Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Διερεύνηση του βέλτιστου σχεδιασμού υποκοπών για μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς.

Θέμα: Εύρεση των γεωμετρικών περιορισμών που τίθενται κατά την βελτιστοποίηση των μετωπικών οδοντωτών τροχών
Μάθημα: Αρχές Μηχανολογικού Σχεδιασμού
Διδάσκων: Β. Σπιτάς
Εξάμηνο: 7ο
Α.κ. έτος: 2021-2022

Αντώνιος Καντούνιας – mc18004
25/12/2021

1 Περιεχόμενα

1 Περιεχόμενα 1
2 Εισαγωγή 1
3 Βασικός νόμος οδοντώσεως γενικευμένη διατύπωση στο 3d επίπεδο. 2
3.1 Συνθήκη μη εισχώρησης 2
3.2 Συνθήκη σταθερής σχέσης μετάδοσης 2
4 Εισαγωγή στην θεωρία εξελιγμενοποίησης 3
4.1 Ιδιαιτερότητα της κατατομή εξειλιγμένης 4
4.2 Βασικής ιδέα της θεωρίας της εξελιγμενοποιήσης 4
4.3 Παραγωγή κατατομής από τροχιά επαφών 5
4.4 Αρχή των κύκλων κύλισης 6
4.4.1 Βοηθητική απόδειξη 1 6
4.4.2 Πρόταση 1 7
4.4.3 Πρόταση 2 7
4.4.4 Πρόταση 3 8
4.4.5 Γεωμετρική ερμηνεία 8
5 Εισαγωγή στον βέλτιστο σχεδιασμό υποκοπών 9
5.1 Ανάλυση του φαινομένου της εκκεντρότητας 9
5.2 Πρόταση βέλτιστου σχεδιασμού 1 10
5.3 Πρόταση βέλτιστου σχεδιασμού 2 11
5.4 Παρατηρήσεις 11
6 Συμπεράσματα – Ιδέες για περαιτέρω έρευνα 12
7 Βιβλιογραφία 12

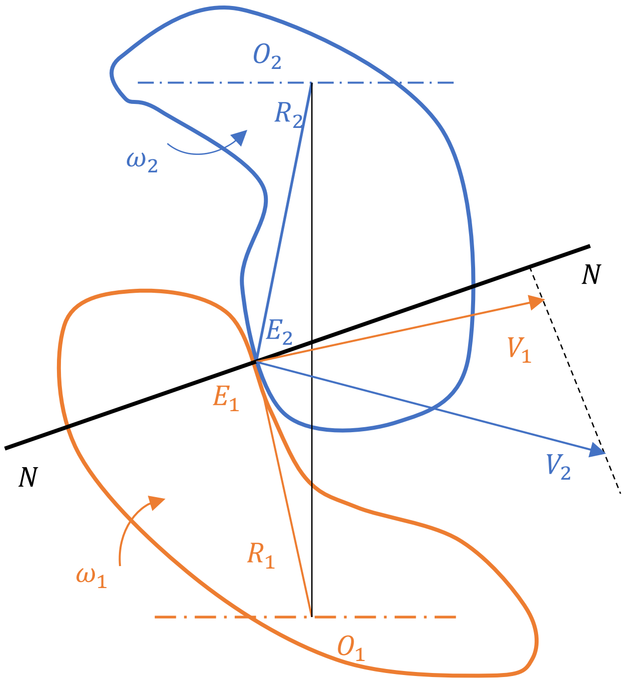
2 Εισαγωγή

Ο σχεδιασμός των μετωπικών οδοντωτών τροχών αποτελεί ένα ζήτημα το οποίο εκ πρώτης όψεως θα θεωρούταν τετριμμένο. Το πεδίο εφαρμογών των μετωπικών οδοντωτών τροχών είναι εκτενές και οι προσπάθειες για βελτιστοποίησης της λειτουργία τους αναρίθμητες. Η μέχρι πρότινος προσεγγίσεις για την γεωμετρική βελτιστοποίηση τους μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής. 1) Βελτιστοποίηση με μεταβλητές σχεδιασμού ορισμένα χαρακτηριστικά όπως το module, ο αριθμός οδοντών και άλλα. 2) Εύρεση βέλτιστης γεωμετρίας από την φαρέτρα των υπαρκτών γεωμετριών κυκλοειδής αναλόγως την εφαρμογή. Η νέα πραγματικότητα ωστόσο στην διαδικασία παραγωγής (additive manufacturing), έχει δίνει πλέον την δυνατότητα σχεδιασμού οδοντωτών τροχών νέων custom γεωμετριών χωρίς κανένα περιορισμό ως προς τον τρόπο παραγωγής. Οι ελευθερία στον τρόπο παραγωγής γεννάει την ανάγκη εκ νέου προσδιορισμού των φυσικών πλέων περιορισμών που τίθενται προκειμένου να διευρυνθεί αισθητά ο χώρος σχεδιασμού των μετωπικών οδοντωτών τροχών.

3 Βασικός νόμος οδοντώσεως γενικευμένη διατύπωση στο 3d επίπεδο.

Στόχος της παρακάτω μελέτης είναι να πραγματοποιηθεί μια γενικό πλαίσιο στο οποίο επάγονται όλα τα ζεύγη συνεργαζόμενων μετωπικών οδοντωτών τροχών.

3.1 Συνθήκη μη εισχώρησης

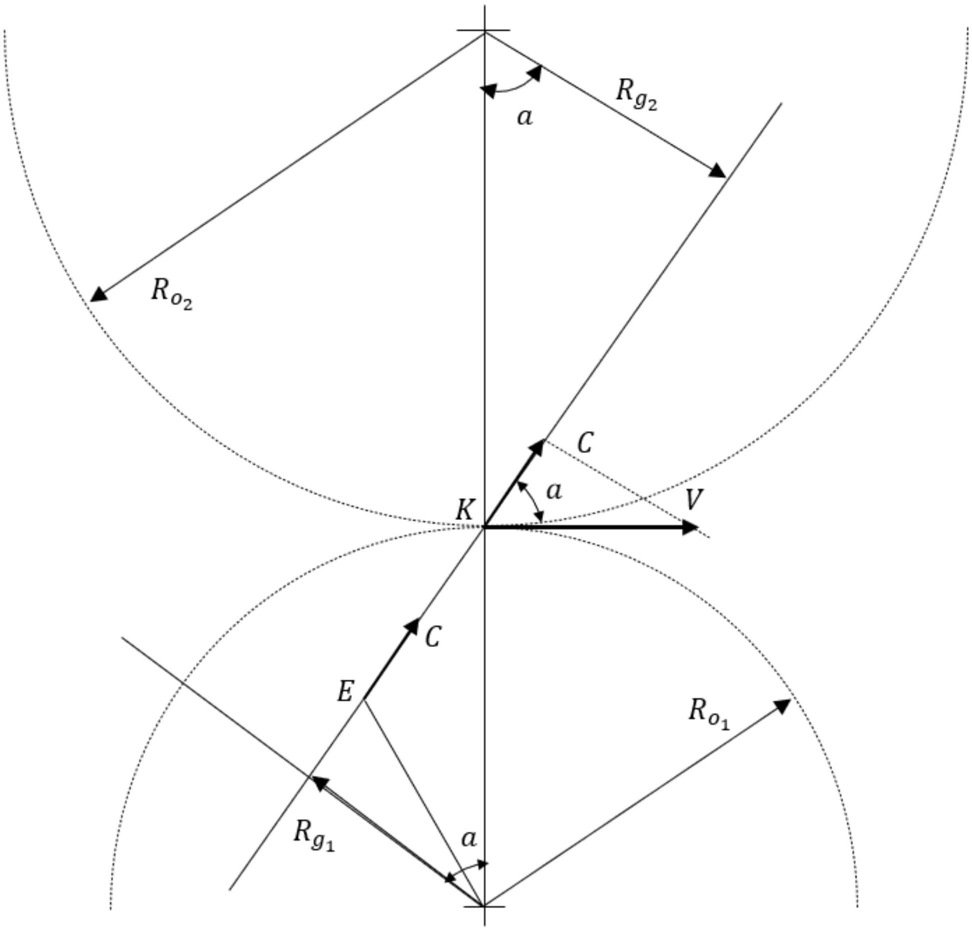


Εικόνα 1: Απεικόνιση δύο συνεργαζόμενων κατατομών.,

Ο βασικός νόμος των οδοντώσεων εκφράζει την συνθήκη μη εισχώρησης για δύο υλικές επιφάνειες. Προκειμένου να υπάρχει μη εισχώρηση της γεωμετρίας 1 στην γεωμετρία 2, αναγκαία και ικανή συνθήκη είναι η προβολή των ταχυτήτων $V_1\ και\ V_2$ των δύο σημείων επαφής $E_1\ και\ E_2$ του επάνω στον κάθετο άξονα του επιπέδου επαφής να είναι είναι ίσες.

$$C = (\vec{\omega}_1 \times \vec{R}_1) \cdot \overrightarrow{NN} = (\vec{\omega}_2 \times \vec{R}_2) \cdot \overrightarrow{NN} \qquad (\Sigma\chi. 1)$$

3.2 Συνθήκη σταθερής σχέσης μετάδοσης



Εικόνα 2: Απεικόνιση της αρχής προκειμένου η ο λόγος μετάδοσης να είναι σταθερός καθόλη την περιστροφή του οδοντωτού τροχού.

Προκειμένου η σχέση των γωνιακών ταχυτήτων τον δύο συνεργαζόμενων τροχών να παραμένει σταθερή επιβάλλεται να ισχύει ότι η ακτίνες των νοητών κύκλων R_{o_1}, R_{o_2} (Αρχικοί κύκλοι),που προκύπτουν αντίστοιχα από τα κέντρα περιστροφής και το σημείο τομής της ευθεία που ενώνει τα δύο κέντρα O_1O_2 με την NN (Σημείο K), να παραμένουν σταθερές:

$Από\ (Σχ.1)$

$$\omega_1 R_{g_1} = \omega_2 R_{g_2} = σταθ. \qquad (Σχ.2)$$

Από την γεωμετρία της εικόνας 2 έχουμε

$$\frac{R_{g_1}}{R_{o_1}} = \frac{R_{g_2}}{R_{o_2}} = \cos(a) \qquad (Σχ.3)$$

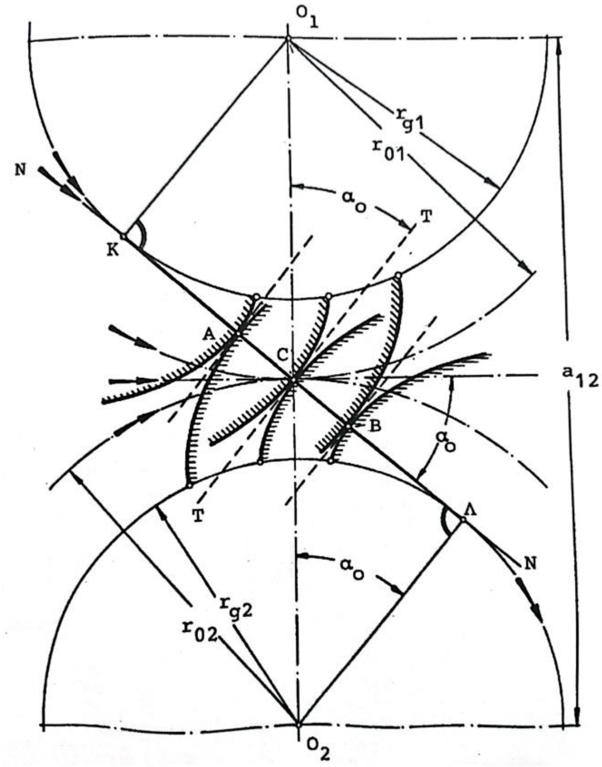
$Από\ (Σχ.2\ ,Σχ.3),$
$R_{o_1}, \omega_1, \omega_2 = σταθ.$

$$\omega_1 R_{o_1} = \omega_2 R_{o_2} = σταθ. \Rightarrow R_{o_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot R_{o_1} = σταθ \qquad (Σχ.4)$$

4 Εισαγωγή στην θεωρία εξελιγμενοποίησης

Η θεωρία της εξελιγμενοποιήσης αποτελεί μια θεωρία χρήσιμη για την κατασκευή αλλά και για την μελέτη της δυνατότητας κατασκευής συνεργαζόμενων κατατομών οδοντωτών τροχών όταν είδη υπάρχει η μια από της δύο κατατομές.

4.1 Ιδιαιτερότητα της κατατομή εξελιγμένης



Εικόνα 3: Απεικόνιση τις συνεργασία τροχών κατατομής εξελιγμένης.

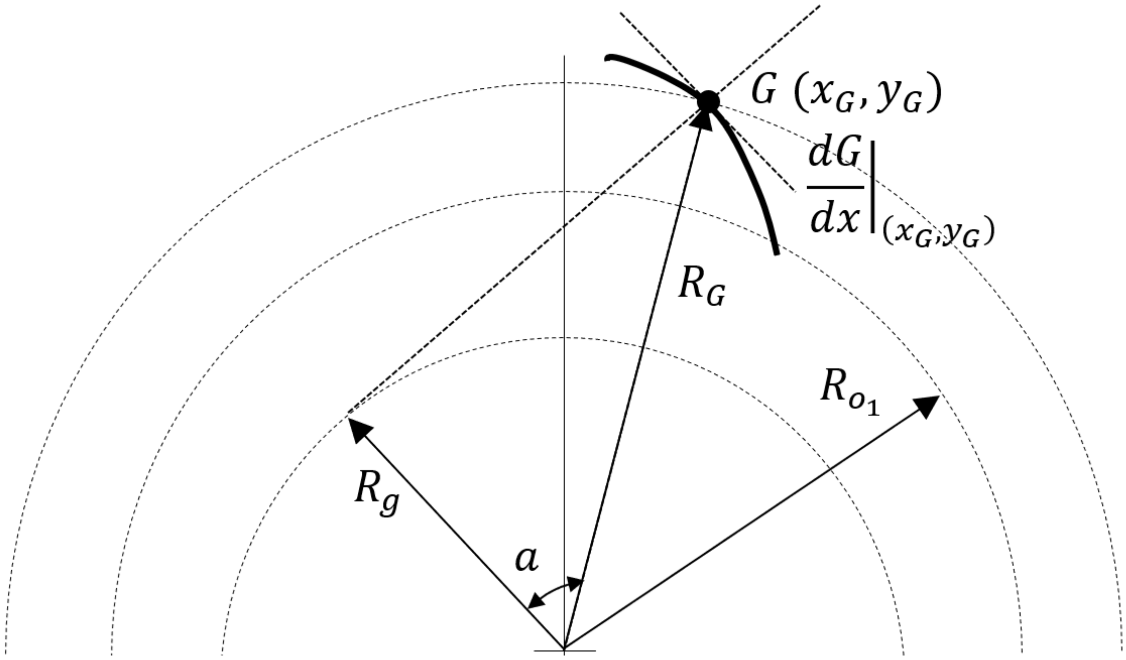
Η εξελιγμένη αποτελεί την πλέων σημαντική κατατομή για τους οδοντωτούς η συνεργασία η κατατομή αυτή κατασκευάζεται με τρόπο ώστε κάθε σημείο επαφής της κατατομής να διατηρεί σταθερό R_g (Άρα και γωνία $\alpha_o = \operatorname{acos}\left(\frac{R_o}{R_g}\right)$). Αυτό το χαρακτριριστικό της καθιστά την συνεργασία της με τον συνεργαζόμενο τροχό αδρανή σε οποιαδήποτε τοπολογική μεταβολή των αξόνων περιστροφής επάνω στο επίπεδο που αυτοί ορίζουν (1).

Ακόμα σημειώνεται ότι για την κατατομή εξελιγμένης μπορεί να βρεθεί πάντα αντίστοιχα συνεργαζόμενη. Τέλος σημειώνετε ότι για την καμπύλη μορφής εξελιγμένης μπορεί πάντα να βρεθεί αναλυτικά η κατατομή του κανόνα (γραμμική) αλλά και του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού (μορφή εξελιγμένης).

4.2 Βασικής ιδέα της θεωρίας της εξελιγμενοποιήσης

Η θεωρία της εξελιγμενοποιήσης βασίζεται στην εξής ιδέα:

Για μια τυχαία κατατομή, η οποία διαθέτει συνεργαζόμενο ζεύγος οδοντωτών τροχών, είναι δυνατόν να την διακριτοποιήσουμε σε τμήματα απείρως μικρού μήκους ($i = 1, \ldots, N$). Κάθε απείρως μικρού μήκος τμήμα θα χαρακτηρίζονται κάθε φορά από ένα σταθερό R_{g_i}. Το γεγονός αυτό μας δίνει την δυνατότητα να διαχειριστούμε κάθε τμήμα σαν μια κατατομή εξειλιγμένης και να παράξουμε απευθείας την γεωμετρία της τροχιάς επαφών (από την αντίστοιχη γωνία α_o) (2).



Εικόνα 4: Αποικόνηση ενός τυχαίου σημείου κατατομής οδόντως.

Από την αναλυτική γεωμετρία προκύπτει ότι:

$$R_g = \frac{x_G + y_G \cdot \left.\frac{dG}{dx}\right|_{(x_G,y_G)}}{\sqrt{1 + \left(\left.\frac{dG}{dx}\right|_{(x_G,y_G)}\right)^2}} \qquad (\Sigma\chi.5)$$

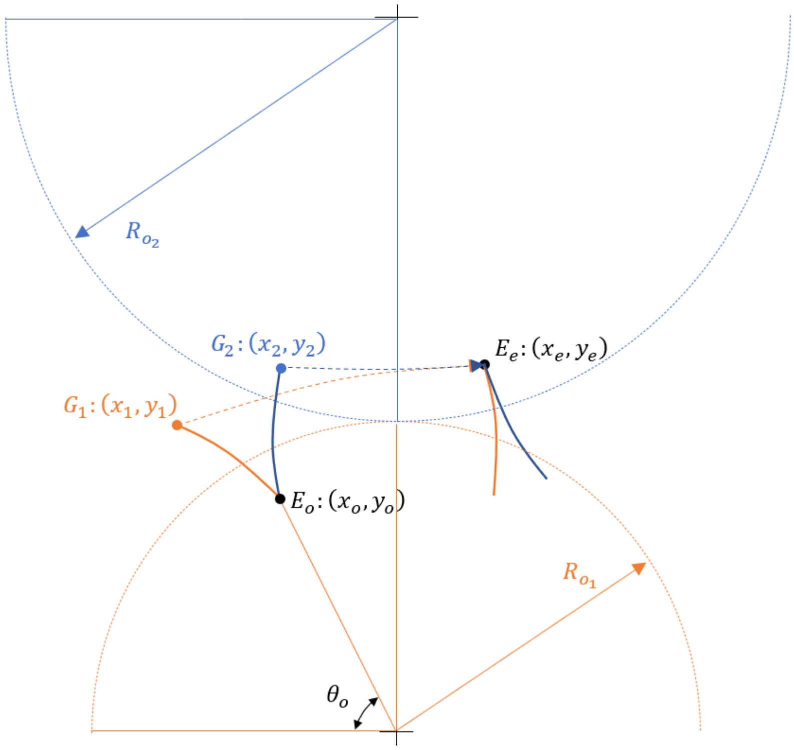
Το σημείο G δίνει ένα αντίστοιχο σημείο της τροχιάς επαφών G_e: (x_e, y_e) το οποίο υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$x_e = R_g \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{R_G}{R_o}\right)^2 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2}\right] \qquad (\Sigma\chi.6)$$

$$y_e = R_g \cdot \sqrt{\left(\frac{R_o}{R_g}\right)^2 - 1} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{R_G}{R_o}\right)^2 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2}\right] \qquad (\Sigma\chi.7)$$

4.3 Παραγωγή κατατομής από τροχιά επαφών

Έστω μια τροχιά επαφών $y = F(x)$ και οι ακτίνες κυλίσεως των δύο συνεργαζόμενων κατατομών αντίστοιχα R_{o_1}, R_{o_2}. Ακόμα έστω E_o: $\left(x_o, F(x_o)\right)$ ή (x_o, y_o) τα πρώτο σημείο επαφής των συνεργαζόμενων οδοντών στην αρχική γωνιακή θέση των δύο οδοντωτών τροχών αντίστοιχα $\theta_{o_1}\ \kappa\alpha\iota\ \theta_{o_2}$.



Εικόνα 5: Απεικόνιση των σημείων G_1, G_2, E_o, E_e που περιγράφονται παρακάτω.

Γεια κάθε σημείο της τροχιάς επαφών $E_e: \left(x_e, F(x_e)\right)$ ή (x_e, y_e) υπολογίζουμε την γωνιακή περιστροφής του τροχού 1, όταν αυτό θα έρθει στο σημείο επαφής από την σχέση:

$$d\theta_1 = \frac{1}{R_{o_1}} \cdot \int_{xo}^{x_e} \left(1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{dy}{dx}\right) dx \qquad (\Sigma\chi. 8)$$

Για τον τροχό 2 έχουμε:

$$d\theta_2 = -d\theta_1 \cdot \frac{R_{o_1}}{R_{o_2}} \qquad (\Sigma\chi. 9)$$

Σε επόμενη φάση μπορούμε και υπολογίζουμε το υλικό σημείο του οδοντωτού τροχού 1, που έρχεται σε για γωνία τροχού $\theta_1 = \theta_o + d\theta_1$, όταν το αυτό βρίσκεται στην θέση θ_o (θέση $G_1: (x_1, y_1)$).

$$x_1 = x_e \cdot \cos d\theta_1 - \left(y_e + R_{o_1}\right) \sin d\theta_1 \qquad (\Sigma\chi. 10)$$

$$y_1 = x_e \cdot \sin d\theta_1 + \left(y_e + R_{o_1}\right) \cos d\theta_1 - R_{o_1} \qquad (\Sigma\chi. 11)$$

Αντίστοιχα υπολογίζουμε για τον τροχό 2:

$$x_2 = x_e \cdot \cos d\theta_2 + \left(y_e - R_{o_2}\right) \sin d\theta_2 \qquad (\Sigma\chi. 12)$$

$$y_2 = x_e \cdot \sin d\theta_2 + \left(y_e - R_{o_2}\right) \cos d\theta_2 + R_{o_2} \qquad (\Sigma\chi. 13)$$

4.4 Αρχή των κύκλων κύλισης

Από την θεωρία της εξελιγμενοποιήσης προκύπτει βασική αρχή καθορισμού της δυνατότητας μια κατατομής να διαθέτη συνεργαζόμενη κατατομής. Η παρούσα μελέτη περιορίζετε στους μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς. Αυτό δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχει δυνατότητα περεταίρω γενίκευσης.

4.4.1 Βοηθητική απόδειξη 1

Έστω:

$$R_G \geq R_g \Rightarrow$$

$$\sqrt{x_G^2 + y_G^2} \geq \frac{x_G + y_G \cdot \Pi_G}{\sqrt{1 + \Pi_G^2}} \Rightarrow$$

$$x_G^2 + y_G^2 + x_G^2\Pi_G^2 + y_G^2\Pi_G^2 \geq x_G^2 + 2x_G y_G \Pi_G + y_G^2\Pi_G^2 \Rightarrow$$

$$y_G^2 - 2x_G y_G \Pi_G + x_G^2\Pi_G^2 \geq 0 \Rightarrow$$

$$(y_G - x_G\Pi_G)^2 \geq 0 \ (I\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota\ \pi\acute{\alpha}\nu\tau\alpha)$$

Προκύπτει ότι

$$R_G \geq R_g \qquad (\Sigma\chi.14)$$

4.4.2 Πρόταση 1

Για οποιοδήποτε σημείο και κλίση σημείου επαφής η θεωρία της εξελιγμενοποίσης μπορεί να παράγει μονοσήμαντα και αναλυτικά το αντίστοιχο σημείο της τροχιάς επαφών.

4.4.3 Πρόταση 2

Προκειμένου ένα σημείο κατατομής $G\!:\left(x_G, y_G, \left.\frac{dG}{dx}\right|_{(x_G,y_G)}\right)$ να έχει αντίστοιχο σημείο τροχιάς επαφών στο πραγματικός επίπεδο αρκεί να ισχύει:

$$R_g < R_o \qquad (\Sigma\chi.15)$$

<u>Απόδειξη</u>

Έστω $R_g > R_o$ τότε θα έχουμε:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2} = imaginary \qquad (\Sigma\chi.16)$$

Ακόμα θα ισχύει:

$R_G \geq R_g$

$$\sqrt{\left(\frac{R_G}{R_o}\right)^2 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2} = Real \qquad (\Sigma\chi.17)$$

Από Σχ.6, Σχ.15, Σχ.16

$$x_p = complex \qquad (\Sigma\chi.18)$$
$$y_p = complex$$

Από την σχέση 17 προκύπτει ότι η θέση του του αντίστοιχου σημείου στην τροχιά επαφών $E_e = (x_e, y_e)$ δεν ανήκει στο πραγματικό επίπεδο xy. Επομένως δεν μπορεί και να κατασκευαστεί.

Έστω $R_g \leq R_o$ τότε θα έχουμε:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2} = Real \qquad (\Sigma\chi.19)$$

Ακόμα θα ισχύει:

$R_G \geq R_g$

$$\sqrt{\left(\frac{R_G}{R_o}\right)^2 - \left(\frac{R_g}{R_o}\right)^2} = Real \qquad (\Sigma\chi.20)$$

Από $\Sigma\chi.6$, *Σχ.15, Σχ.16*	$x_p = real$ $y_p = real$	$(\Sigma\chi.21)$

Από την σχέση $\Sigma\chi.15$ και $\Sigma\chi.14$ Προκύπτει ότι αν για ένα σημείο έχουμε $R_G < R_o$ τότε πάντα θα υπάρχει πραγματικό αντίστοιχο σημείο τροχιάς επαφών και επόμενος και σημείο συνεργαζόμενης κατατομή.

4.4.4 Πρόταση 3

Για οποιοδήποτε σημείο κατατομής $G(x_G, y_G, \Pi_G)$ όπου $R_G > R_o$, προκειμένου αυτό να διαθέτει αντίστοιχο πραγματικό σημείο στην τροχιά επαφών πρέπει να ισχύει:

$$R_g < R_o \Rightarrow$$

$$\frac{x_G + y_G \Pi_G}{\sqrt{1+\Pi_G^2}} < R_o \Rightarrow$$

$$R_o^2 + \Pi_G^2 R_o^2 > x_G^2 + 2x_G y_G \Pi_G + y_G^2 \Pi_G^2 \Rightarrow$$

$$\Pi_G^2(y_G^2 - R_o^2) + \Pi_G(2x_G y_G) + (x_G^2 - R_o^2) < 0$$

Επιλύουμε την ανίσωση και έτσι έχουμε για την παράγωγο:

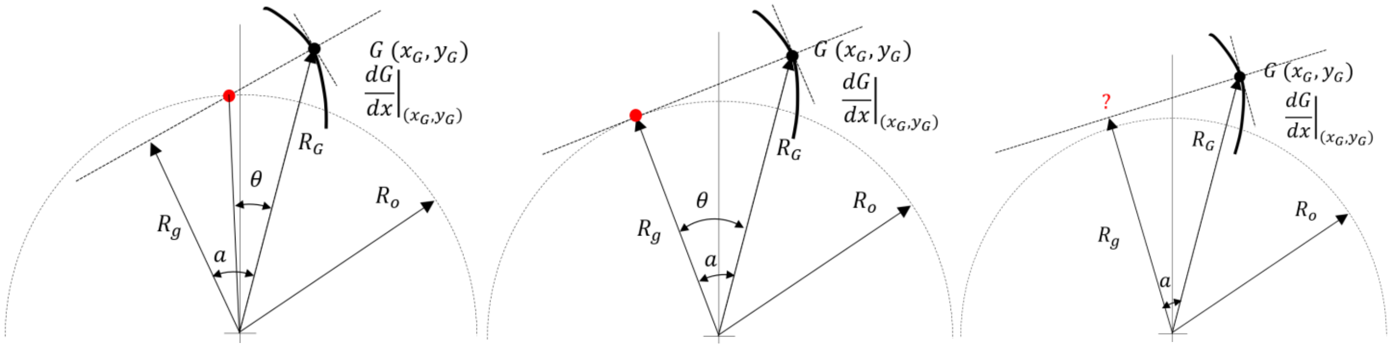
Αν $y_G^2 > R_o^2$

$$\Pi_G \in \left(\frac{-x_G y_G - R_o\sqrt{x_G^2 + y_G^2 - R_o^2}}{y_G^2 - R_o^2}, \frac{-x_G y_G + R_o\sqrt{x_G^2 + y_G^2 - R_o^2}}{y_G^2 - R_o^2}\right) \qquad (\Sigma\chi.22)$$

Αν $y_G^2 < R_o^2$

$$\Pi_G \epsilon \left(-\infty, \frac{-x_G y_G - R_o\sqrt{x_G^2 + y_G^2 - R_o^2}}{y_G^2 - R_o^2}\right) \cup \left(\frac{-x_G y_G + R_o\sqrt{x_G^2 + y_G^2 - R_o^2}}{y_G^2 - R_o^2}, +\infty\right) \qquad (\Sigma\chi.23)$$

4.4.5 Γεωμετρική ερμηνεία



Εικόνα 6:Παρουσίαση μιας αντίστοιχα μια επιτρεπτής, μιας οριακά επιτρεπτής και μια μη επιτρεπτής περίπτωσης.

Η βασική ιδέα είναι που απεικονίζεται και στην παραπάνω εικόνα είναι ότι προκειμένου το R_o να διατηρείτε σταθερό πρέπει να το σημείο G να έρχεται σε επαφή την στιγμή που αυτό έχει διαγράψει γωνία θ σε σχέση με τον άξονα y. Στην μη επιτρεπτή περίπτωση παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει πραγματική γωνία θ που αυτό να συμβαίνει.

Σημειώνεται πως οι μοναδικοί παράγοντες που επηρεάζουν την δυνατότητα ύπαρξη σημείου επαφής είναι η απόσταση R_g και η κλίση της κάθετης στο εφαπτομενικό επίπεδο του σημείου επαφής.

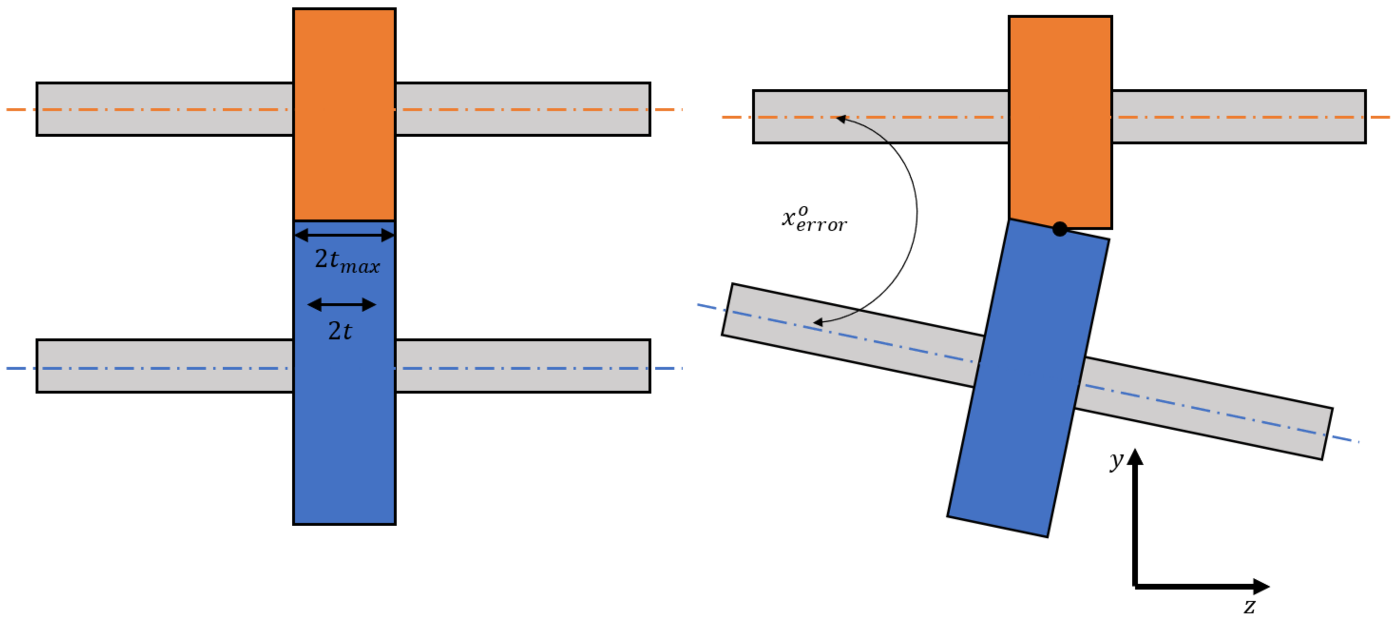
Τέλος είναι φανερό ότι η παραπάνω μαθηματική διατύπωση είναι δυνατών να γενικευτεί και στην τρισδιάστατο επίπεδο με μοναδική διαφοροποίηση ότι η κάθετη στο εφαπτομενικό επίπεδο επαφής πρέπει να τέμνει μια σφαίρα κύλισης.

5 Εισαγωγή στον βέλτιστο σχεδιασμό υποκοπών

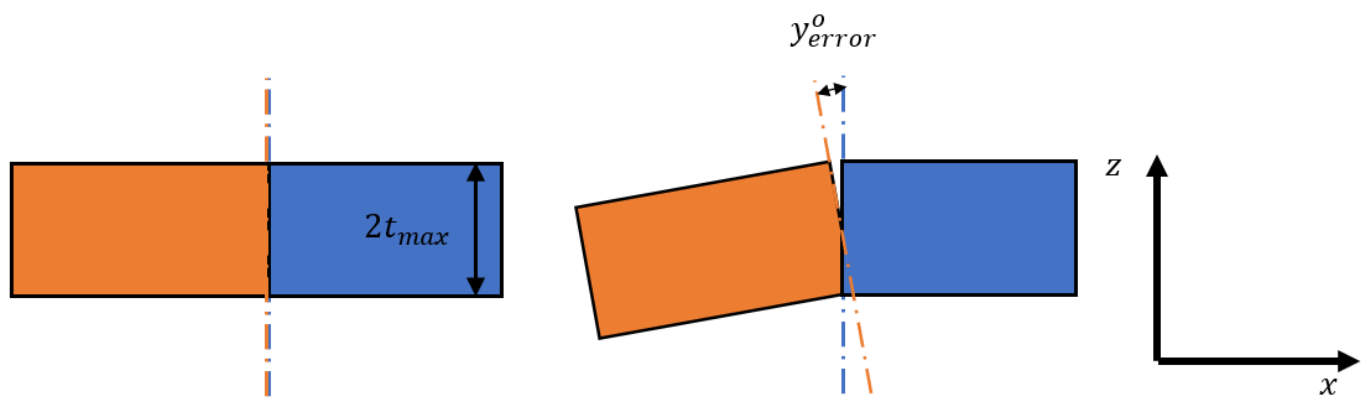
Οι υποκοπές είναι ένα κατασκευαστικό τέχνασμα που γίνεται με κύριο γνώμονα την αποφυγή της συγκέντρωσης τάσεων σε ακμές στην περίπτωση μικρών σφαλμάτων εκκεντρότητας των αξόνων περιστροφής. Οι υποκοπές αποδεδειγμένα μπορούν και μειώνουν την συγκέντρωση των τάσεων ωστόσο δεν είναι ικανές να περιορίσουν τα δυναμικά φαινόμενα που προκύπτουν από την απουσία σωστής σωστής συνεργασίας των κατατομών.

5.1 Ανάλυση του φαινομένου της εκκεντρότητας

Στο πλαίσιο της παρούσας ανάλυσης ονομάζουμε <u>έκκεντρο</u> τον τροχού του οποίου ο άξονας έχει τοποθετηθεί με γωνιακό σφάλμα σε σχέση με το σύστημα συντεταγμένων. Ενώ ονομάζουμε <u>συνεργαζόμενο</u> τον τροχού που είναι σωστά τοποθετημένος, ωστόσο συνεργάζεται με τον έκκεντρο τροχό.



Εικόνα 7: Σενάριο 1, σφάλματος εκκεντρότητας κατά τον άξονα x.



Εικόνα 8: Σενάριο 2 σφάλμα εκκεντρότητας κατά τον άξονα y.

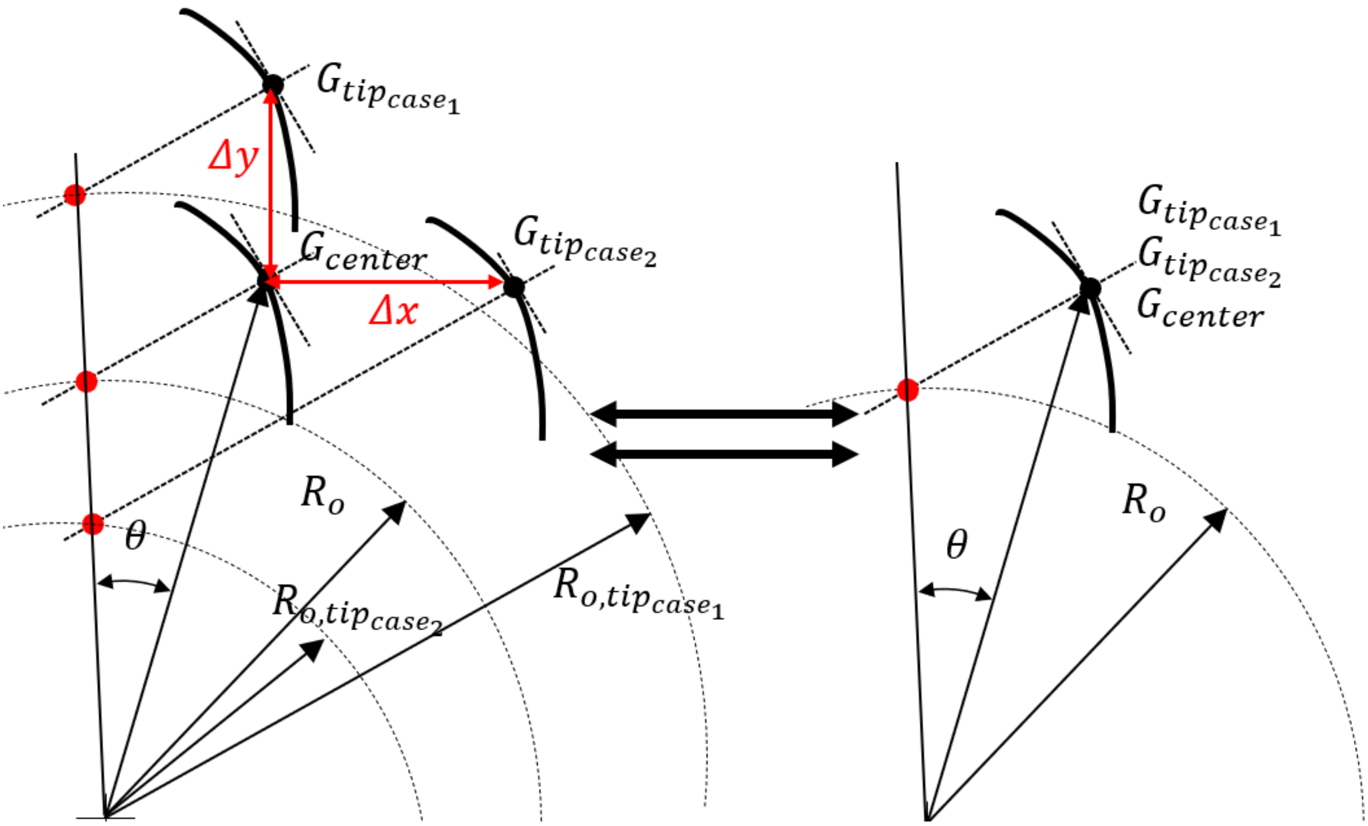
Στη παρούσα μελέτη θεωρούμε ότι η εκκεντρότητα εμφανίζεται συμμετρικά κατά το πάχος τον τροχών υπό την έννοια ότι με μία έκκεντρή μεταβολή το μόνο σημείο κατά το πάχος που μένει αμετάβλητο το αυτό που διέρχεται από τον κεντρικό άξονα ως προς το πάχος.

Εντιθέτος το σημεία που γεωμετρικά επηρεάζονται περισσότερο αποτελούν τα εξωτερικά σημεία κατατοπάχος. Η συνάρτης γεωμετρικής μεταβολής φαίνεται παρακάτω:

$$\Delta y = x_{error,(rad)} \cdot t \qquad (\Sigma\chi. 24)$$

$$\Delta x = y_{error,(rad)} \cdot t \qquad (\Sigma\chi. 25)$$

(Όπου t η θέση του σημείου μελέτης κατά το πάχος, ισχύει ότι: $x_{error}, y_{error} \ll \Rightarrow \tan x_{error}, \tan y_{error} \approx x_{error}, y_{error}$).

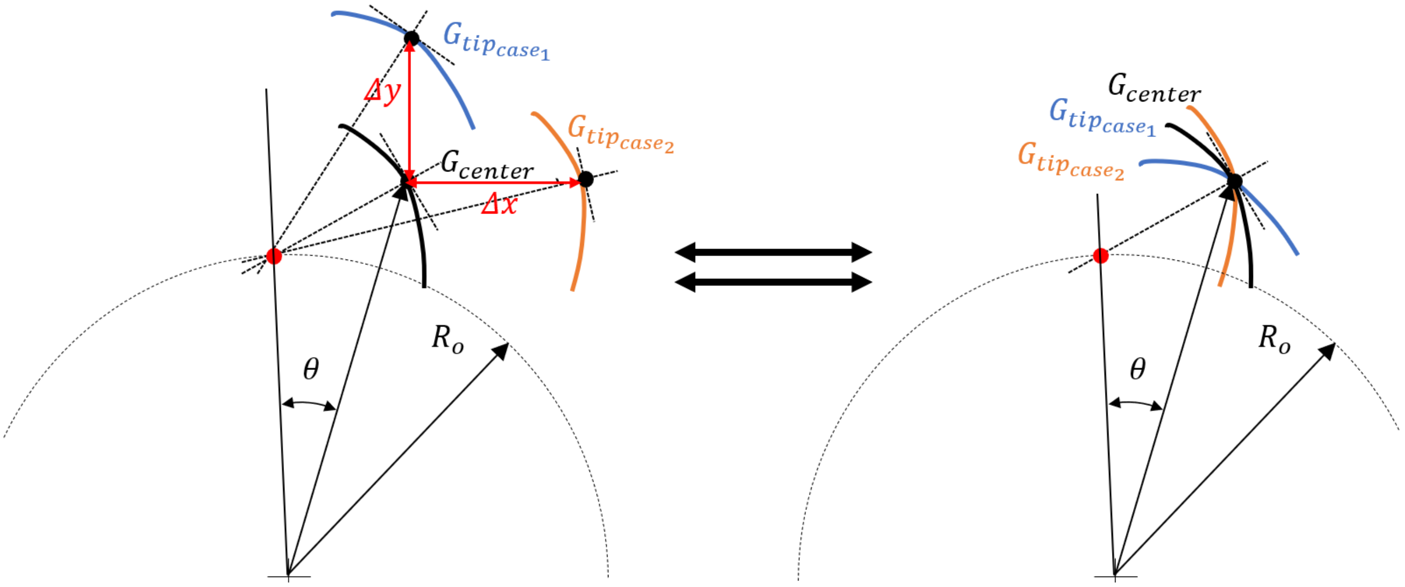


Εικόνα 9: Παρουσίαση της μεταβολής του τρόπου συνεργασία μια κατατομής στον 3d χώρο στην περίπτωση του σεναρίου 1 (εκκεντρότητα κατά τον άξονα x) και στην περίπτωση του σεναρίου 2 (εκκεντρότητα κατά τον άξονα y). Στα αριστερά φαίνεται ο τρόπο που αντιλαμβάνεται την κατατομής ένας παρατηρητής πάνω στον συνεργαζόμενο τροχό. Ενώ στα δεξιά ο τρόπος που αντιλαμβάνεται την κατατομή ένας παρατηρητής πάνω στον έκεντρο τροχό.

Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που δεν έχει υπάρξει μελέτη για την διαχείριση των εκεντροτήτων παρατηρούμε ότι τα ακριανά σημεία του τροχού δημιουργούν αρχικούς κύκλος διαφορετικούς από τον αρχικό κύκλο στον οποίο αρχικά έγινε ο σχεδιασμός. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο να εισάγει σημαντικά δυναμικά φαινόμενα στο σύστημα.

5.2 Πρόταση βέλτιστου σχεδιασμού 1

Είναι σημαντικό η κατατομές των άκρων να επανασχεδιαστούν με τρόπο έτσι ώστε ο αρχικός κύκλος να διατηρείτε σταθερός καθόλο το πάχος λειτουργείας. Έτσι μπορούμε στα άκρα να αλλάξουμε την κλίσεις των επιφανειών επαφών.

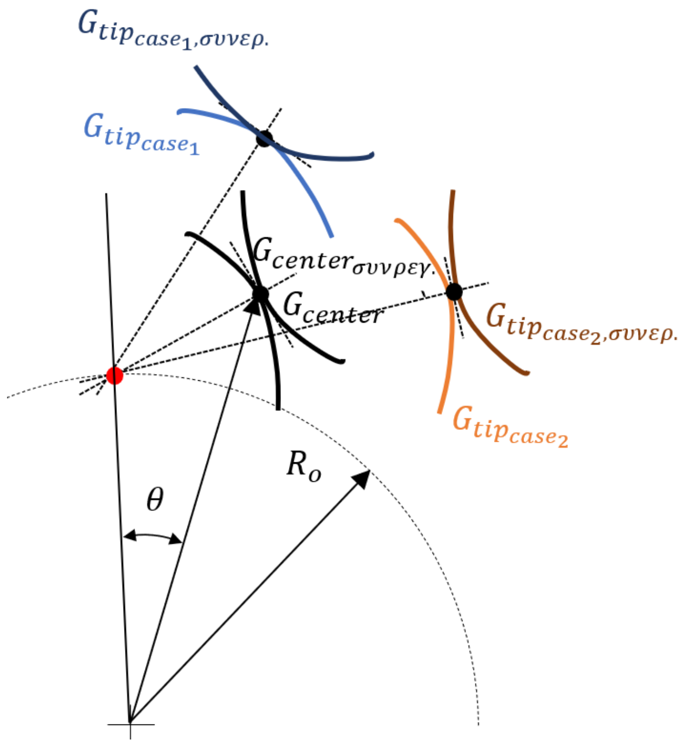


Εικόνα 10: Απεικόνιση μεταβολής των κλίσεων στης ακριανές κατατομές προκειμένου να δια τηρείτε σταθερός ο αρχικός κύκλος. Στα αριστερά φαίνεται ο τρόπο που αντιλαμβάνεται την κατατομής ένας παρατηρητής πάνω στον συνεργαζόμενο τροχό. Ενώ στα δεξιά ο τρόπος που αντιλαμβάνεται την κατατομή ένας παρατηρητής πάνω στον έκκεντρο τροχό.

Τελικά προκειμένου ο έκκεντρος σχεδιάζεται βέλτιστα όπως φαίνεται στο αριστερό τμήμα στην παραπάνω εικόνα. Πλέων μένει η σχεδίαση του συνεργαζόμενου τροχού.

5.3 Πρόταση βέλτιστου σχεδιασμού 2

Αφού υλοποιηθεί η πρόταση βέλτιστου σχεδιασμού 1 σχεδιάζονται για τον συνεργαζόμενο τροχό σε κάθε επίπεδο η συνεργαζόμενες κατατομές με βάση την μορφολογία που καταλαβαίνει ο παρατηρητής πάνω στον συνεργαζόμενο τροχό.



Εικόνα 11: Κατασκευή του συνεργαζόμενου τροχού.

5.4 Παρατηρήσεις

- Σημειώνεται ότι ο σχεδιασμός μπορεί να γίνετε σε κάθε layer του πάχους του τροχού ξεχωριστά με βάση την υπάρχουσα μεθοδολογία στο 2d επίπεδο.

- Παρατηρούμε ότι στο $case_1$ αλλά και στο $case_2$ το R_G του συνεργαζόμενου τροχού μειώνετε ενώ του έκκεντρου παραμένει σταθερό αρά πράγματι η έχουμε μια υποκοπή αλλά πλέων συγκεκριμένης γεωμετρίας.
- Η περιπτώσεις $case_1$ και $case_2$ μπορούν να συνδυαστούν ανάλογος την πιθανότητα εμφανίσεις σφάλματος σε που εμπεριέχει η οποιαδήποτε εφαρμογή.

6 Συμπεράσματα – Ιδέες για περαιτέρω έρευνα

- Τα συμπεράσματα από το κεφάλαιο 4 μπορούν να γενικευτούν στην διερεύνηση ύπαρξης συνεργαζόμενης κατατομής όχι μόνο για μετωπικούς τροχούς με ευθεία οδόντωση αλλά και για τροχούς με ελικοειδή οδόντωση, συνεργαζόμενους τροχούς εξωτερικής οδόντωσης, κωνικούς τροχούς.
- Γεννάτε η ιδέα της στατιστικής μελέτης των σφαλμάτων που προκύπτουν αναλόγος την εφαρμογή προκειμένου να αποφανθεί ο βέλτιστος σχεδιασμός της υποκοπής.
- Το παραγόμενο καλή λειτουργεία των τροχών που σχεδιάζονται με την παραπάνω μεθοδολογία μένει να επαληθευτεί με προσομοιώσεις και πειράματα.

7 Παράρτημα

7.1 Διερεύνηση της ορθότητας τον συμπερασμάτων από το κεφάλαιο 4 με την χρήση MATLAB.

8 Βιβλιογραφία

1. **ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, ΘΕΟΔΩΡΟΣ Ν.** *Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών.* ΑΘΗΝΑ : ΕΚΔΩΣΕΙΣ ΣΥΜΕΩΝ, 2010.

2. **ΣΠΙΤΑΣ, ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Α.** *ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΩΝ ΟΔΟΝΤΩΣΕΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ, ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ.* ΑΘΗΝΑ : ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Ε.Μ.Π, 2001.