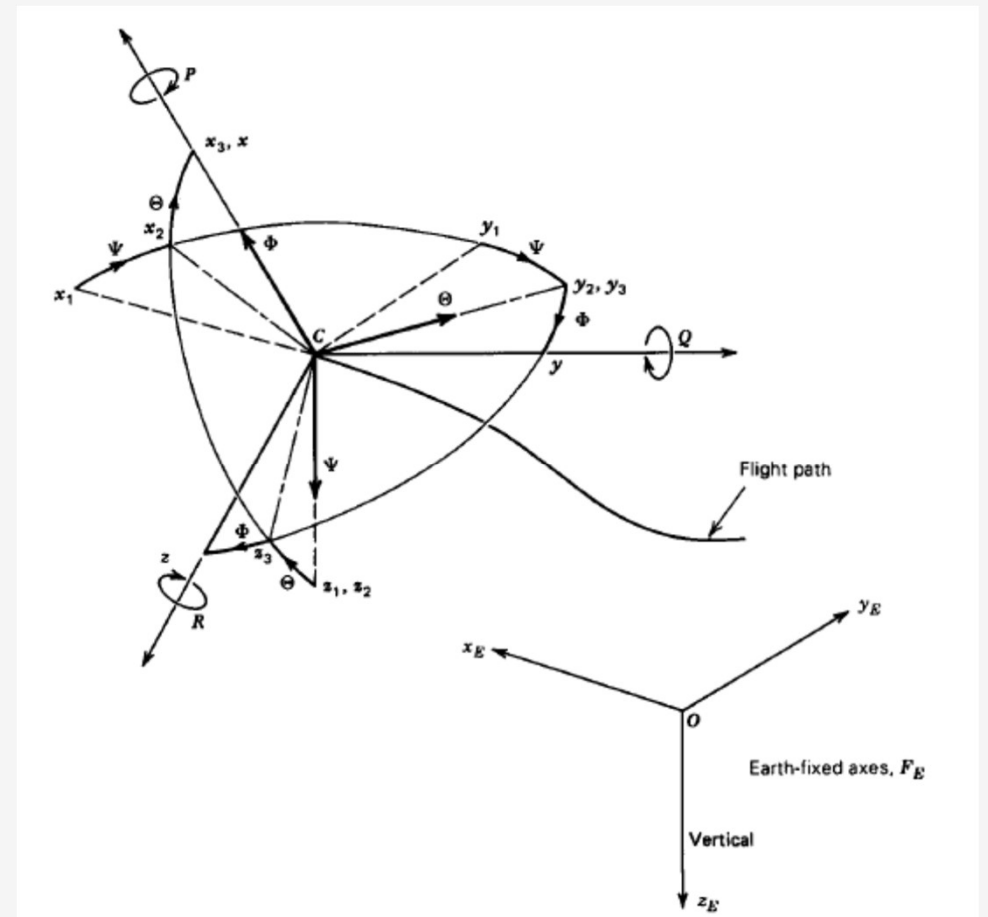
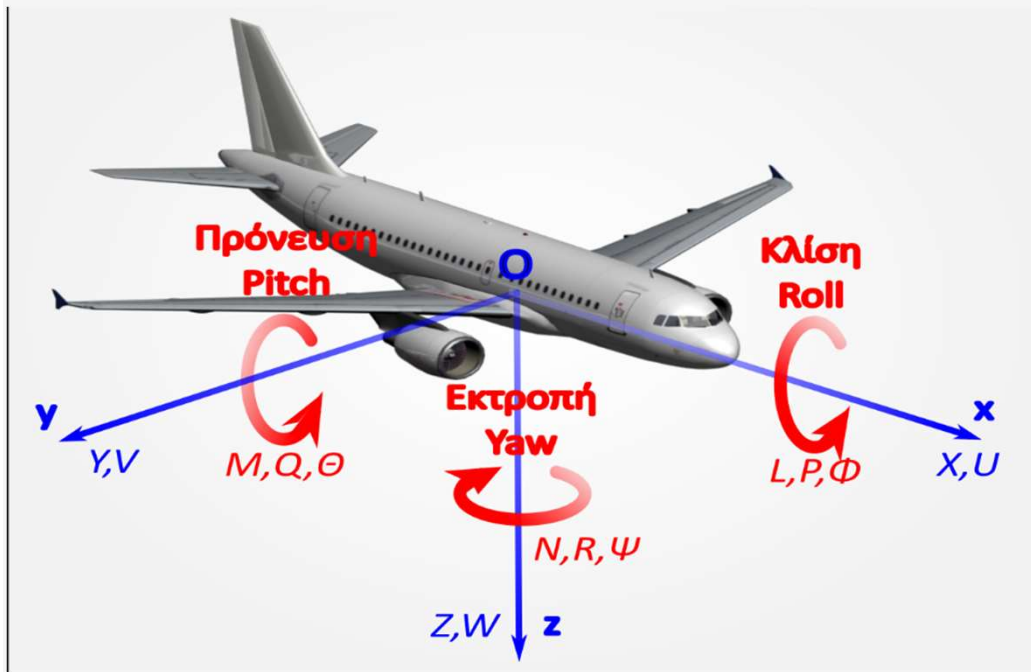


Βασικές υποθέσεις

- 1) Το αεροσκάφος πετά σε ακίνητη ατμόσφαιρα με σταθερές ιδιότητες.
- 2) Η ταχύτητα του αεροσκάφους είναι σημαντικά μικρότερη της ταχύτητας του ήχου, έτσι ώστε ο αέρας να θεωρείται ασυμπίεστος και οι διαταραχές να διαδίδονται ακαριαία επάνω στο αεροσκάφος.
- 3) Το αεροσκάφος δεν παραμορφώνεται ελαστικά υπό την επίδραση των φορτίων που ασκούνται σε αυτό (δηλαδή συμπεριφέρεται ως απολύτως στερεό σώμα).
- 4) Η μάζα του αεροσκάφους παραμένει σταθερή.
- 5) Το αεροσκάφος είναι συμμετρικό ως προς το επίπεδο Oxz .
- 6) Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή.
- 7) Οι επιταχύνσεις του αεροσκάφους εξ αιτίας της κίνησής του ως προς την περιστρεφόμενη γή θεωρούνται μικρές και αμελητέες (Coriolis effects).



Τα φορτία

$$X = X_a + X_g + X_c + X_p + X_d$$

$$Y = Y_a + Y_g + Y_c + Y_p + Y_d$$

$$Z = Z_a + Z_g + Z_c + Z_p + Z_d$$

$$L = L_a + L_g + L_c + L_p + L_d$$

$$M = M_a + M_g + M_c + M_p + M_d$$

$$N = N_a + N_g + N_c + N_p + N_d$$

- «a» = aerodynamic,
- «p» = propulsion,
- «c» = control,
- «g» = gravity,
- «d» = disturbance (external, atmospheric)

Οι εξισώσεις

$$X = m(\dot{U} - RV + QW) = X_a + X_g + X_c + X_p + X_d$$

$$Y = m(\dot{V} - PW + RU) = Y_a + Y_g + Y_c + Y_p + Y_d$$

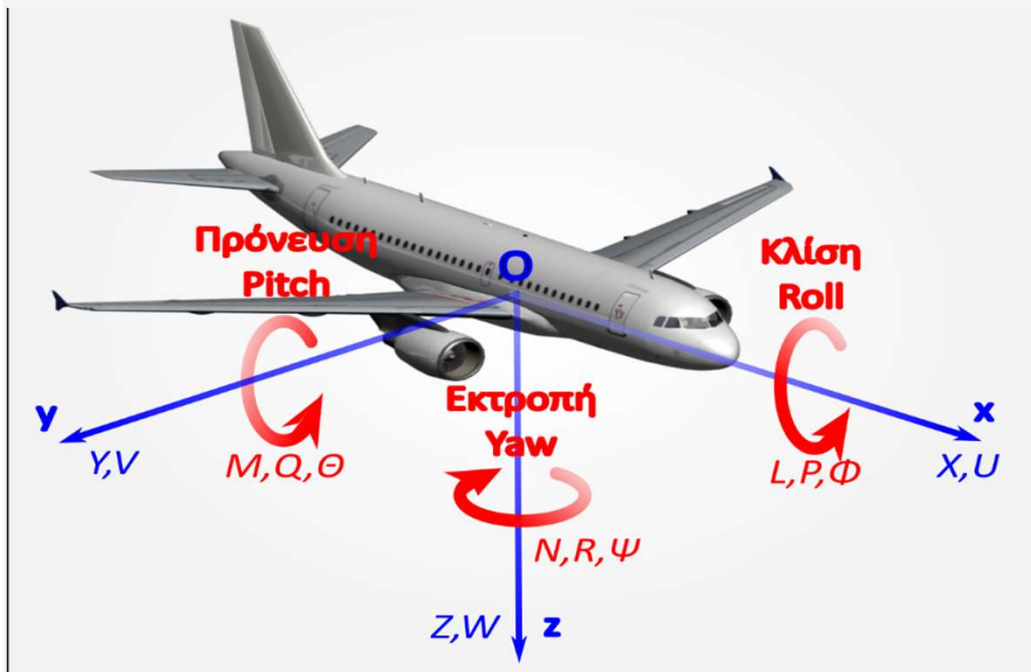
$$Z = m(\dot{W} - qU + pV) = Z_a + Z_g + Z_c + Z_p + Z_d$$

$$L = I_x \dot{P} - I_{xz} \dot{R} - I_{xz} PQ + (I_z - I_y) RQ = L_a + L_g + L_c + L_p + L_d$$

$$M = I_y \dot{Q} + (I_x - I_z) PR + I_{xz} (P^2 - R^2) = M_a + M_g + M_c + M_p + M_d$$

$$N = I_z \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_y - I_x) PQ + I_{xz} QR = N_a + N_g + N_c + N_p + N_d$$

Αντιστάθμιση & διαταραχές



$$X_0 - mg \sin \theta_0 = 0$$

$$Y_0 = 0$$

$$Z_0 + mg \cos \theta_0 = 0$$

$$L_0 = M_0 = N_0 = 0$$

$$\dot{x}_{E_0} = u_0 \cos \theta_0, \quad \dot{y}_{E_0} = 0, \quad \dot{z}_{E_0} = -u_0 \sin \theta_0$$

$$S(f + \delta f) = S(f) + \partial_f S(f) \cdot \delta f$$

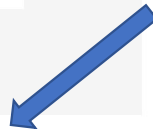
$$L(t) = L(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, \dots)$$

Αντιστάθμιση & διαταραχές

$$\begin{aligned}
 X_0 + \Delta X - mg(\sin \theta_0 + \Delta \theta \cos \theta_0) &= m\Delta \dot{u} \\
 Y_0 + \Delta Y + mg\phi \cos \theta_0 &= m(\dot{v} + u_0 r) \\
 Z_0 + \Delta Z + mg(\cos \theta_0 - \Delta \theta \sin \theta_0) &= m(\dot{w} - u_0 q) \\
 L_0 + \Delta L &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} \\
 M_0 + \Delta M &= I_y \dot{q} \\
 N_0 + \Delta N &= -I_{xz} \dot{p} + I_z \dot{r} \\
 \dot{\theta} &= q \\
 \dot{\phi} &= p + r \tan \theta_0, \quad p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta_0 \\
 \dot{\psi} &= r \sec \theta_0 \\
 \dot{x}_E &= (u_0 + \Delta u) \cos \theta_0 - u_0 \Delta \theta \sin \theta_0 + w \sin \theta_0 \\
 \dot{y}_E &= u_0 \psi \cos \theta_0 + v \\
 \dot{z}_E &= -(u_0 + \Delta u) \sin \theta_0 - u_0 \Delta \theta \cos \theta_0 + w \cos \theta_0
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{u} &= \frac{\Delta X}{m} - g \Delta \theta \cos \theta_0 \\
 \dot{v} &= \frac{\Delta Y}{m} + g \phi \cos \theta_0 - u_0 r \\
 \dot{w} &= \frac{\Delta Z}{m} - g \Delta \theta \sin \theta_0 + u_0 q \\
 \dot{p} &= (I_x I_z - I_{xz}^2)^{-1} (I_z \Delta L + I_{xz} \Delta N) \\
 \dot{q} &= \frac{\Delta M}{I_y} \\
 \dot{r} &= (I_x I_z - I_{xz}^2)^{-1} (I_{xz} \Delta L + I_x \Delta N) \\
 \Delta \dot{\theta} &= q \\
 \dot{\phi} &= p + r \tan \theta_0; \quad p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta_0 \\
 \dot{\psi} &= r \sec \theta_0 \\
 \Delta \dot{x}_E &= \Delta u \cos \theta_0 - u_0 \Delta \theta \sin \theta_0 + w \sin \theta_0 \\
 \Delta \dot{y}_E &= u_0 \psi \cos \theta_0 + v \\
 \Delta \dot{z}_E &= -\Delta u \sin \theta_0 - u_0 \Delta \theta \cos \theta_0 + w \cos \theta_0
 \end{aligned}$$



Αντιστάθμιση & διαταραχές

$$\Delta \dot{u} = \frac{\Delta X}{m} - g \Delta \theta \cos \theta_0$$

$$\dot{v} = \frac{\Delta Y}{m} + g \phi \cos \theta_0 - u_0 r$$

$$\dot{w} = \frac{\Delta Z}{m} - g \Delta \theta \sin \theta_0 + u_0 q$$

$$\dot{p} = (I_x I_z - I_{xz}^2)^{-1} (I_z \Delta L + I_{xz} \Delta N)$$

$$\dot{q} = \frac{\Delta M}{I_y}$$

$$\dot{r} = (I_x I_z - I_{xz}^2)^{-1} (I_{zx} \Delta L + I_x \Delta N)$$

$$\Delta \dot{\theta} = q$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \theta_0; \quad p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta_0$$

$$\dot{\psi} = r \sec \theta_0$$

$$\Delta \dot{x}_E = \Delta u \cos \theta_0 - u_0 \Delta \theta \sin \theta_0 + w \sin \theta_0$$

$$\Delta \dot{y}_E = u_0 \psi \cos \theta_0 + v$$

$$\Delta \dot{z}_E = -\Delta u \sin \theta_0 - u_0 \Delta \theta \cos \theta_0 + w \cos \theta_0$$

$$\Delta X = X_u \Delta u + X_w w + \Delta X_c$$

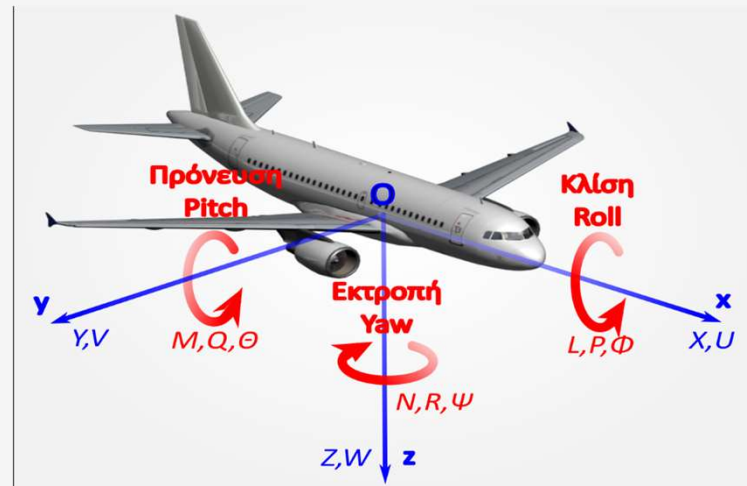
$$\Delta Y = Y_v v + Y_p p + Y_r r + \Delta Y_c$$

$$\Delta Z = Z_u \Delta u + Z_w w + Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_q q + \Delta Z_c$$

$$\Delta L = L_v v + L_p p + L_r r + \Delta L_c$$

$$\Delta M = M_u \Delta u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + \Delta M_c$$

$$\Delta N = N_v v + N_p p + N_r r + \Delta N_c$$



Οι δυναμικές εξισώσεις που αναλύουμε

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & 0 & -g \cos \theta_o \\ \frac{Z_u}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{Z_w}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{Z_q + mu_o}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{-mg \sin \theta_o}{m - Z_{\dot{w}}} \\ \frac{1}{I_y} \left[M_u + \frac{M_{\dot{w}} Z_u}{(m - Z_{\dot{w}})} \right] & \frac{1}{I_y} \left[M_w + \frac{M_{\dot{w}} Z_w}{(m - Z_{\dot{w}})} \right] & \frac{1}{I_y} \left[M_q + \frac{M_{\dot{w}} (Z_q + mu_o)}{(m - Z_{\dot{w}})} \right] & -\frac{M_{\dot{w}} mg \sin \theta_o}{I_y (m - Z_{\dot{w}})} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ w \\ q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_c}{m} \\ \frac{\Delta Z_c}{m - Z_{\dot{w}}} \\ \frac{\Delta M_c}{I_y} + \frac{M_{\dot{w}}}{I_y} \frac{\Delta Z_c}{(m - Z_{\dot{w}})} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \dot{x}_E = \Delta u \cos \theta_o + w \sin \theta_o - u_o \Delta \theta \sin \theta_o$$

$$\Delta \dot{z}_E = -\Delta u \sin \theta_o + w \cos \theta_o - u_o \Delta \theta \cos \theta_o$$

Οι εγκάρσιες εξισώσεις που αναλύουμε

Lateral Equations, Eq. (4.9,19):

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} & \left(\frac{Y_r}{m} - u_o \right) & g \cos \theta_o \\ \left(\frac{L_v}{I'_x} + I'_{zx} N_v \right) & \left(\frac{L_p}{I'_x} + I'_{zx} N_p \right) & \left(\frac{L_r}{I'_x} + I'_{zx} N_r \right) & 0 \\ \left(I'_{zx} L_v + \frac{N_v}{I'_z} \right) & \left(I'_{zx} L_p + \frac{N_p}{I'_z} \right) & \left(I'_{zx} L_r + \frac{N_r}{I'_z} \right) & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta Y_c}{m} \\ \frac{\Delta L_c}{I'_x} + I'_{zx} N_c \\ I'_{zx} \Delta L_c + \frac{\Delta N_c}{I'_z} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\psi} = r \sec \theta_o$$

$$\Delta \dot{y}_E = u_o \psi \cos \theta_o + v$$

$$I'_x = (I_x I_z - I_{xz}^2) / I_z$$

$$I'_z = (I_x I_z - I_{xz}^2) / I_x$$

$$I'_{zx} = I_{zx} / (I_x I_z - I_{xz}^2)$$