



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΤΗΣΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ  
ΠΙΛΟΤΟΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ  
ΠΡΟΝΕΥΣΗΣ

# Διαδικασία Ανάλυσης

*Εξισώσεις κίνησης μικρών διαταραχών του αεροσκάφους*



*Αποσύζευξη σε διαμήκεις και εγκάρσιες-διεύθυνσης*



*Ξεχωριστή μελέτη των δύο αυτών μερών της δυναμικής του αεροσκάφους*



*Απόκριση σε εντολές ελέγχου*



*Επαύξηση ευστάθειας – Αυτόματοι πιλότοι*

# Αποσυζευγμένες διαμήκεις εξισώσεις κίνησης

Διαμήκεις εξισώσεις κίνησης:

$$\begin{aligned} m\dot{u} - \tilde{X}_u u - \tilde{X}_w w - (\tilde{X}_q - mW_e)q - \tilde{X}_{\dot{w}}\dot{w} + mg\theta\cos\Theta_e &= \tilde{X}_{\delta_e}\delta_e + \tilde{X}_{\delta_p}\delta_p \\ -\tilde{Z}_u u - \tilde{Z}_w w - (\tilde{Z}_q + mU_e)q + (m - \tilde{Z}_{\dot{w}})\dot{w} + mg\theta\sin\Theta_e &= \tilde{Z}_{\delta_e}\delta_e + \tilde{Z}_{\delta_p}\delta_p \\ I_y\dot{q} - \tilde{M}_u u - \tilde{M}_w w - \tilde{M}_q q - \tilde{M}_{\dot{w}}\dot{w} &= \tilde{M}_{\delta_e}\delta_e + \tilde{M}_{\delta_p}\delta_p \end{aligned}$$

Στην μορφή του χώρου κατάστασης:

Σε σχέση με τις αποκλίσεις του πηδαλίου ανόδου-καθόδου, γύρω από μια θέση ισορροπίας, καθώς η ώση διατηρείται σταθερή:

$$\delta_p = 0 \quad \therefore \quad \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & X_{\theta} \\ Z_u & Z_w & Z_q & Z_{\theta} \\ m_u & m_w & m_q & m_{\theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{pmatrix} \delta_e$$

# Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

- Εξίσωση κίνησης (ή εξίσωση κατάστασης) γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου συστήματος (ΓΧΑΣ):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t)$$

- Μητρική μορφή συστήματος  $n$  γραμμικών διαφορικών εξισώσεων 1<sup>ης</sup> τάξης.
- Στοιχεία πινάκων  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  είναι σταθερές, χρονικά ανεξάρτητες συναρτήσεις.

$\mathbf{x}_{(n \times 1)}(t)$ : διάνυσμα κατάστασης (state vector),

$\mathbf{u}_{(m \times 1)}(t)$ : διάνυσμα εισόδου (input vector),

$\mathbf{A}_{(n \times n)}$ : μήτρα κατάστασης (state matrix),

$\mathbf{B}_{(n \times m)}$ : μήτρα εισόδου (input matrix),

$n$  : αριθμός μεταβλητών κατάστασης,

$m$  : αριθμός μεταβλητών εισόδου.

# Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

Εξίσωση εξόδου - γενική μορφή:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

$r$  : αριθμός μεταβλητών εξόδου,

$\mathbf{y}_{(r \times 1)}(t)$ : διάνυσμα εξόδου (output vector),

$\mathbf{C}_{(r \times n)}$ : μήτρα εξόδου (output matrix),

$\mathbf{D}_{(r \times m)}$ : άμεση μήτρα (direct matrix).

Συνήθως στα υπό μελέτη προβλήματα, βολική η επιλογή των μεταβλητών κατάστασης ως μεταβλητές εξόδου:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), r = n$$

Σε αυτή την περίπτωση:

$\mathbf{C} = \mathbf{I}_{(n \times m)}$  μοναδιαία μήτρα,

$\mathbf{D} = \mathbf{0}_{(n \times m)}$  μηδενική μήτρα.

Τελική μορφή ΓΧΑΣ :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{I}\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t)$$

# Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

- Μετασχηματίζοντας κατά Laplace την εξίσωση κατάστασης, λαμβάνεται το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned} s \mathbf{X}(s) &= \mathbf{A} \mathbf{X}(s) + \mathbf{B} \mathbf{U}(s) \Rightarrow (s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{X}(s) = \mathbf{B} \mathbf{U}(s) \\ &\Rightarrow \mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U}(s) \end{aligned}$$

- Από την εξίσωση εξόδου:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C} \mathbf{X}(s) \Rightarrow \mathbf{Y}(s) = \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{U}(s)$$

- **Μήτρα μεταφοράς** (διάνυσμα εξόδου προς διάνυσμα εισόδου):

$$\mathbf{G}_{r \times m}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$$

Περιέχει τις ΣΜ των  $r$  μεταβλητών εξόδου προς τις  $m$  μεταβλητές εισόδου.

# Περιγραφή στον χώρο κατάστασης

- Χαρακτηριστική εξίσωση συστήματος:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n) = 0$$

- $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  : Ρίζες χαρακτηριστικής εξίσωσης που ονομάζονται ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{A}$  ή πόλοι του συστήματος.
- Οι ιδιοτιμές καθορίζουν την ευστάθεια και τη δυναμική απόκριση του συστήματος.
- Συζυγείς μιγαδικές ρίζες

$$p_{1,2} = x \pm jy = -\zeta_s \omega_s \pm j\omega_s \sqrt{1 - \zeta^2}$$

ομαδοποιούνται ως πολυώνυμο 2<sup>ης</sup> τάξης

$$s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \quad \text{όπου} \quad 0 < \zeta < 1$$

# Διαμήκης χαρακτηριστική εξίσωση

- Το διάμηκες χαρακτηριστικό πολυώνυμο για ένα κλασσικό αεροσκάφος είναι 4<sup>ο</sup> βαθμού.
- Αποτελεί τον κοινό παρονομαστή των συναρτήσεων μεταφοράς.
- Εξισώνοντας με το μηδέν αποτελεί τη **χαρακτηριστική εξίσωση**:

$$\Delta(s) = As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0$$

- Παραγοντοποιείται σε δύο ζεύγη ριζών:

$$\Delta(s) = (s^2 + 2\zeta_p\omega_p s + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2) = 0$$

⇒ Διαμήκης απόκριση = ταλάντωση φυγοειδούς + ταλάντωση μικρής περιόδου

- Οι δύο ταλαντωτικές **μορφές ευστάθειας** της διαμήκους δυναμικής ισοδυναμούν με κλασσικά δυναμικά **συστήματα 2<sup>ης</sup> τάξης** (μάζα-ελατήριο-αποσβεστήρας).
- Οι αντίστοιχες φυσικές **συχνότητες** ( $\omega_p$ ,  $\omega_s$ ) και **λόγοι απόσβεσης** ( $\zeta_p$ ,  $\zeta_s$ ) αποτελούν τα δυναμικά χαρακτηριστικά (ή χαρακτηριστικά ευστάθειας) αυτών των μορφών.



# Διαμήκεις συναρτήσεις μεταφοράς

- Οι προκύπτουσες από το σύστημα συναρτήσεις μεταφοράς, μπορούν να γραφούν στην μορφή:

$$\frac{u(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^u(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_u(s + 1/T_u)(s^2 + 2\zeta_u\omega_u s + \omega_u^2)}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

$$\frac{w(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^w(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_w(s + 1/T_\alpha)(s^2 + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha s + \omega_\alpha^2)}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

$$\frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^q(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_q s(s + 1/T_{\theta_1})(s + 1/T_{\theta_2})}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{N_{\delta_e}^\theta(s)}{\Delta(s)} = \frac{k_\theta(s + 1/T_{\theta_1})(s + 1/T_{\theta_2})}{(s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}s + \omega_{ph}^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)}$$

**T** : χρονική σταθερά,  
**ω** : φυσική συχνότητα χωρίς απόσβεση [rad/sec],  
**ζ** : συντελεστής απόσβεσης,  
**ph (phugoid)** : δείκτης φυγοειδούς,  
**s (short period)** : δείκτης μικρής περιόδου.

# Προσέγγιση μικρής περιόδου

- Τα βραχυπρόθεσμα χαρακτηριστικά απόκρισης ενός αεροσκάφους, έχουν εξαιρετική σημασία στον καθορισμό των χαρακτηριστικών πτήσης και ευκολίας χειρισμού.
  - Η βραχυπρόθεσμη απόκριση του αεροσκάφους σε μια διαταραχή, κυριαρχείται από τη μορφή της μικρής περιόδου.
- ⇒ Βολική προσέγγιση μειωμένης τάξης, παραλείποντας μεταβλητές κατάστασης με κύρια την επίδραση του φυγοειδούς.

# Προσέγγιση μικρής περιόδου

- Με άξονες αναφοράς τους **άξονες ανέμου (wind axes)** και υπόθεση αρχικών συνθηκών **σταθερή και οριζόντιας πτήσης** ( $\gamma_e = 0 \quad U_e = V_{T_e}$ ):

$$\begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z_w & z_q \\ m_w & m_q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ q \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \end{Bmatrix} \delta_e$$

- Με κάποιες περαιτέρω απλοποιήσεις, προκύπτουν οι δύο προσεγγιστικές συναρτήσεις μεταφοράς που περιγράφουν την βραχυπρόθεσμη απόκριση ως προς το πηδάλιο ανόδου-καθόδου:

$$\frac{w(s)}{\delta_e(s)} = \frac{z_{\delta_e}(s + U_e m_{\delta_e}/z_{\delta_e})}{s^2 - (m_q + z_w)s + (m_q z_w - m_w U_e)} \equiv \frac{k_w(s + 1/T_a)}{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}$$

$$\frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{m_{\delta_e}(s - z_w)}{s^2 - (m_q + z_w)s + (m_q z_w - m_w U_e)} \equiv \frac{k_q(s + 1/T_{\theta_2})}{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}$$

όπου τα  $T_a$ ,  $k_w$ ,  $k_q$ ,  $T_{\theta_2}$ ,  $\zeta_s$  και  $\omega_s$  αντιπροσωπεύουν προσεγγιστικά μεγέθη.

# Προσέγγιση μικρής περιόδου

- Χαρακτηριστική εξίσωση μειωμένης τάξης:

$$\Delta(s) = s^2 - (m_q + z_w)s + (m_q z_w - m_w U_e)$$

- Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των συντετμημένων παραγώγων ευστάθειας **χονδρικά η απόσβεση και η φυσική συχνότητα της μικρής περιόδου:**

$$2\zeta_s \omega_s = -\frac{\tilde{M}_q}{I_{yy}}, \omega_s = \sqrt{-\frac{\tilde{M}_w U_e}{I_{yy}}}$$

- $\tilde{M}_q$  : εξαρτάται κυρίως από τις **ιδιότητες απόσβεσης του ουραίου πτερώματος**, συνήθως **αρνητική**.
- $\tilde{M}_w$  : είναι ένα μέτρο της **αεροδυναμικής δυσκαμψίας πρόνευσης**, επίσης κυριαρχείται από την αεροδυναμική του ουραίου πτερώματος.

Το **πρόσημο** της  $\tilde{M}_w$  εξαρτάται από τη **θέση του κέντρου βάρους** του αεροσκάφους. **Όσο αυτό κινείται προς τα εμπρός** στην άτρακτο, τόσο **μεγαλύτερες αρνητικές τιμές** παίρνει αυτή η παράγωγος.

- Από Κεφ. 2, περί διαμήκους στατικής ευστάθειας:

$$C_{m_\alpha} = \frac{dC_m}{d\alpha} = C_{L_{\alpha w}} \left( \frac{x_{cg}}{\bar{c}} - \frac{x_{ac}}{\bar{c}} \right) - \eta V_H C_{L_{\alpha t}} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) < 0$$

- Η μικρή περίοδος θα είναι **ευσταθής εφόσον το κέντρο βάρους βρίσκεται μπροστά** από το **ουδέτερο σημείο** με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα, όπου η παράγωγος  $\tilde{M}_w$  **αλλάζει πρόσημο:**

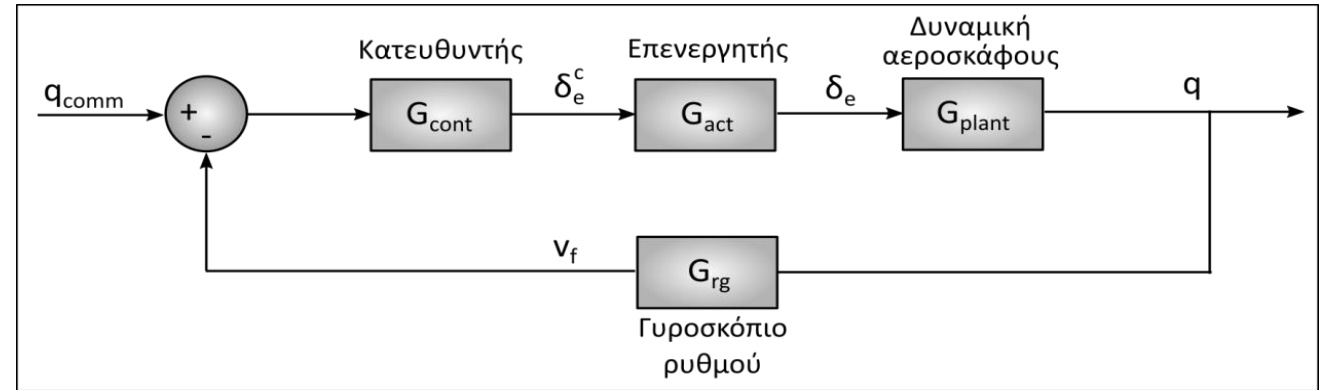
$$\frac{x_{NP}}{\bar{c}} = \frac{x_{ac}}{\bar{c}} + \eta V_H \frac{C_{L_{\alpha t}}}{C_{L_{\alpha w}}} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)$$

- Άρα, η  $\tilde{M}_w$ , αποτελεί επίσης ένα **μέτρο του περιθωρίου ευστάθειας** με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα:

$$\frac{x_{NP}}{\bar{c}} - \frac{x_{cg}}{\bar{c}}$$

- Η θέση του κέντρου βάρους, όπου η έκφραση  $(m_q z_w - m_w U_e)$  αλλάζει πρόσημο, ονομάζεται σημείο ελιγμού με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα (controls fixed manoeuvre point) και αποτελεί αντίστοιχα ένα μέτρο του περιθωρίου ελιγμών με τα χειριστήρια σταθεροποιημένα (controls fixed manoeuvre margin).

# Εφαρμογή: Pitch Damper (Mc Donnell F-4)



Σύστημα επαύξησης της διαμήκους ευστάθειας και απόσβεσης της μικρής περιόδου με ανάδραση του ρυθμού πρόνευσης  $q$ .

## Εγκατάσταση – Δυναμική αεροσκάφους

- Συνάρτηση μεταφοράς του ρυθμού πρόνευσης ως προς το πηδάλιο ανόδου-καθόδου (προσέγγιση μικρής περιόδου):

$$G_{\text{plant}} = \frac{q(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-4.8884(s + 0.266)}{s^2 + 0.7264 \cdot s + 2.003} = K_{\text{plant}} \frac{N_{\text{plant}}}{D_{\text{plant}}}$$

- Πόλοι χαρακτηριστικής εξίσωσης  $\Delta(s) \equiv s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2$ :

$$\omega_s = 1.415 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \zeta_s = 0.257$$

$$p_{1,2} = -\zeta_s\omega_s \pm j\omega_s\sqrt{1 - \zeta_s^2} = -0.363 \pm j1.368$$

## Pitch Damper (Mc Donnell F-4)

- **Επενεργητής (actuator):** ΣΜ επενεργητή πηδαλίου ανόδου-καθόδου:

$$G_{\text{act}}(s) = \frac{K_{\text{act}}\lambda}{s + \lambda} = K_{\text{act}} \frac{N_{\text{act}}}{D_{\text{act}}}$$

- **Ανάδραση:** Ο ρυθμός πρόνευσης  $q$  μετράται με γυροσκοπιο ρυθμού - θεωρείται ως ένα απλό κέρδος:

$$G_{\text{rg}}(s) = K_q > 0$$

Υποθέτοντας δεδομένο κέρδος γυροσκοπίου, θετικό και σταθερό, η τοποθέτηση των επιθυμητών πόλων γίνεται επιλέγοντας τον κατάλληλο τύπο και κέρδος του κατευθυντή.

**Υπενθύμιση:** Η πρόνευση  $\theta$  και ο ρυθμός πρόνευσης  $q$ , ορίστηκαν εξαρχής ως θετικά για αρνητική εκτροπή (γωνία) του πηδαλίου ανόδου-καθόδου.

# Επιθυμητά χαρακτηριστικά μικρής περιόδου

- Ζεύγος τιμών χαρακτηριστικών μικρής περιόδου, από κριτήριο αποτυπώματος του αντίχειρα (Κεφ.7), για ικανοποιητικά χαρακτηριστικά πτήσης και ευκολίας χειρισμού:

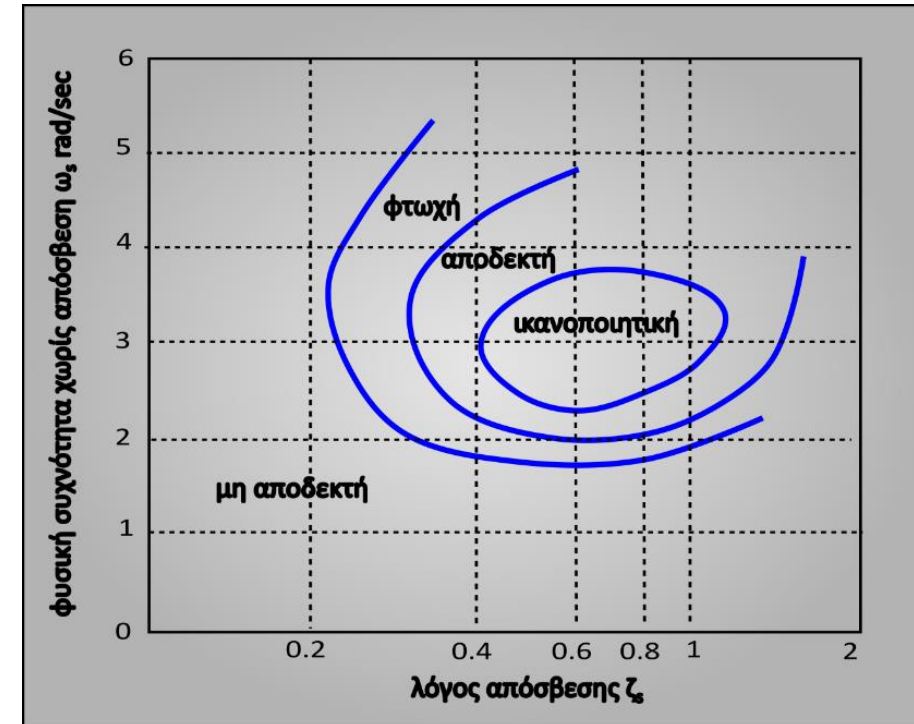
$$\omega_s \approx 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad \zeta_s \approx 0,6$$

⇒ Αντιστοιχούν στους κυρίαρχους, συζυγείς, μιγαδικούς πόλους:

$$p'_{1,2} \approx -1.8 \pm 2.4i$$

- Επιθυμητή χαρακτηριστική εξίσωση με πόλους  $p'_{1,2}$ :

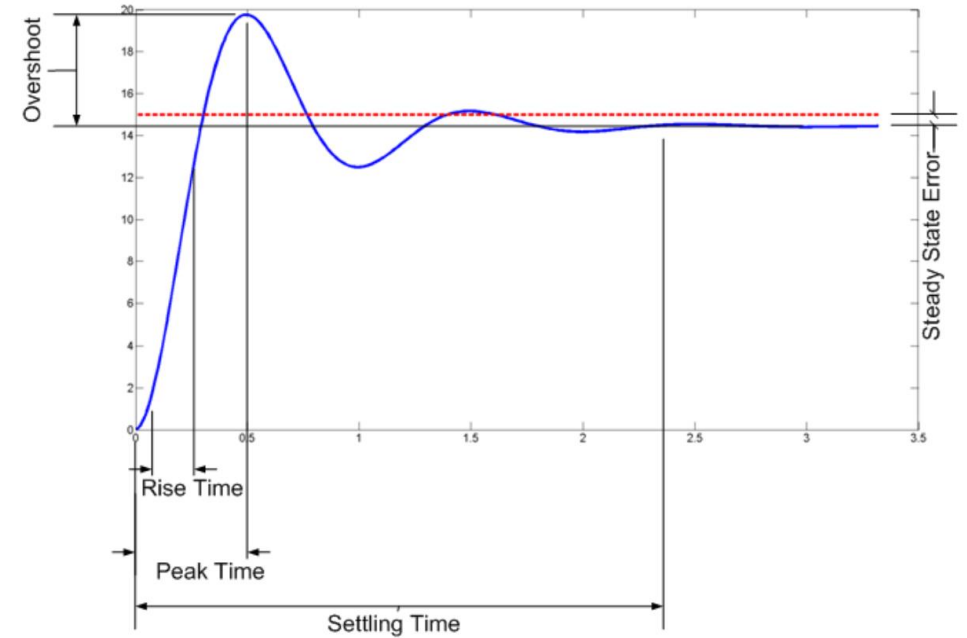
$$(s^2 + 3.6s + 9) = 0$$



# Χαρακτηριστικά απόδοσης – Σύστημα 2<sup>ης</sup> τάξης

## ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΕΙΣΟΔΟ

- **Overshoot (%)**: Υπερακρόντιση
- **Peak time ( $t_p$ )**: Χρόνος μέχρι την μέγιστη τιμή.
- **Rise time ( $t_r$ )**: Χρόνος από το 10% στο 90% της τελικής τιμής.
- **Settling time ( $t_s$ )**: Χρόνος μέχρι η απόκριση να περιοριστεί  $\pm x\%$  από την τελική τιμή.
- **Steady-state error ( $e_{ss}$ )**: Σφάλμα μόνιμης κατάστασης σε σχέση με την τιμή εισόδου.



Για  $0 < \zeta < 1$ :

- Overshoot (%):  $100 \times \exp\left\{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right\}$
- Peak time ( $t_p$ ):  $t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$



# ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΗΣ (CONTROLLER)

## PID Controllers – Νόμος ελέγχου:

Μπορεί να είναι, αναλογικός-διαφορικός «PD» (Proportional-Derivative), ή αναλογικός-ολοκληρωτικός-διαφορικός «PID» (Proportional-Integral-Derivative):

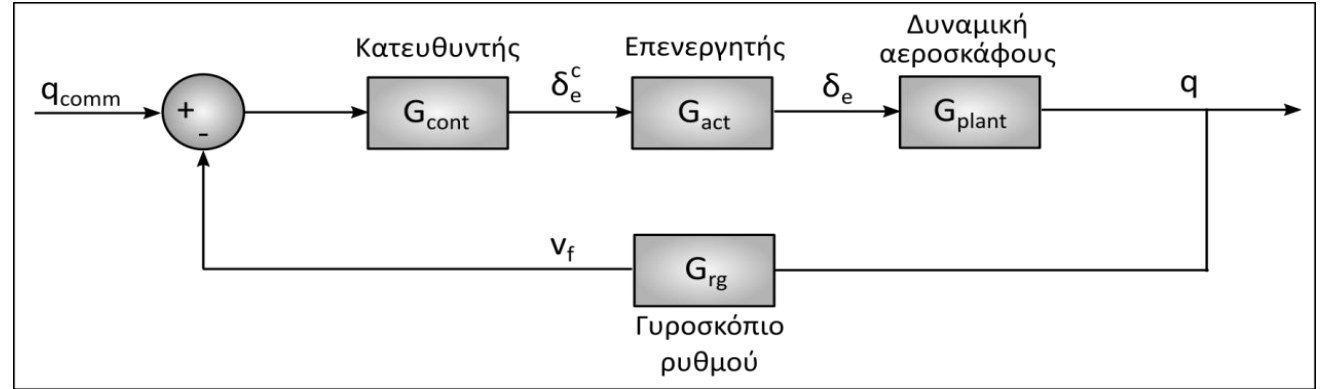
$$G_{\text{cont}}(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

$$\delta_c(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Απλούστερη περίπτωση ( $K_I = K_D = 0$ ) - αναλογικός «P» (Proportional):

$$G_{\text{cont}}(s) = K_P = K_{\text{cont}}$$

# Pitch Damper – ΣΜ κλειστού βρόχου



Σύστημα επαύξησης της διαμήκους ευστάθειας και απόσβεσης της μικρής περιόδου με ανάδραση του ρυθμού πρόνευσης  $q$ .

- ΣΜ του κλειστού βρόχου:

$$G_{CL} = \frac{q(s)}{q_{comm}(s)} = \frac{G_{cont}(s)G_{act}(s)G_{plant}(s)}{1 + G_{cont}(s)G_{act}(s)G_{plant}(s)G_{rg}(s)}$$

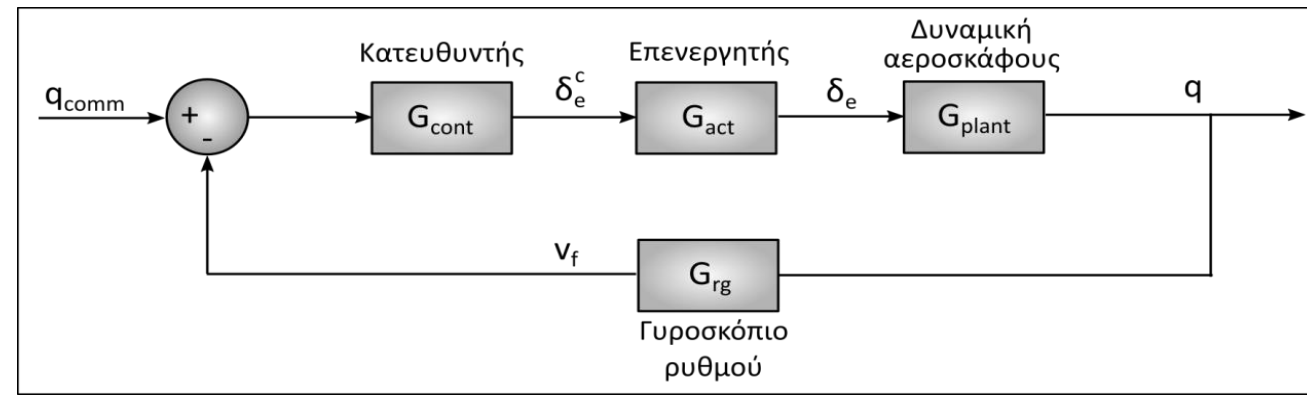
- Χαρακτηριστική εξίσωση:

$$\Delta(s) = 1 + K_{cont}K_{act} \frac{N_{act}}{D_{act}} K_{plant} \frac{N_{plant}}{D_{plant}} K_q = 0$$

$$\Rightarrow (s + \lambda)(s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2) + K_{cont}K_q K_{act} \lambda K_{plant}(s - z_1) =$$

3ου βαθμού – Δύσκολος και αχρηαστος υπολογισμός του κερδους μεσω των ριζών

# ΚΕΡΔΟΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΗ



*Σύστημα επαύξησης της διαμήκουσ ευστάθειας και απόσβεσης της μικρής περιόδου με ανάδραση του ρυθμού πρόνευσης  $q$ .*

- ΣΜ ανοιχτού βρόχου:

$$G_{OL} = G_{cont}(s)G_{act}(s)G_{plant}(s)G_{rg}(s)$$

- Συνθήκη μέτρου  $|G_{OL}| = 1$  - Κέρδος ανοιχτού βρόχου με τους επιθυμητούς πόλους:

$$K_{OL} = \frac{|s - \lambda||s - p'_1||s - p'_2|}{|s - z_1|} = |K_{cont}K_qK_{act}\lambda K_{plant}|$$

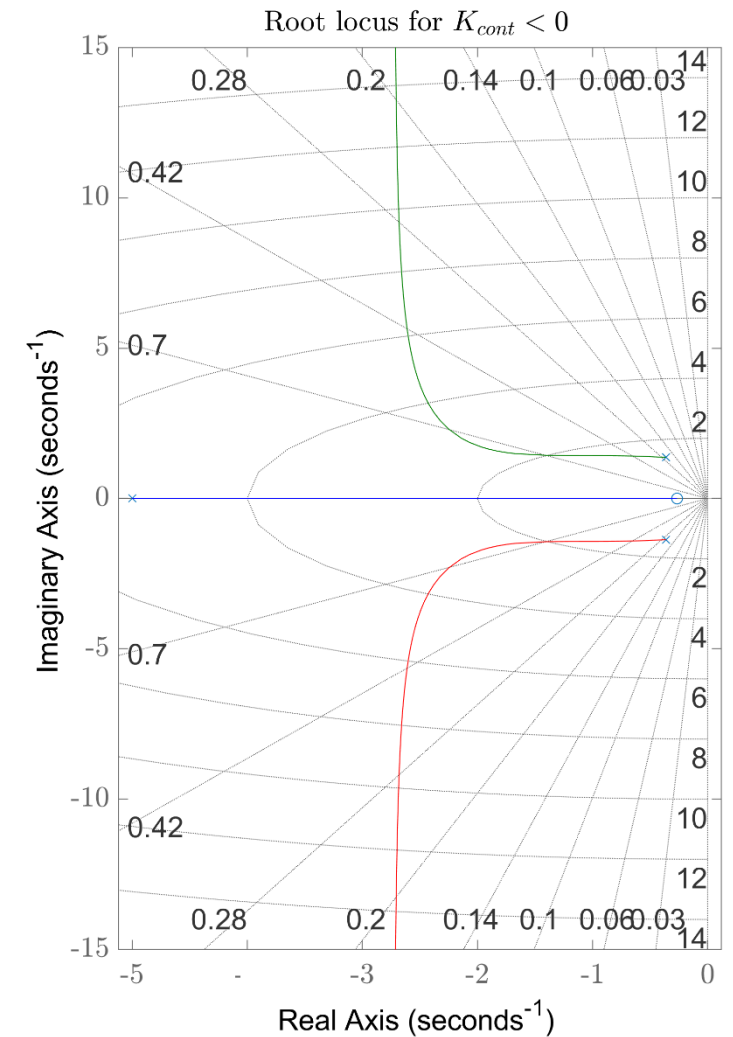
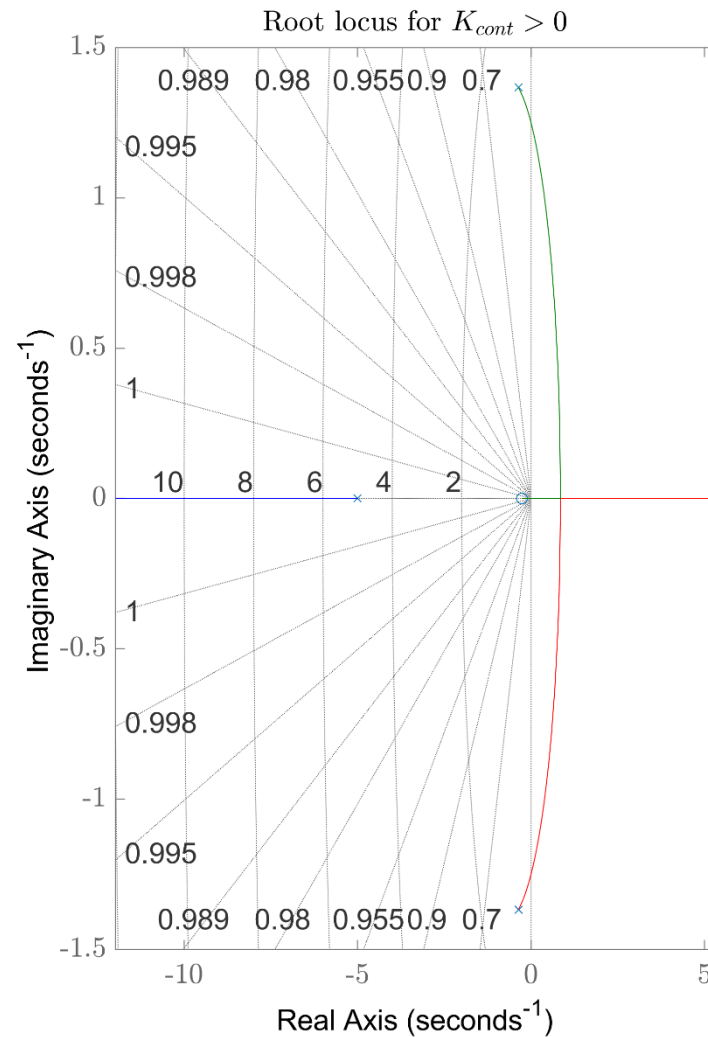
- Αρχική εκτίμηση κέρδους κατευθυντή:

Μιγαδική μεταβλητή  $s = j\omega$  - Για συγκεκριμένη συχνότητα  $\omega$  :

$$K_{cont}(\omega) = \pm \frac{1}{|K_qK_{act}\lambda K_{plant}|} \frac{|j\omega - \lambda||j\omega - p_1||j\omega - p_2|}{|j\omega - z_1|}$$

# Τόπος ριζών Pitch Damper

- Πόλοι στο δεξί ημιεπίπεδο:  
 $\zeta < 0 \Rightarrow$  Αστάθεια
- Για να είναι ευσταθές το σύστημα, το κέρδος του κατευθυντή πρέπει να είναι αρνητικό.
- Παρατηρώντας τις καμπύλες σταθερού  $\omega$  και σταθερού  $\zeta$ , προσδιορίζεται η επιθυμητή περιοχή μετακίνησης των πόλων μέσω του κέρδους.

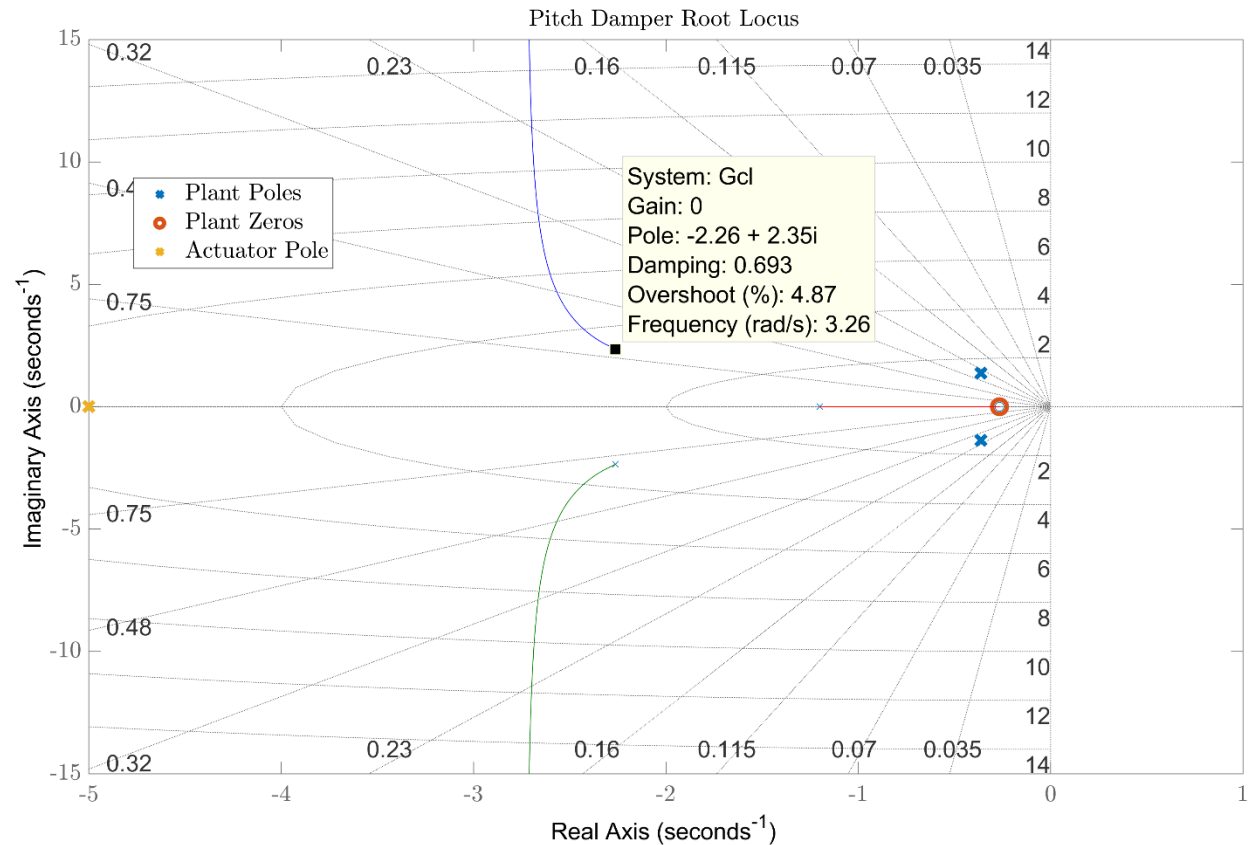


Μόρφη τόπου ριζών για αρνητικό και θετικό κέρδος του κατευθυντή.

# Τόπος ριζών Pitch Damper

$$G_{\text{cont}}(s) = K_{\text{cont}} = -0.428 \quad G_{\text{act}}(s) = \frac{5}{s + 5} \quad G_{\text{rg}}(s) = K_q = 1$$

- Παρατηρείται η μετατόπιση των κυρίαρχων πόλων για το συγκεκριμένο κέρδος του κατευθυντή.
- Το  $K_{\text{cont}}$  μπορεί να ρυθμιστεί περαιτέρω μετά την αρχική εκτίμηση, αν κριθεί απαραίτητο.
- Το σύστημα έχει σημαντικά περιθώρια κέρδους.



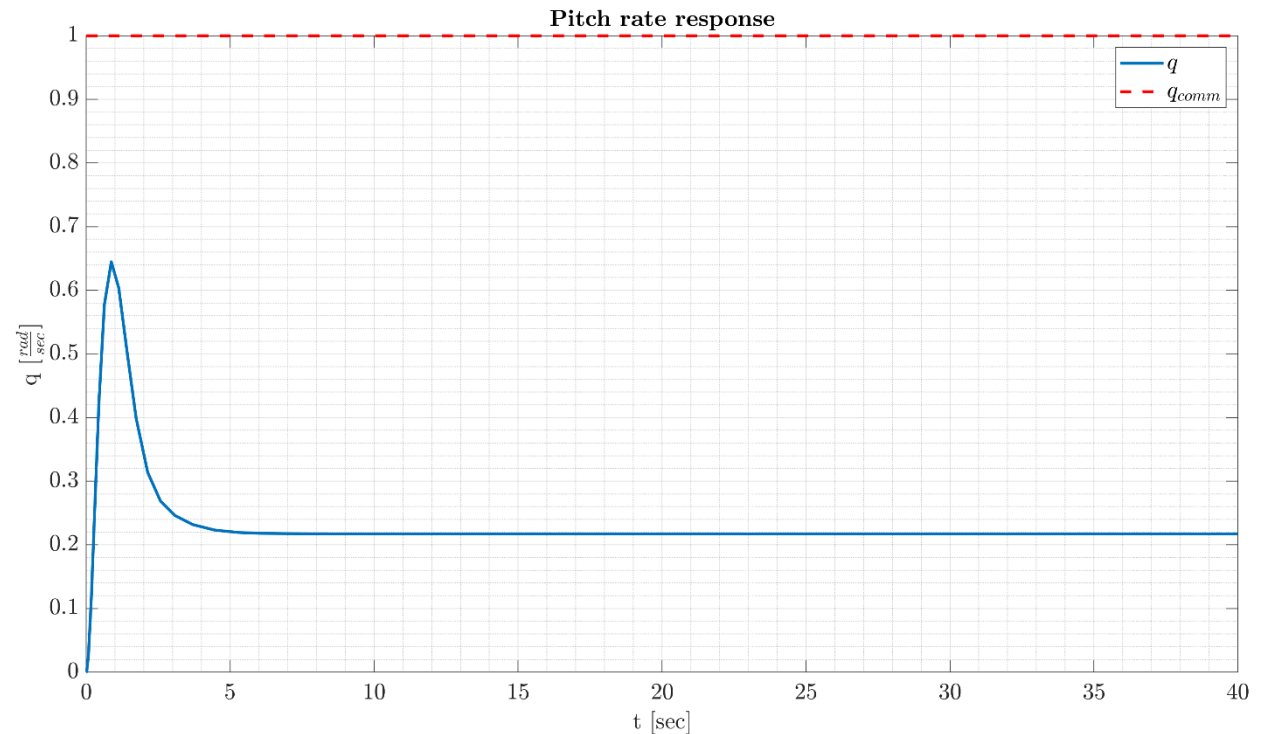
Τόπος ριζών Pitch Damper. Σημειώνονται οι αρχικοί πόλοι και μηδενιστές της εγκατάστασης και του επενεργητή.

# Χρονική Απόκριση Pitch Damper

- Παρατηρείται σημαντικό σφάλμα μεταξύ εισόδου ( $q_{comm}$ ) και εξόδου ( $q$ ).
- Μπορεί να διορθωθεί αυξάνοντας το κέρδος του κατευθυντή (όμως μείωση απόσβεσης, έντονα ταλαντωτική μεταβατική απόκριση, πιθανότητα αστάθειας) ή με την χρήση PI κατευθυντή.

Στην προκειμένη περίπτωση δεν είναι απαραίτητο:

- Το Pitch Damper δεν χρησιμοποιεί ως αυτόνομο κύκλωμα αλλά ως εσωτερικός βρόχος σε αυτόματους πιλότους π.χ. διατήρησης πρόνευσης.
- Εφόσον παρέχει τα επιθυμητά δυναμικά χαρακτηριστικά μικρής περιόδου είναι κατάλληλο για τον αυτόματο πιλότο.

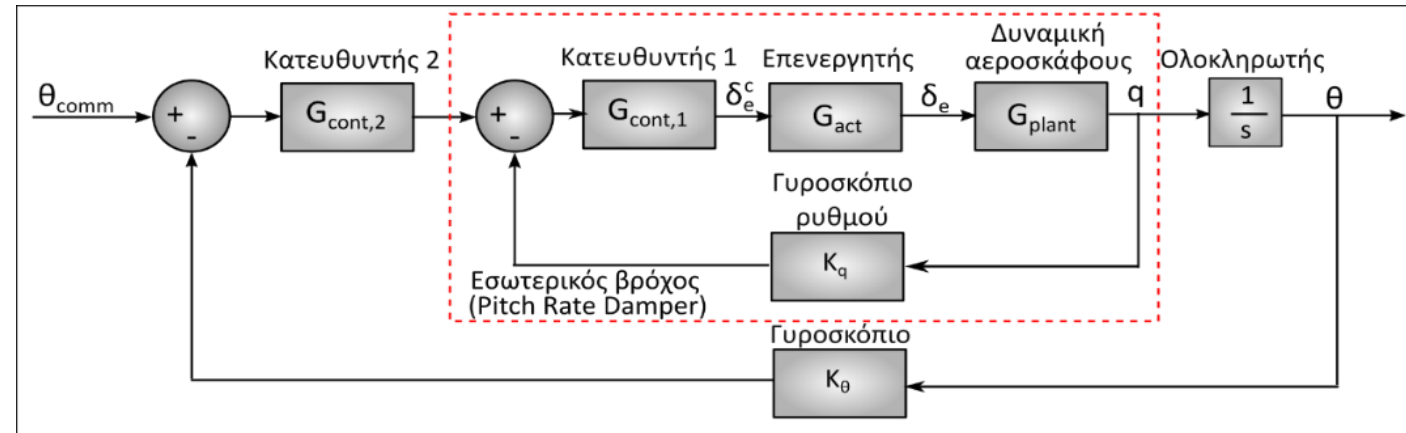


Χρονική απόκριση Pitch Damper σε είσοδο βαθμίδας (step).

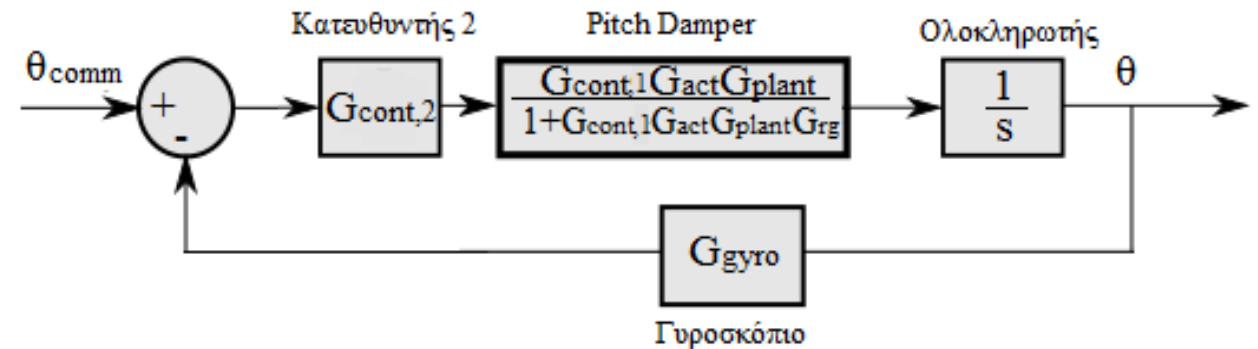
# ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΠΙΛΟΤΟΣ ΠΡΟΝΕΥΣΗΣ

Θεωρείται σύστημα με αρνητική ανάδραση της γωνίας πρόνευσης  $\theta$  στο πηδάλιο ανόδου-καθόδου.

- Προσθέτοντας ένα Pitch Damper ως εσωτερικό βρόχο:



- Το δομικό διάγραμμα απλοποιείται ως:



# Αυτόματος Πιλότος Πρόνευσης

- Η γωνία  $\theta$  λαμβάνεται ολοκληρώνοντας το σήμα που εξέρχεται από τη ΣΜ του ρυθμού πρόνευσης  $q$ , όπως προκύπτει από το μοντέλο της μικρής περιόδου.

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1}{s} \frac{q(s)}{\delta_e(s)}$$

- Το γυροσιόπιο παρίσταται επίσης ως ένα απλό κέρδος:  $G_{\text{gyro}}(s) = K_\theta > 0$

- ΣΜ εσωτερικού βρόχου (Pitch Damper):  $G_{\text{pd}} = \frac{N_{\text{pd}}(s)}{D_{\text{pd}}(s)}$

- ΣΜ του κλειστού βρόχου:  $\frac{\theta(s)}{\theta_{\text{comm}}(s)} = \frac{N_{\text{pd}}}{s \cdot D_{\text{pd}}(s) + N_{\text{pd}}(s) G_{\text{gyro}}(s) G_{\text{cont},2}(s)}$



# Αυτόματος Πιλότος Πρόνευσης

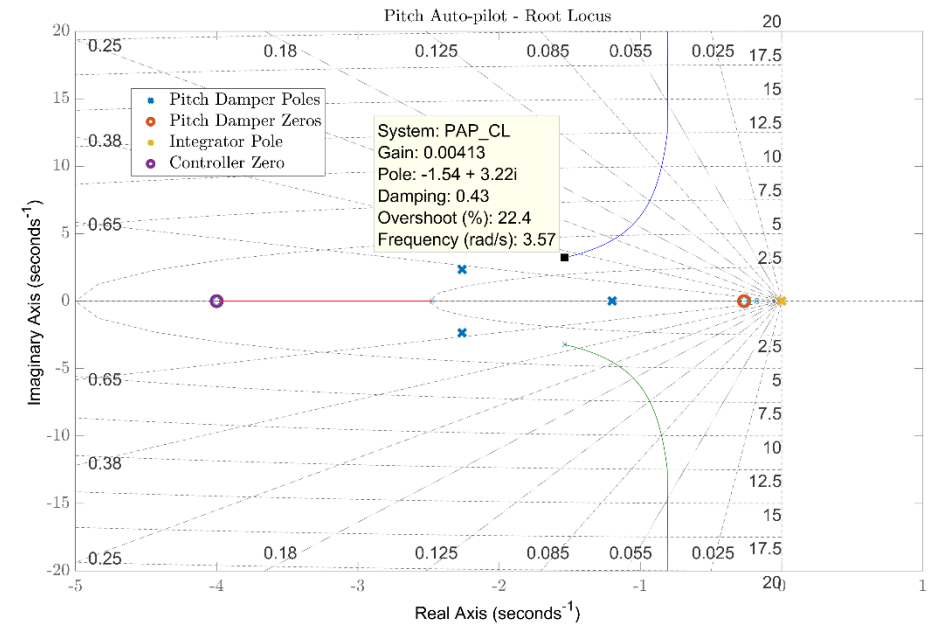
- Για να αντισταθμιστεί η επίδραση του πόλου που εισάγει ο ολοκληρωτής στην αρχή των αξόνων, ο κατευθυντής 2 πρέπει να είναι αναλογικός-διαφορικός (“PD”):

$$G_{\text{cont},2} \equiv K_P + K_D s = K_{\text{cont},2}(1 + T_D s)$$

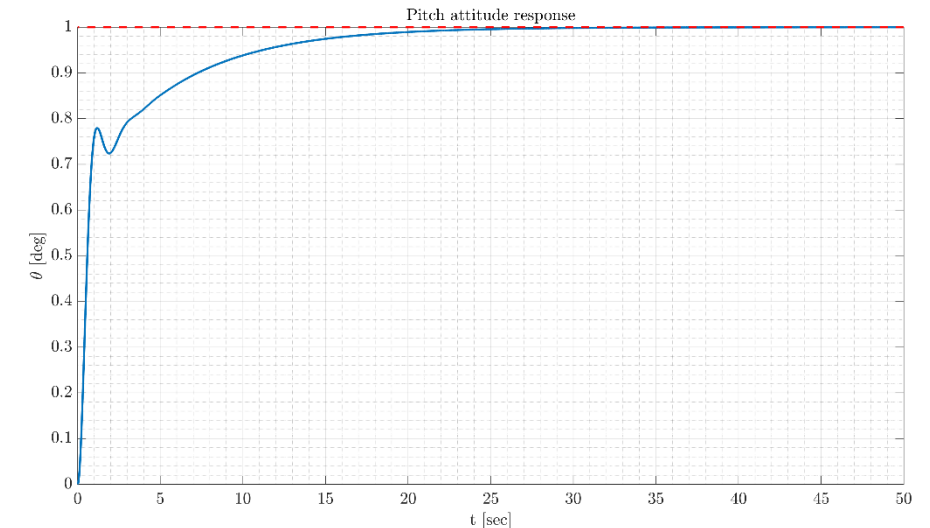
Δηλαδή, εισάγεται ένας μηδενιστής στον πραγματικό άξονα:

$$\sigma = -1/T_D$$

- Τα κέρδη του κατευθυντή 2 ρυθμίζονται ώστε:
  - Κυρίαρχοι πόλοι να αντιστοιχούν σε ικανοποιητικά χαρακτηριστικά μικρής περιόδου,
  - Η απόκριση να έχει την απαιτούμενη ταχύτητα και μεταβατικά χαρακτηριστικά.



Τόπος ριζών αυτόματου πιλότου πρόνευσης.

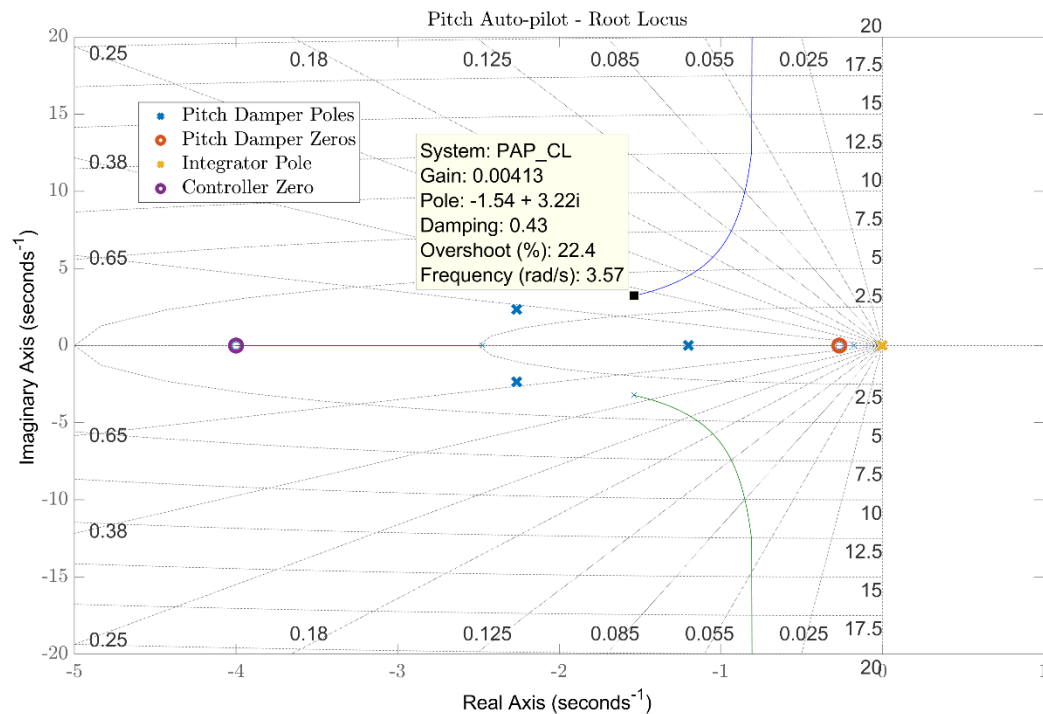


Απόκριση γωνίας  $\theta$  σε είσοδο  $\theta_{comm}$  μοναδιαίας βαθμίδας.

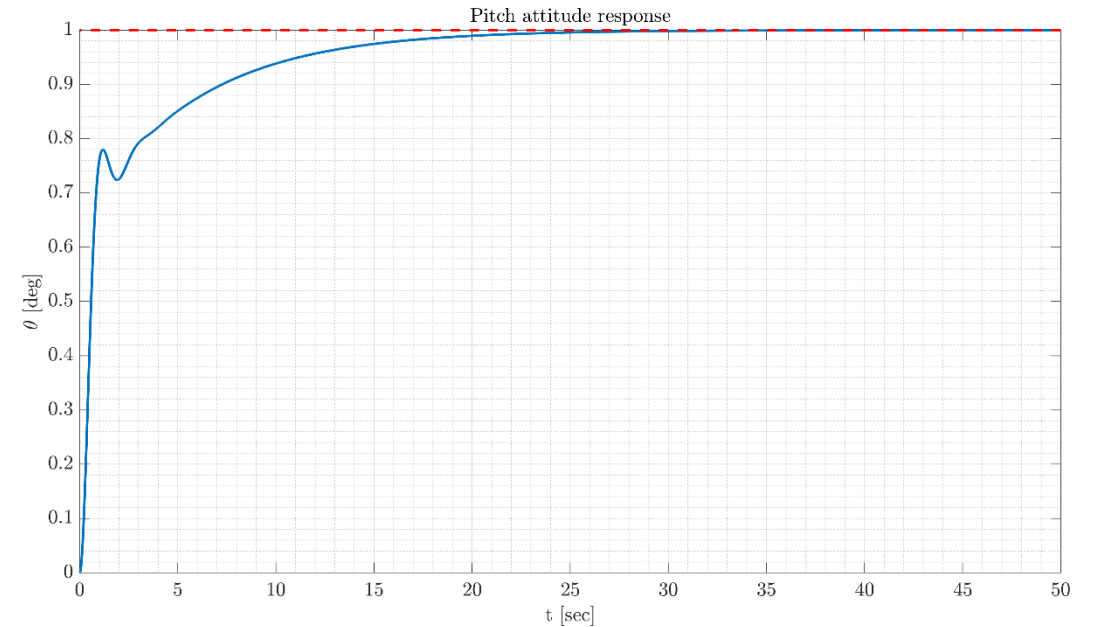
# Αυτόματος Πιλότος Πρόνευσης - Παράδειγμα

$$K_{\text{cont},2} = 2 \quad K_D = 0.5 \quad T_D = K_D/K_{\text{cont},2} = 0.25 \quad G_{\text{gyro}}(s) = K_\theta = 1$$

Οι υπόλοιπες συνιστώσες όπως είχαν καθοριστεί στο Pitch Damper προηγουμένως.



Τόπος ριζών αυτόματου πιλότου πρόνευσης.



Απόκριση γωνίας  $\theta$  σε είσοδο  $\theta_{comm}$  μοναδιαίας βαθμίδας.