)/(l1*l2); %被挡住的面积
Sb_effi(i)=1-S_total(i);
if(Sb_effi(i)<=0)
    Sb_effi(i)=0;
end

effi_sumi(i)=Cos_effi(i)*At_effi(i)*Trunc_eff(i)*Ref_eff*Sb_effi(i);
Efieidi(i)=effi_sumi(i)*Si*DNI*num;
end
Cos_eff_ave(j)=mean(Cos_effi); %镜场某时刻余弦效率均值（因为面积相同，就直接均值了）
At_effi_ave(j)=mean(At_effi);
Trunc_eff_ave(j)=mean(Trunc_eff);
Sb_effi_ave(j)=mean(Sb_effi);
Efieid(j)=mean(Efieidi);

effi_sum_ave(j)=mean(effi_sumi);

end
effi_sum_day_ave(k)=mean(effi_sum_ave);
Efieid_day_ave(k)=mean(Efieid);
Cos_eff_day_ave(k)=mean(Cos_eff_ave);
At_effi_day_ave(k)=mean(At_effi_ave);
Trunc_eff_day_ave(k)=mean(Trunc_eff_ave);
Sb_effi_day_ave(k)=mean(Sb_effi_ave);
end

Efieid_day_ave_persize=Efieid_day_ave/(Si*num); %单位面积平均输出热功率

```

3.2 计算最密堆积坐标

```

function [points] = get_points_zuimi(l,d,h,x0,y0)
m=floor(700/(l+d)/sqrt(3));

```



```

n=round(700/(1+d));
k=1;
for i=-m:m
yij(k)=(1+d)/2*sqrt(3)*i;
k=k+1;
end
y_num=k-1;

k=1;
for i=1:n
xij1(k)=(1+d)*i-350;
xij(k)=(1+d)/2*(2*i-1)-350;
k=k+1;
end
x_num=k-1;

a=1;
for i=1:y_num
for j=1:x_num
if((xij(j)^2+yij(i)^2)<=350^2)&&(((xij(j)-x0)^2+((yij(i)-y0)^2))>10000)
if mod(i,2)==1
points(a,1)=xij1(j)-x0;
else
points(a,1)=xij(j)-x0;
end
points(a,2)=yij(i)-y0;
points(a,3)=h;
a=a+1;
end
end
end

```