



ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΤΗΣΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ
ΠΙΛΟΤΟΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ
ΠΡΟΝΕΥΣΗΣ

Διαδικασία Ανάλυσης

Εξισώσεις κίνησης μικρών διαταραχών του αεροσκάφους



Αποσύζευξη σε διαμήκεις και εγκάρσιες-διεύθυνσης



Ξεχωριστή μελέτη των δύο αυτών μερών της δυναμικής του αεροσκάφους



Απόκριση σε εντολές ελέγχου



Επαύξηση ευστάθειας – Αυτόματοι πιλότοι

Αποσυζευγμένες διαμήκεις εξισώσεις κίνησης

Διαμήκεις εξισώσεις κίνησης:

$$\begin{aligned} m\dot{u} - \tilde{X}_u u - \tilde{X}_w w - (\tilde{X}_q - mW_e)q - \tilde{X}_{\dot{w}}\dot{w} + mg\theta\cos\Theta_e &= \tilde{X}_{\delta_e}\delta_e + \tilde{X}_{\delta_p}\delta_p \\ -\tilde{Z}_u u - \tilde{Z}_w w - (\tilde{Z}_q + mU_e)q + (m - \tilde{Z}_{\dot{w}})\dot{w} + mg\theta\sin\Theta_e &= \tilde{Z}_{\delta_e}\delta_e + \tilde{Z}_{\delta_p}\delta_p \\ I_y\dot{q} - \tilde{M}_u u - \tilde{M}_w w - \tilde{M}_q q - \tilde{M}_{\dot{w}}\dot{w} &= \tilde{M}_{\delta_e}\delta_e + \tilde{M}_{\delta_p}\delta_p \end{aligned}$$

Στην μορφή του χώρου κατάστασης:

Σε σχέση με τις αποκλίσεις του πηδαλίου ανόδου-καθόδου, γύρω από μια θέση ισορροπίας, καθώς η ώση διατηρείται σταθερή:

$$\delta_p = 0 \quad \therefore \quad \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & X_{\theta} \\ Z_u & Z_w & Z_q & Z_{\theta} \\ m_u & m_w & m_q & m_{\theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{pmatrix} \delta_e$$

Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

- Εξίσωση κίνησης (ή εξίσωση κατάστασης) γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου συστήματος (ΓΧΑΣ):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t)$$

- Μητρική μορφή συστήματος n γραμμικών διαφορικών εξισώσεων 1^{ης} τάξης.
- Στοιχεία πινάκων \mathbf{A} , \mathbf{B} είναι σταθερές, χρονικά ανεξάρτητες συναρτήσεις.

$\mathbf{x}_{(n \times 1)}(t)$: διάνυσμα κατάστασης (state vector),

$\mathbf{u}_{(m \times 1)}(t)$: διάνυσμα εισόδου (input vector),

$\mathbf{A}_{(n \times n)}$: μήτρα κατάστασης (state matrix),

$\mathbf{B}_{(n \times m)}$: μήτρα εισόδου (input matrix),

n : αριθμός μεταβλητών κατάστασης,

m : αριθμός μεταβλητών εισόδου.

Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

Εξίσωση εξόδου - γενική μορφή:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

r : αριθμός μεταβλητών εξόδου,

$\mathbf{y}_{(r \times 1)}(t)$: διάνυσμα εξόδου (output vector),

$\mathbf{C}_{(r \times n)}$: μήτρα εξόδου (output matrix),

$\mathbf{D}_{(r \times m)}$: άμεση μήτρα (direct matrix).

Συνήθως στα υπό μελέτη προβλήματα, βολική η επιλογή των μεταβλητών κατάστασης ως μεταβλητές εξόδου:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), r = n$$

Σε αυτή την περίπτωση:

$\mathbf{C} = \mathbf{I}_{(n \times m)}$ μοναδιαία μήτρα,

$\mathbf{D} = \mathbf{0}_{(n \times m)}$ μηδενική μήτρα.

Τελική μορφή ΓΧΑΣ :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{I}\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t)$$

Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

- Μετασχηματίζοντας κατά Laplace την εξίσωση κατάστασης, λαμβάνεται το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned} s \mathbf{X}(s) &= \mathbf{A} \mathbf{X}(s) + \mathbf{B} \mathbf{U}(s) \Rightarrow (s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{X}(s) = \mathbf{B} \mathbf{U}(s) \\ &\Rightarrow \mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U}(s) \end{aligned}$$

- Από την εξίσωση εξόδου:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C} \mathbf{X}(s) \Rightarrow \mathbf{Y}(s) = \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U}(s)$$

- Μήτρα μεταφοράς (διάνυσμα εξόδου προς διάνυσμα εισόδου):

$$\mathbf{G}_{r \times m}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$$

Περιέχει τις ΣΜ των r μεταβλητών εξόδου προς τις m μεταβλητές εισόδου.

Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

- Χαρακτηριστική εξίσωση συστήματος:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n) = 0$$

- $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$: Ρίζες χαρακτηριστικής εξίσωσης που ονομάζονται ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{A} ή πόλοι του συστήματος.
- Οι ιδιοτιμές καθορίζουν την ευστάθεια και τη δυναμική απόκριση του συστήματος.
- Συζυγείς μιγαδικές ρίζες

$$p_{1,2} = x \pm jy = -\zeta_s \omega_s \pm j\omega_s \sqrt{1 - \zeta^2}$$

ομαδοποιούνται ως πολυώνυμο 2^{ης} τάξης

$$s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \quad \text{όπου} \quad 0 < \zeta < 1$$

Διαμήκης χαρακτηριστική εξίσωση

- Το διάμηκες χαρακτηριστικό πολυώνυμο για ένα κλασσικό αεροσκάφος είναι 4^ο βαθμού.
- Αποτελεί τον κοινό παρονομαστή των συναρτήσεων μεταφοράς.
- Εξισώνοντας με το μηδέν αποτελεί τη **χαρακτηριστική εξίσωση**:

$$\Delta(s) = As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0$$

- Παραγοντοποιείται σε δύο ζεύγη ριζών:

$$\Delta(s) = (s^2 + 2\zeta_p\omega_p s + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2) = 0$$

⇒ **Διαμήκης απόκριση = ταλάντωση φυγοειδούς + ταλάντωση μικρής περιόδου**

- Οι δύο ταλαντωτικές **μορφές ευστάθειας** της διαμήκους δυναμικής ισοδυναμούν με κλασσικά δυναμικά **συστήματα 2^{ης} τάξης** (μάζα-ελατήριο-αποσβεστήρας).
- Οι αντίστοιχες φυσικές συχνότητες (ω_p , ω_s) και λόγοι απόσβεσης (ζ_p , ζ_s) αποτελούν τα δυναμικά χαρακτηριστικά (ή χαρακτηριστικά ευστάθειας) αυτών των μορφών.

Διαμήκεις συναρτήσεις μεταφοράς

- Οι προκύπτουσες από το σύστημα συναρτήσεις μεταφοράς, μπορούν να γραφούν στην μορφή:

$$\frac{u(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^u(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_u(s + 1/T_u)(s^2 + 2\zeta_u\omega_u s + \omega_u^2)}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

$$\frac{w(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^w(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_w(s + 1/T_\alpha)(s^2 + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha s + \omega_\alpha^2)}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

$$\frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^q(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_q s(s + 1/T_{\theta_1})(s + 1/T_{\theta_2})}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^\theta(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_\theta(s + 1/T_{\theta_1})(s + 1/T_{\theta_2})}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

T : χρονική σταθερά,
ω : φυσική συχνότητα χωρίς απόσβεση [rad/sec],
ζ : συντελεστής απόσβεσης,
ph (phugoid) : δείκτης φυγοειδούς,
s (short period) : δείκτης μικρής περιόδου.

Προσέγγιση μικρής περιόδου

- Τα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά απόκρισης ενός αεροσκάφους, έχουν εξαιρετική σημασία στον καθορισμό των χαρακτηριστικών πτήσης και ευκολίας χειρισμού.
 - Η βραχυπρόθεσμη απόκριση του αεροσκάφους σε μια διαταραχή, κυριαρχείται από τη μορφή της μικρής περιόδου.
- ⇒ Βολική προσέγγιση μειωμένης τάξης, παραλείποντας μεταβλητές κατάστασης με κύρια την επίδραση του φυγοειδούς.

Προσέγγιση μικρής περιόδου

- Με άξονες αναφοράς τους **άξονες ανέμου (wind axes)** και υπόθεση αρχικών συνθηκών **σταθερή και οριζόντιας πτήσης** ($\gamma_e = 0 \quad U_e = V_{T_e}$):

$$\begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z_w & z_q \\ m_w & m_q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ q \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \end{Bmatrix} \delta_e$$

- Με κάποιες περαιτέρω απλοποιήσεις, προκύπτουν οι δύο προσεγγιστικές συναρτήσεις μεταφοράς που περιγράφουν την **βραχυπρόθεσμη απόκριση** ως προς το **πηδάλιο ανόδου-καθόδου**:

$$\frac{w(s)}{\delta_e(s)} = \frac{z_{\delta_e}(s + U_e m_{\delta_e}/z_{\delta_e})}{s^2 - (m_q + z_w)s + (m_q z_w - m_w U_e)} \equiv \frac{k_w(s + 1/T_a)}{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}$$

$$\frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{m_{\delta_e}(s - z_w)}{s^2 - (m_q + z_w)s + (m_q z_w - m_w U_e)} \equiv \frac{k_q(s + 1/T_{\theta_2})}{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}$$

όπου τα T_a , k_w , k_q , T_{θ_2} , ζ_s και ω_s αντιπροσωπεύουν προσεγγιστικά μεγέθη.

Προσέγγιση μικρής περιόδου

- Χαρακτηριστική εξίσωση μειωμένης τάξης:

$$\Delta(s) = s^2 - (m_q + z_w)s + (m_q z_w - m_w U_e)$$

- Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των συντετμημένων παραγώγων ευστάθειας **χονδρικά η απόσβεση και η φυσική συχνότητα της μικρής περιόδου:**

$$2\zeta_s \omega_s = -\frac{\tilde{M}_q}{I_{yy}}, \quad \omega_s = \sqrt{-\frac{\tilde{M}_w U_e}{I_{yy}}}$$

- \tilde{M}_q : εξαρτάται κυρίως από τις ιδιότητες απόσβεσης του **ουραίου πτερώματος, συνήθως αρνητική.**
- \tilde{M}_w : είναι ένα μέτρο της **αεροδυναμικής δυσκαμψίας πρόνευσης**, επίσης κυριαρχείται από την αεροδυναμική του **ουραίου πτερώματος.**

Το **πρόσημο** της \tilde{M}_w εξαρτάται από τη **θέση του κέντρου βάρους** του αεροσκάφους. **Όσο αυτό κινείται προς τα εμπρός** στην άτρακτο, τόσο **μεγαλύτερες αρνητικές τιμές** παίρνει αυτή η παράγωγος.

- Από Κεφ. 2, περί διαμήκους στατικής ευστάθειας:**

$$C_{m_\alpha} = \frac{dC_m}{d\alpha} = C_{L_{\alpha w}} \left(\frac{x_{cg}}{\bar{c}} - \frac{x_{ac}}{\bar{c}} \right) - \eta V_H C_{L_{\alpha t}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) < 0$$

- Η μικρή περίοδος θα είναι **ευσταθής εφόσον το κέντρο βάρους βρίσκεται μπροστά** από το **ουδέτερο σημείο** με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα, όπου η παράγωγος \tilde{M}_w **αλλάζει πρόσημο:**

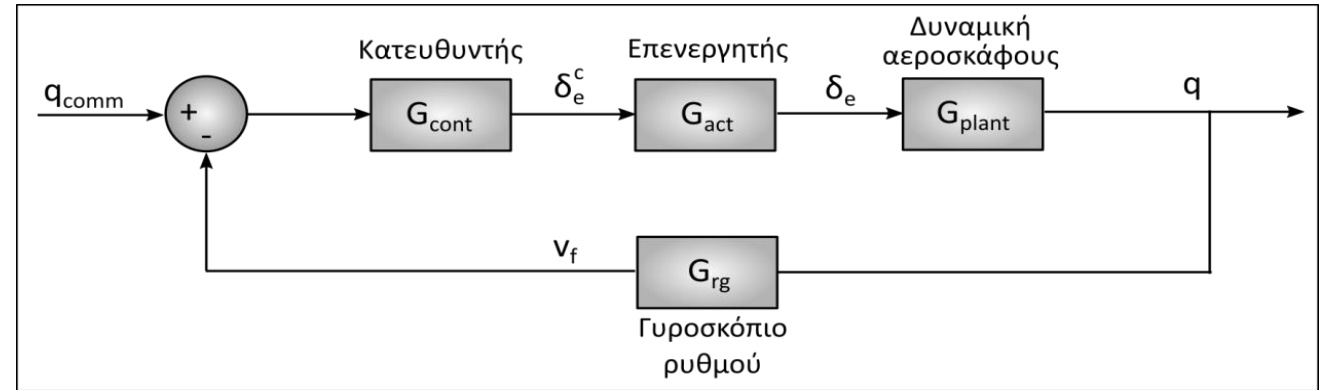
$$\frac{x_{NP}}{\bar{c}} = \frac{x_{ac}}{\bar{c}} + \eta V_H \frac{C_{L_{\alpha t}}}{C_{L_{\alpha w}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)$$

- Άρα, η \tilde{M}_w , αποτελεί επίσης ένα **μέτρο του περιθωρίου ευστάθειας** με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα:

$$\frac{x_{NP}}{\bar{c}} - \frac{x_{cg}}{\bar{c}}$$

- Η **θέση του κέντρου βάρους**, όπου η έκφραση $(m_q z_w - m_w U_e)$ **αλλάζει πρόσημο**, ονομάζεται **σημείο ελιγμού** με τα χειριστήρια **σταθεροποιημένα** (controls fixed manoeuvre point) και αποτελεί αντίστοιχα **ένα μέτρο του περιθωρίου ελιγμών** με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα (controls fixed manoeuvre margin).

Εφαρμογή: Pitch Damper (Mc Donnell F-4)



Σύστημα επαύξησης της διαμήκους ευστάθειας και απόσβεσης της μικρής περιόδου με ανάδραση του ρυθμού πρόνευσης q .

Εγκατάσταση – Δυναμική αεροσκάφους

- Συνάρτηση μεταφοράς του ρυθμού πρόνευσης ως προς το πηδάλιο ανόδου-καθόδου (προσέγγιση μικρής περιόδου):

$$G_{\text{plant}} = \frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-4.8884(s + 0.266)}{s^2 + 0.7264 \cdot s + 2.003} = K_{\text{plant}} \frac{N_{\text{plant}}}{D_{\text{plant}}}$$

- Πόλοι χαρακτηριστικής εξίσωσης $\Delta(s) \equiv s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2$:

$$\omega_s = 1.415 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \zeta_s = 0.257$$

$$p_{1,2} = -\zeta_s \omega_s \pm j\omega_s \sqrt{1 - \zeta_s^2} = -0.363 \pm j1.368$$

Pitch Damper (Mc Donnell F-4)

- **Επενεργητής (actuator):** ΣΜ επενεργητή πηδαλίου ανόδου-καθόδου:

$$G_{\text{act}}(s) = \frac{K_{\text{act}}\lambda}{s + \lambda} = K_{\text{act}} \frac{N_{\text{act}}}{D_{\text{act}}}$$

- **Ανάδραση:** Ο ρυθμός πρόνευσης q μετράται με γυροσκοπιο ρυθμού - θεωρείται ως ένα απλό κέρδος:

$$G_{\text{rg}}(s) = K_q > 0$$

Υποθέτοντας δεδομένο κέρδος γυροσκοπίου, θετικό και σταθερό, η τοποθέτηση των επιθυμητών πόλων γίνεται επιλέγοντας τον κατάλληλο τύπο και κέρδος του κατευθυντή.

Υπενθύμιση: Η πρόνευση θ και ο ρυθμός πρόνευσης q , ορίστηκαν εξαρχής ως θετικά για αρνητική εκτροπή (γωνία) του πηδαλίου ανόδου-καθόδου.

Επιθυμητά χαρακτηριστικά μικρής περιόδου

- Ζεύγος τιμών χαρακτηριστικών μικρής περιόδου, από κριτήριο αποτυπώματος του αντίχειρα (Κεφ.7), για ικανοποιητικά χαρακτηριστικά πτήσης και ευκολίας χειρισμού:

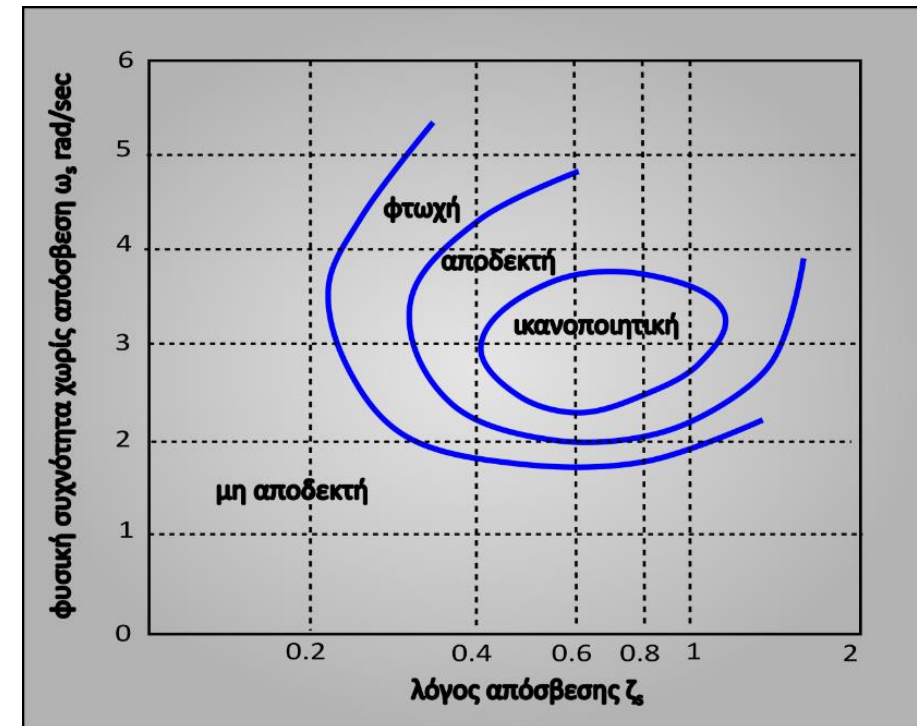
$$\omega_s \approx 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \zeta_s \approx 0,6$$

⇒ Αντιστοιχούν στους κυρίαρχους, συζυγείς, μιγαδικούς πόλους:

$$p'_{1,2} \approx -1.8 \pm 2.4i$$

- Επιθυμητή χαρακτηριστική εξίσωση με πόλους $p'_{1,2}$:

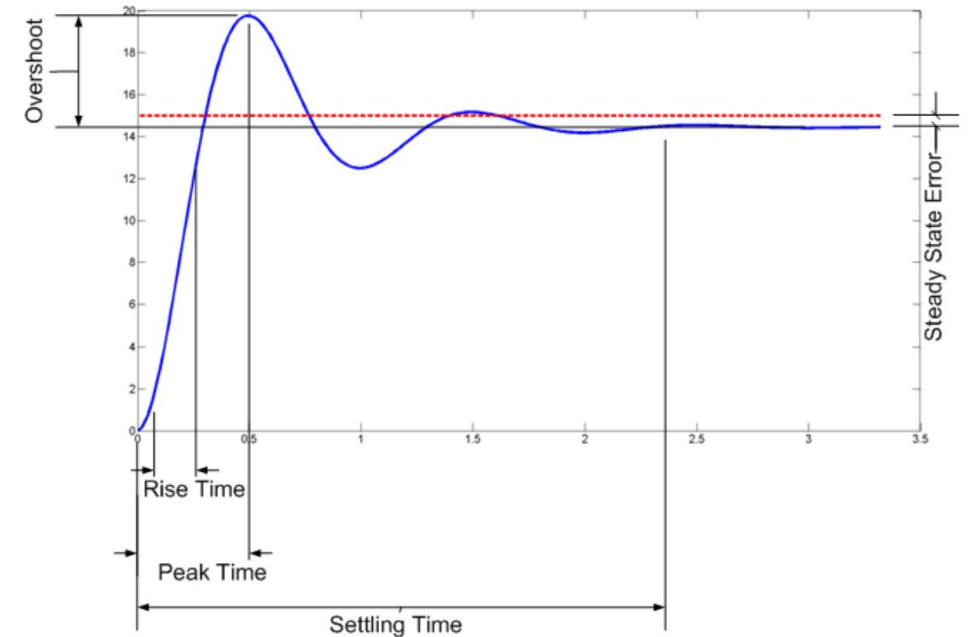
$$(s^2 + 3.6s + 9) = 0$$



Χαρακτηριστικά απόδοσης – Σύστημα 2^{ης} τάξης

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΕΙΣΟΔΟ

- **Overshoot (%)**: Υπερακρόντιση
- **Peak time (t_p)**: Χρόνος μέχρι την μέγιστη τιμή.
- **Rise time (t_r)**: Χρόνος από το 10% στο 90% της τελικής τιμής.
- **Settling time (t_s)**: Χρόνος μέχρι η απόκριση να περιοριστεί $\pm x\%$ από την τελική τιμή.
- **Steady-state error (e_{ss})**: Σφάλμα μόνιμης κατάστασης σε σχέση με την τιμή εισόδου.



Για $0 < \zeta < 1$:

- Overshoot (%): $100 \times \exp\left\{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right\}$
- Peak time (t_p): $t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$

ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΗΣ (CONTROLLER)

PID Controllers – Νόμος ελέγχου:

Μπορεί να είναι, **αναλογικός-διαφορικός «PD»** (Proportional-Derivative), ή **αναλογικός-ολοκληρωτικός-διαφορικός «PID»** (Proportional-Integral-Derivative):

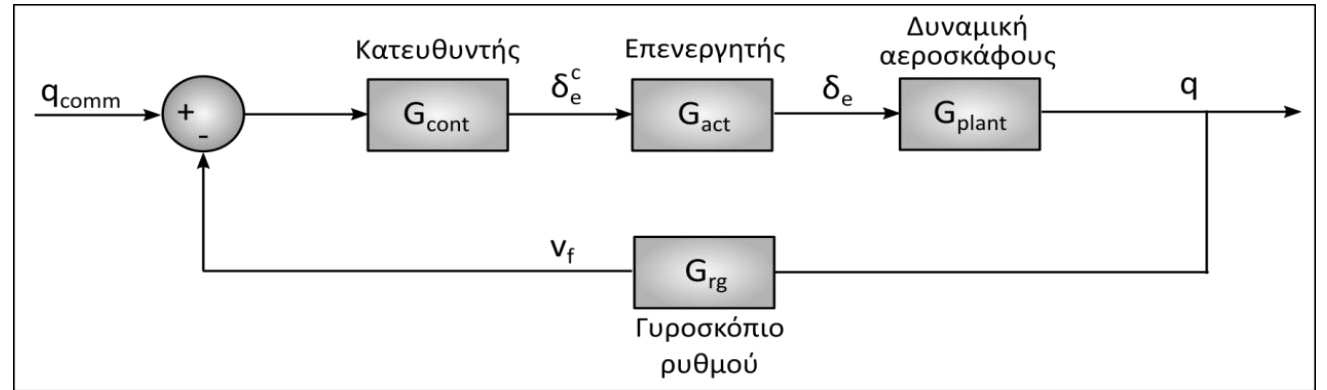
$$G_{\text{cont}}(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

$$\delta_c(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Απλούστερη περίπτωση ($K_I = K_D = 0$) - **αναλογικός «P»** (Proportional):

$$G_{\text{cont}}(s) = K_P = K_{\text{cont}}$$

Pitch Damper – ΣΜ κλειστού βρόχου



Σύστημα επαύξησης της διαμήκους ευστάθειας και απόσβεσης της μικρής περιόδου με ανάδραση του ρυθμού πρόνευσης q .

- ΣΜ του κλειστού βρόχου:

$$G_{CL} = \frac{q(s)}{q_{comm}(s)} = \frac{G_{cont}(s)G_{act}(s)G_{plant}(s)}{1 + G_{cont}(s)G_{act}(s)G_{plant}(s)G_{rg}(s)}$$

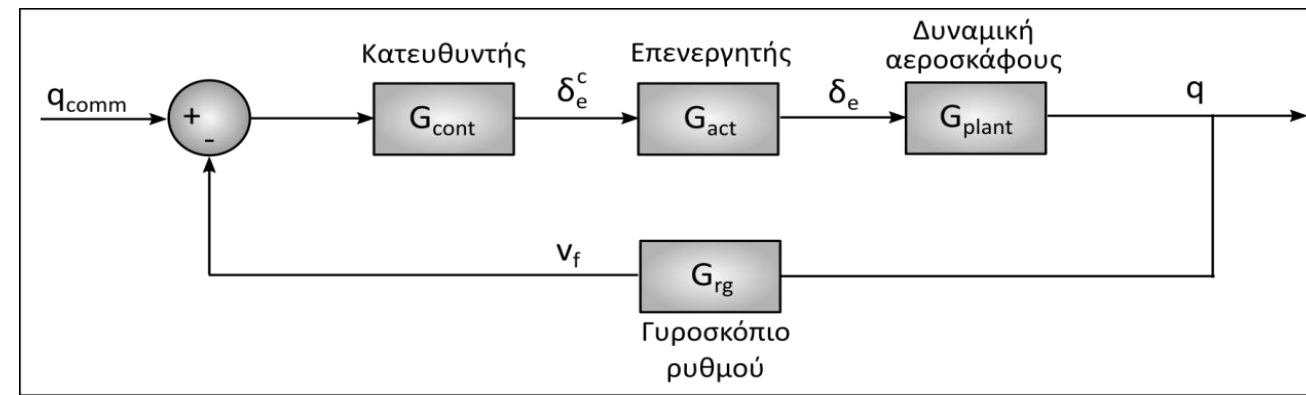
- Χαρακτηριστική εξίσωση:

$$\Delta(s) = 1 + K_{cont}K_{act} \frac{N_{act}}{D_{act}} K_{plant} \frac{N_{plant}}{D_{plant}} K_q = 0$$

$$\Rightarrow (s + \lambda)(s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2) + K_{cont}K_q K_{act} \lambda K_{plant}(s - z_1) =$$

3ου βαθμού – Δύσκολος και αχρηαστος υπολογισμός του κερδους μεσω των ριζών

ΚΕΡΔΟΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΗ



Σύστημα επαύξησης της διαμήκουσ ευστάθειας και απόσβεσης της μικρής περιόδου με ανάδραση του ρυθμού πρόνευσης q .

- ΣΜ ανοιχτού βρόχου:

$$G_{OL} = G_{cont}(s)G_{act}(s)G_{plant}(s)G_{rg}(s)$$

- Συνθήκη μέτρου $|G_{OL}| = 1$ - Κέρδος ανοιχτού βρόχου με τους επιθυμητούς πόλους:

$$K_{OL} = \frac{|s - \lambda||s - p'_1||s - p'_2|}{|s - z_1|} = |K_{cont}K_qK_{act}\lambda K_{plant}|$$

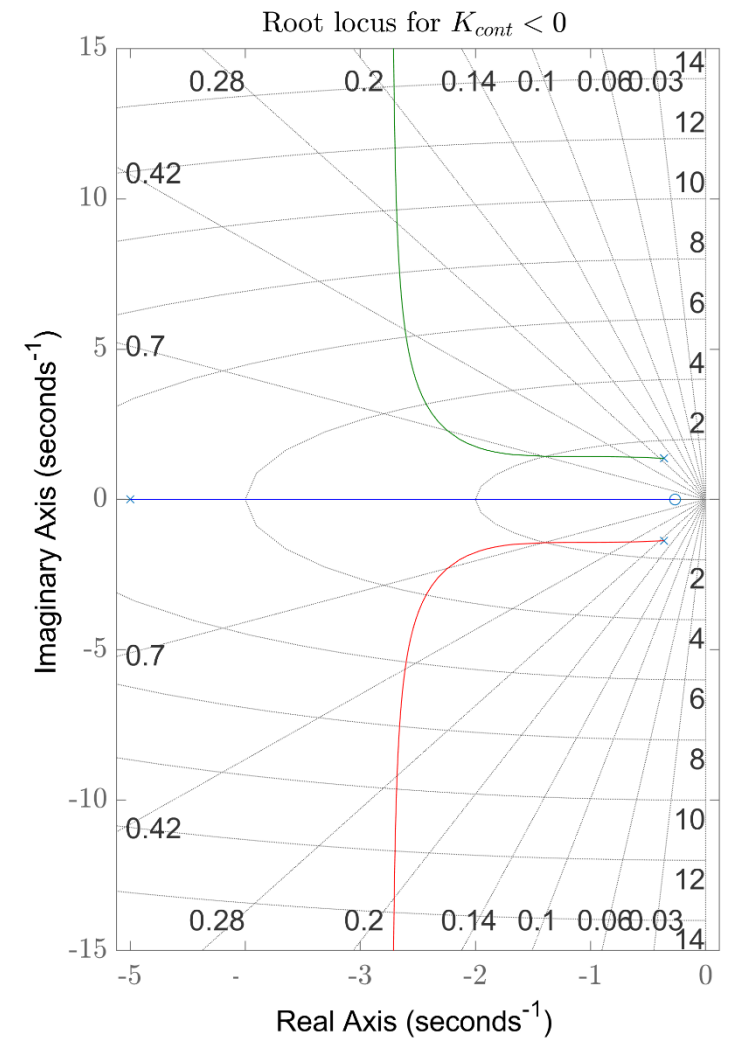
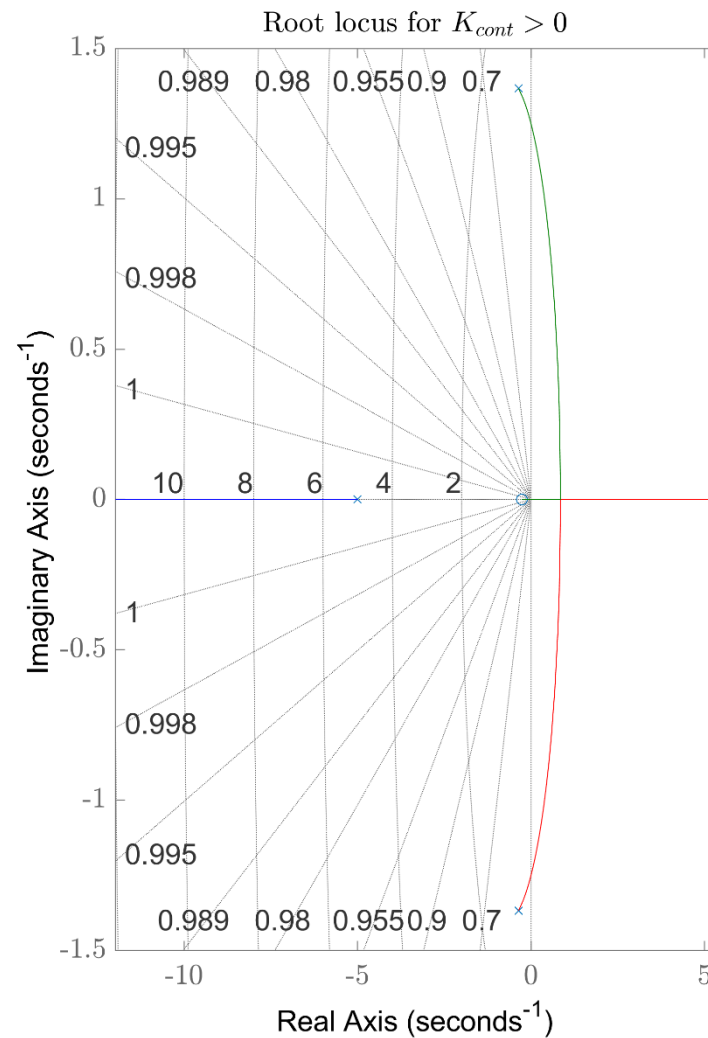
- Αρχική εκτίμηση κέρδους κατευθυντή:

Μιγαδική μεταβλητή $s = j\omega$ - Για συγκεκριμένη συχνότητα ω :

$$K_{cont}(\omega) = \pm \frac{1}{|K_qK_{act}\lambda K_{plant}|} \frac{|j\omega - \lambda||j\omega - p_1||j\omega - p_2|}{|j\omega - z_1|}$$

Τόπος ριζών Pitch Damper

- Πόλοι στο δεξι ημιεπίπεδο:
 $\zeta < 0 \Rightarrow$ Αστάθεια
- Για να είναι ευσταθές το σύστημα, το κέρδος του κατευθυντή πρέπει να είναι αρνητικό.
- Παρατηρώντας τις καμπύλες σταθερού ω και σταθερού ζ , προσδιορίζεται η επιθυμητή περιοχή μετακίνησης των πόλων μέσω του κέρδους.

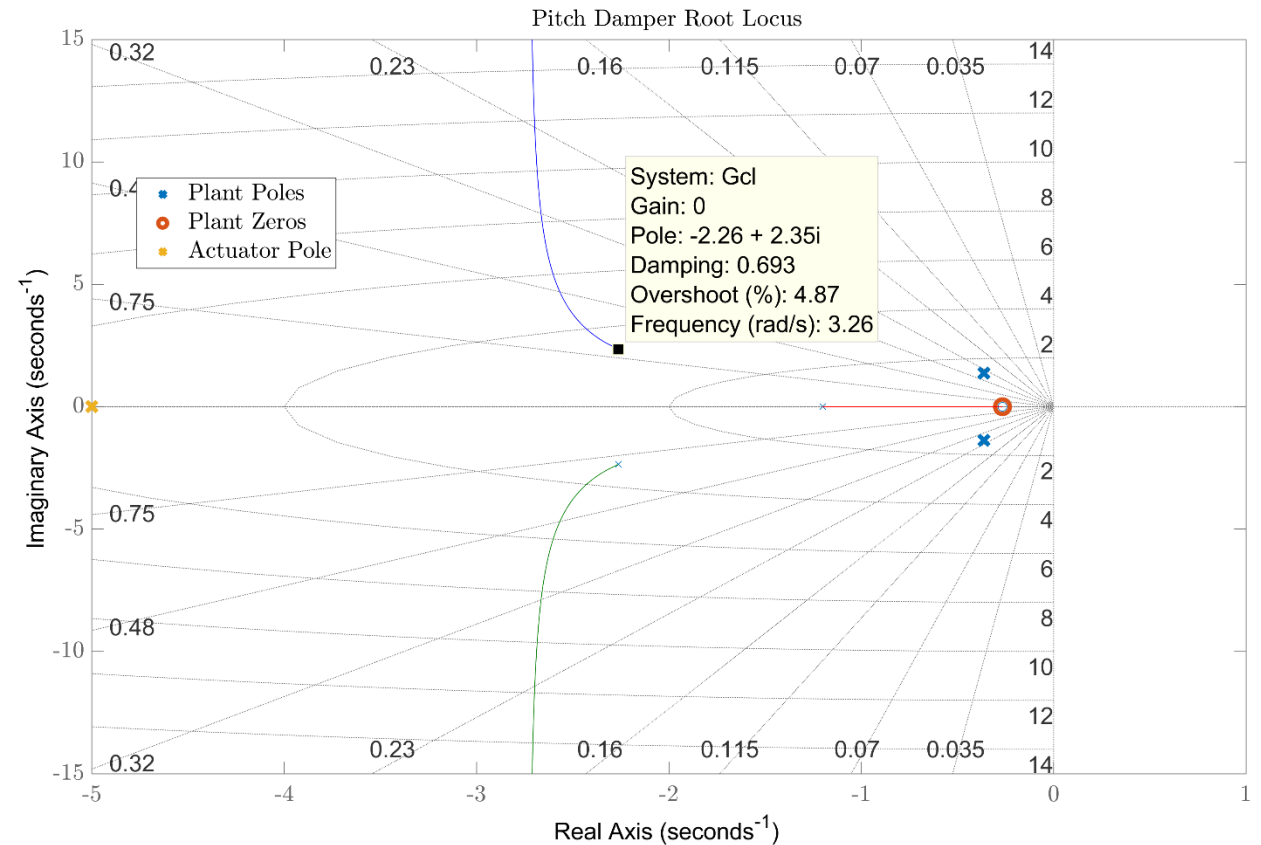


Μόρφη τόπου ριζών για αρνητικό και θετικό κέρδος του κατευθυντή.

Τόπος ριζών Pitch Damper

$$G_{\text{cont}}(s) = K_{\text{cont}} = -0.428 \quad G_{\text{act}}(s) = \frac{5}{s + 5} \quad G_{\text{rg}}(s) = K_q = 1$$

- Παρατηρείται η μετατόπιση των κυρίαρχων πόλων για το συγκεκριμένο κέρδος του κατευθυντή.
- Το K_{cont} μπορεί να ρυθμιστεί περαιτέρω μετά την αρχική εκτίμηση, αν κριθεί απαραίτητο.
- Το σύστημα έχει σημαντικά περιθώρια κέρδους.



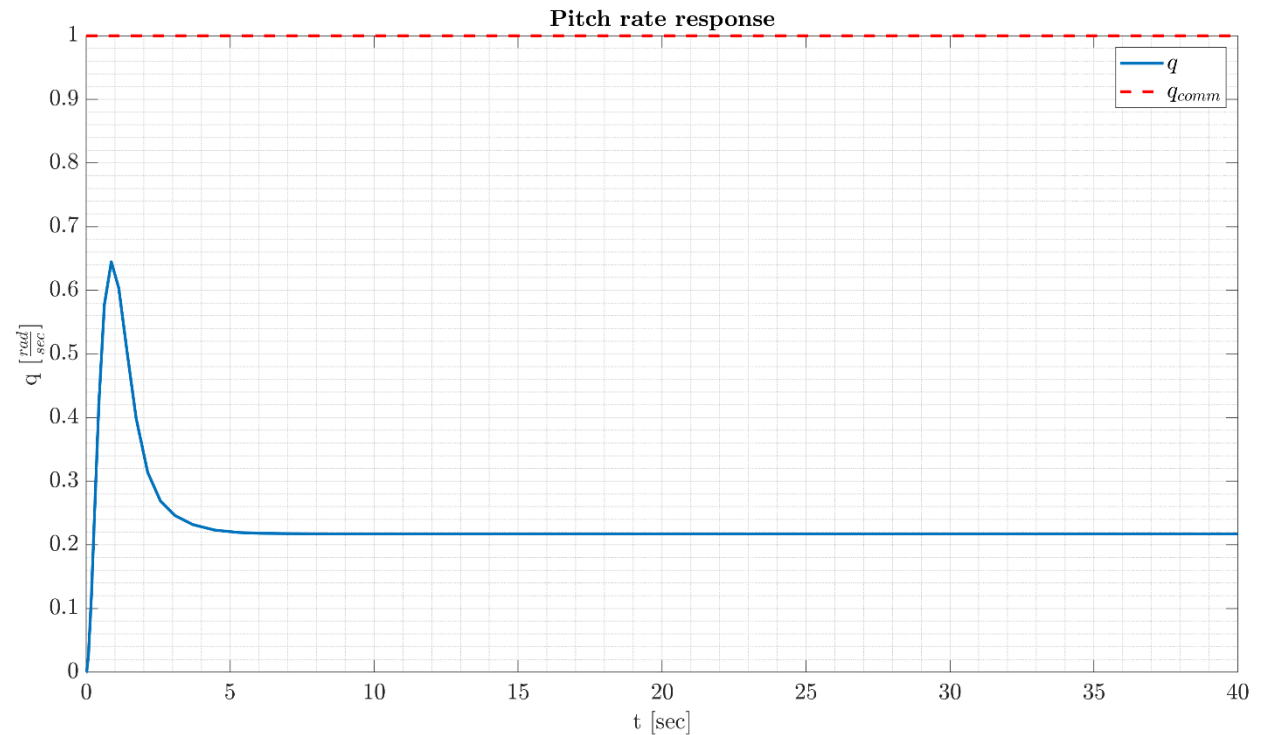
Τόπος ριζών Pitch Damper. Σημειώνονται οι αρχικοί πόλοι και μηδενιστές της εγκατάστασης και του επενεργητή.

Χρονική Απόκριση Pitch Damper

- Παρατηρείται σημαντικό σφάλμα μεταξύ εισόδου (q_{comm}) και εξόδου (q).
- Μπορεί να διορθωθεί αυξάνοντας το κέρδος του κατευθυντή (όμως μείωση απόσβεσης, έντονα ταλαντωτική μεταβατική απόκριση, πιθανότητα αστάθειας) ή με την χρήση PI κατευθυντή.

Στην προκειμένη περίπτωση δεν είναι απαραίτητο:

- Το Pitch Damper δεν χρησιμοποιεί ως αυτόνομο κύκλωμα αλλά ως εσωτερικός βρόχος σε αυτόματους πιλότους π.χ. διατήρησης πρόνευσης.
- Εφόσον παρέχει τα επιθυμητά δυναμικά χαρακτηριστικά μικρής περιόδου είναι κατάλληλο για τον αυτόματο πιλότο.

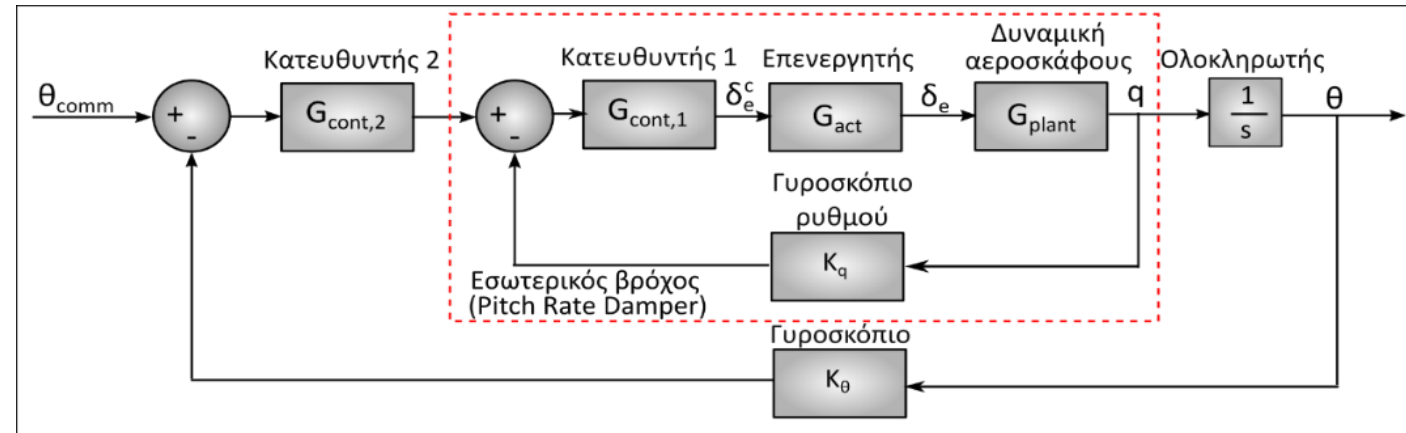


Χρονική απόκριση Pitch Damper σε είσοδο βαθμίδας (step).

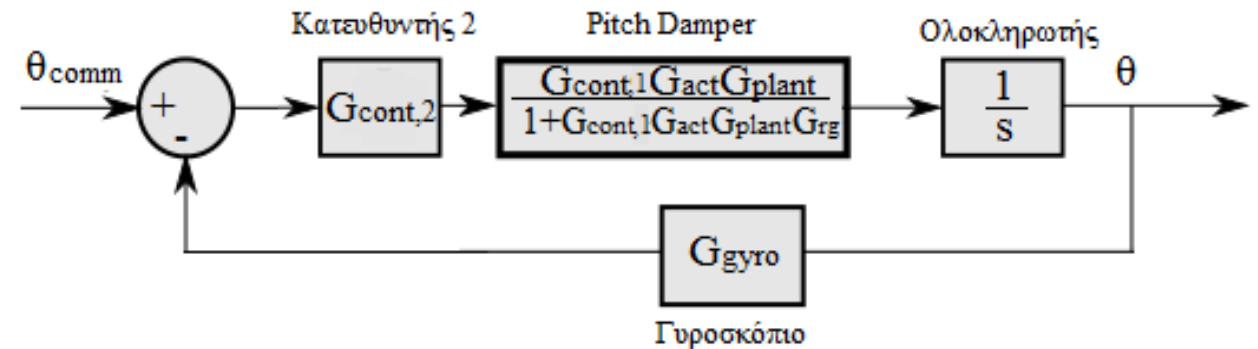
ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΠΙΛΟΤΟΣ ΠΡΟΝΕΥΣΗΣ

Θεωρείται σύστημα με αρνητική ανάδραση της γωνίας πρόνευσης θ στο πηδάλιο ανόδου-καθόδου.

- Προσθέτοντας ένα Pitch Damper ως εσωτερικό βρόχο:



- Το δομικό διάγραμμα απλοποιείται ως:



Αυτόματος Πιλότος Πρόνευσης

- Η γωνία θ λαμβάνεται ολοκληρώνοντας το σήμα που εξέρχεται από τη ΣΜ του ρυθμού πρόνευσης q , όπως προκύπτει από το μοντέλο της μικρής περιόδου.

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1}{s} \frac{q(s)}{\delta_e(s)}$$

- Το γυροσιόπιο παρίσταται επίσης ως ένα απλό κέρδος: $G_{\text{gyro}}(s) = K_\theta > 0$

- ΣΜ εσωτερικού βρόχου (Pitch Damper): $G_{\text{pd}} = \frac{N_{\text{pd}}(s)}{D_{\text{pd}}(s)}$

- ΣΜ του κλειστού βρόχου: $\frac{\theta(s)}{\theta_{\text{comm}}(s)} = \frac{N_{\text{pd}}}{s \cdot D_{\text{pd}}(s) + N_{\text{pd}}(s) G_{\text{gyro}}(s) G_{\text{cont},2}(s)}$

Αυτόματος Πιλότος Πρόνευσης

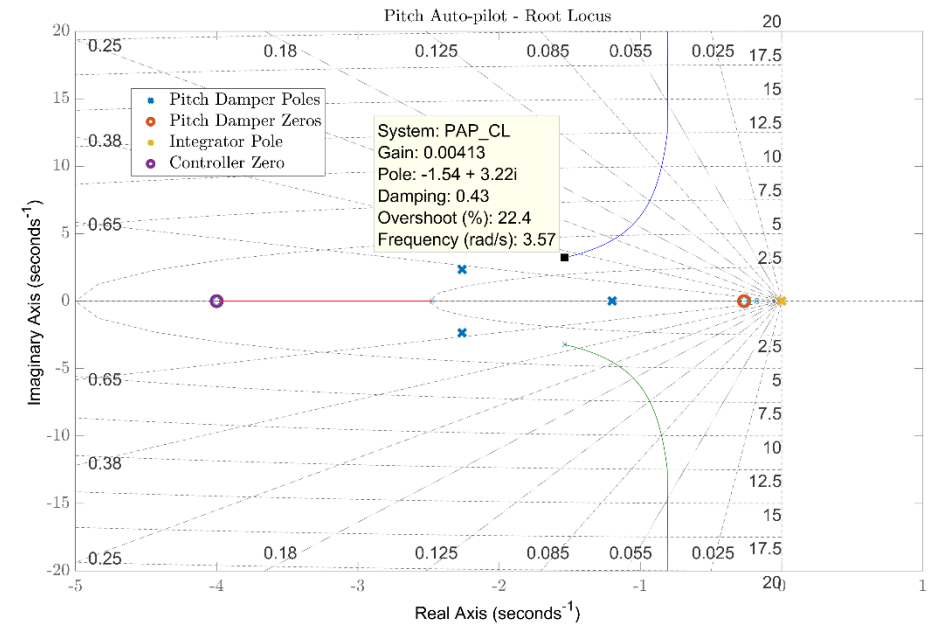
- Για να αντισταθμιστεί η επίδραση του πόλου που εισάγει ο ολοκληρωτής στην αρχή των αξόνων, ο κατευθυντής 2 πρέπει να είναι αναλογικός-διαφορικός (“PD”):

$$G_{\text{cont},2} \equiv K_P + K_D s = K_{\text{cont},2}(1 + T_D s)$$

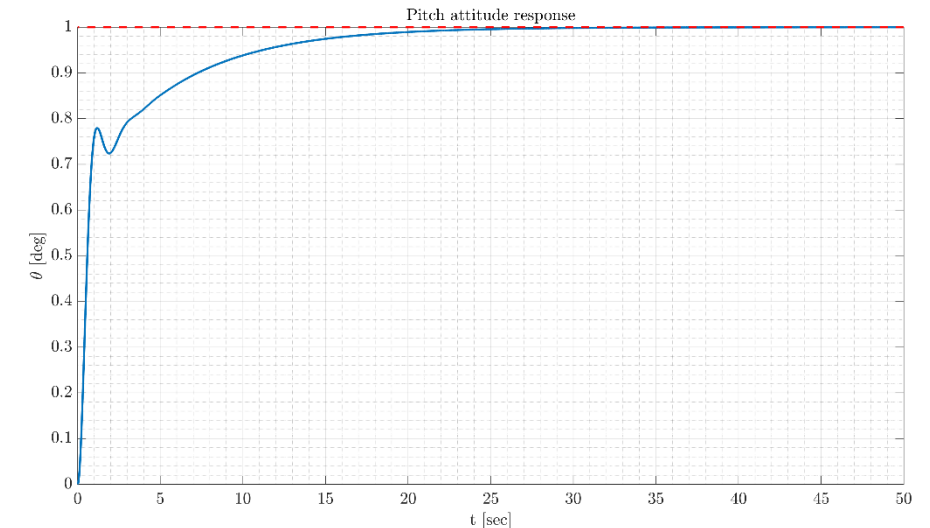
Δηλαδή, εισάγεται ένας μηδενιστής στον πραγματικό άξονα:

$$\sigma = -1/T_D$$

- Τα κέρδη του κατευθυντή 2 ρυθμίζονται ώστε:
 - Κυρίαρχοι πόλοι να αντιστοιχούν σε ικανοποιητικά χαρακτηριστικά μικρής περιόδου,
 - Η απόκριση να έχει την απαιτούμενη ταχύτητα και μεταβατικά χαρακτηριστικά.



Τόπος ριζών αυτόματου πιλότου πρόνευσης.

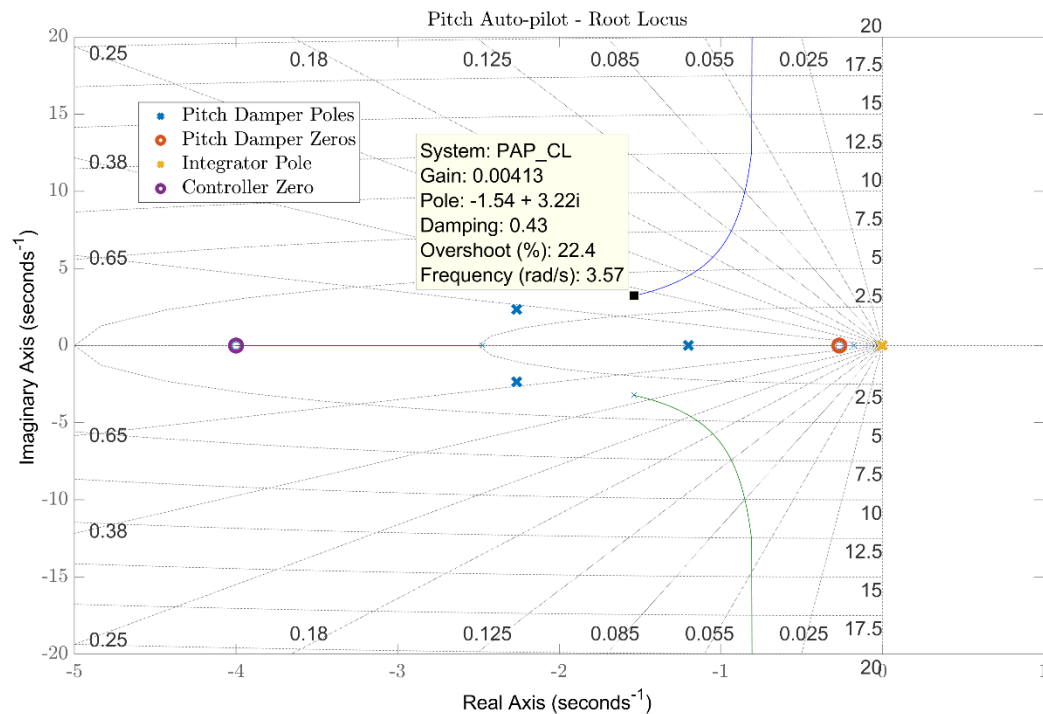


Απόκριση γωνίας θ σε είσοδο θ_{comm} μοναδιαίας βαθμίδας.

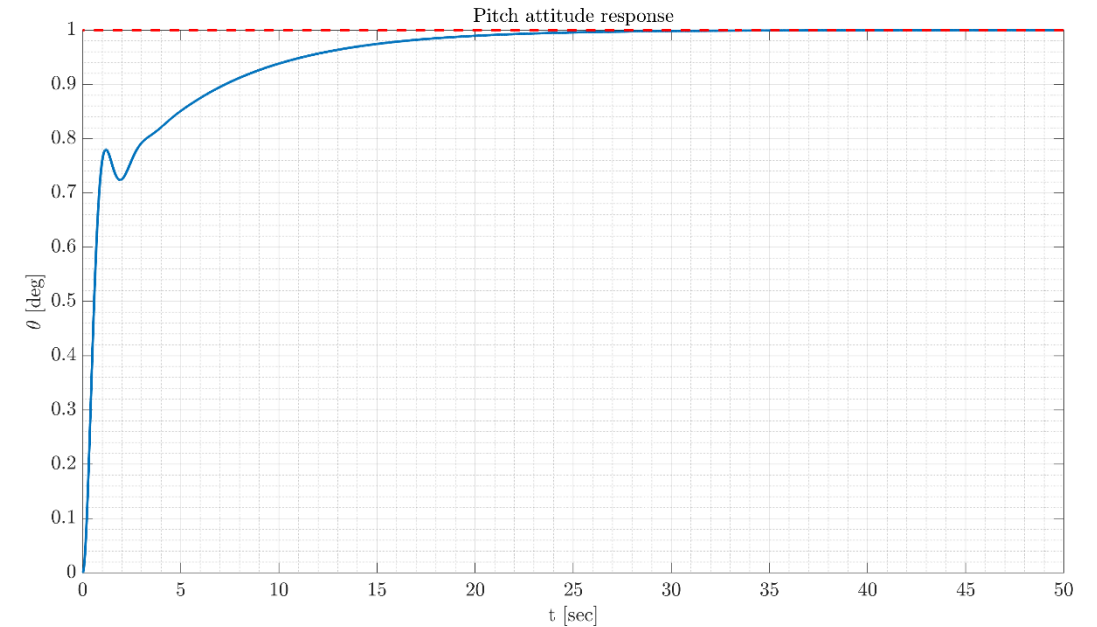
Αυτόματος Πιλότος Πρόνευσης - Παράδειγμα

$$K_{\text{cont},2} = 2 \quad K_D = 0.5 \quad T_D = K_D/K_{\text{cont},2} = 0.25 \quad G_{\text{gyro}}(s) = K_\theta = 1$$

Οι υπόλοιπες συνιστώσες όπως είχαν καθοριστεί στο Pitch Damper προηγουμένως.



Τόπος ριζών αυτόματου πιλότου πρόνευσης.



Απόκριση γωνίας θ σε είσοδο θ_{comm} μοναδιαίας βαθμίδας.