ตารางที่ 6–17 อัลกอริทึมกฎการเรียนรู้เพอร์เซปตรอน

```
Algorithm: Perceptron-Learning-Rule

1. Initialize weights w_i of the perceptron.
2. UNTIL the termination condition is met DO
     2.1 FOR EACH training example DO
           - Input the example and compute the output.
           - Change the weights if the output from the
             perceptron is not equal to the target
             output using the following rule.
```

$$w_i \leftarrow w_i + \Delta w_i$$

$$\Delta w_i \leftarrow \alpha(t-o)x_i$$

```
             where t, o and α are the target output, the
             output from the perceptron and the learning
             rate, respectively.
```

การปรับน้ำหนักตามกฎการเรียนรู้เพอร์เซปตรอนโดยใช้อัตราการเรียนรู้ที่มีค่าน้อยเพียงพอ จะได้ระนาบหลายมิติที่จะลู่เข้าสู่ระนาบหนึ่งที่สามารถแบ่งข้อมูลออกเป็นสองส่วน (ในกรณีที่ข้อมูลสามารถแบ่งได้) เพื่ออธิบายผลที่เกิดจากการปรับค่าน้ำหนัก เราจะลองพิจารณาพฤติกรรมของกฎการเรียนรู้นี้ดูว่าทำไมการปรับน้ำหนักเช่นนี้จึงลู่เข้าสู่ระนาบที่แบ่งข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

- พิจารณากรณีแรกที่เพอร์เซปตรอนแยกตัวอย่างสอนตัวหนึ่งที่รับเข้ามาได้ถูกต้อง กรณีนี้จะพบว่า (t-o) จะมีค่าเป็น 0 ดังนั้น Δw_i ไม่เปลี่ยนแปลงเพราะ $\Delta w_i = \alpha(t\text{-}o)x_i$
- พิจารณาในกรณีที่เพอร์เซปตรอนให้เอาต์พุตเป็น –1 แต่เอาต์พุตเป้าหมายหรือค่าที่แท้จริงเท่ากับ 1 ในกรณีนี้หมายความว่าค่าที่เราต้องการคือ 1 แต่ค่าน้ำหนักไม่เหมาะสม ดังนั้นเพื่อที่จะทำให้เพอร์เซปตรอนให้เอาต์พุตเป็น 1 น้ำหนักต้องถูกปรับให้สามารถเพิ่มค่าของ $\vec{w}\cdot\vec{x}$ ในกรณีนี้หมายความว่าผลรวมเชิงเส้นน้อยเกินไปและน้อยกว่า 0 จึงได้เอาต์พุตเป็น -1 ดังนั้นสิ่งที่เราต้องการคือการเพิ่มค่าผลรวมเชิงเส้นเพราะถ้าเราเพิ่มค่าได้เรื่อยๆ จนมากกว่า 0 เพอร์เซปตรอนจะให้เอาต์พุตเป็น 1 ซึ่งตรงกับที่เราต้องการ พิจารณาดูดังต่อไปนี้ว่าการปรับค่าโดยกฎเรียนรู้ทำให้ผลรวมเชิงเส้นเพิ่มขึ้นได้อย่างไร กรณีนี้เราจะได้ว่า (t-o) เท่ากับ (1-(-1)) มีค่าเป็น 2 และลองพิจารณาค่าของอินพุต x_i แยกกรณีดังนี้

- ถ้า x_i > 0 จะได้ว่า Δw_i มากกว่า 0 เพราะว่า $\Delta w_i \leftarrow \alpha(t-o)x_i$ และ α มากกว่า 0, (t-o) = 2 และ x_i > 0 จากสมการการปรับน้ำหนัก $w_i \leftarrow w_i + \Delta w_i$ เมื่อ Δw_i มากกว่า 0 จะทำให้ w_i มีค่าเพิ่มขึ้นและ $\sum w_i x_i$ ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อผลรวมมีค่ามากขึ้นแสดงว่าการปรับไปในทิศทางที่ถูกต้องคือเมื่อปรับไปจนกระทั่งได้ผลรวมมากกว่า 0 จะทำให้เพอร์เซปตรอนเอาต์พุตได้ถูกต้องยิ่งขึ้น
- ถ้า x_i < 0 เราจะได้ว่า $\alpha(t-o)x_i$ จะมีค่าน้อยกว่า 0 แสดงว่า w_i ตัวที่คูณกับ x_i ที่น้อยกว่า 0 จะลดลงทำให้ $\sum w_i x_i$ เพิ่มขึ้นเหมือนเดิม เพราะ x_i เป็นค่าลบและ w_i มีค่าลดลง ในที่สุดก็จะทำให้เพอร์เซปตรอนให้เอาต์พุตได้ถูกต้องยิ่งขึ้น

- ในกรณีที่เพอร์เซปตรอนให้เอาต์พุตเป็น 1 แต่เอาต์พุตเป้าหมายหรือค่าที่แท้จริงเท่ากับ -1 จะได้ว่า w_i ของ x_i ที่เป็นค่าบวกจะลดลง ส่วน w_i ของ x_i ที่เป็นค่าลบจะเพิ่มขึ้นและทำให้การปรับเป็นไปในทิศทางที่ถูกต้องเช่นเดียวกับในกรณีแรก

6.7.2 ตัวอย่างการเรียนฟังก์ชัน AND และ XOR ด้วยกฎเรียนรู้เพอร์เซปตรอน

พิจารณาตัวอย่างการเรียนรู้ของเพอร์เซปตรอนโดยจะให้เรียนรู้ฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชัน ฟังก์ชันแรกคือฟังก์ชัน AND แสดงใน ตารางที่ 6–18 ในกรณีนี้เราใช้ฟังก์ชันไบนารีเป็นฟังก์ชันกระตุ้น

x y

ตารางที่ 6–18 ฟังก์ชัน AND(x1,x2)

x_1	x_2	เอาต์พุตเป้าหมาย
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$T \wedge T \equiv T$
$T \wedge F \equiv F$
$F \wedge T \equiv F$
$F \wedge F \equiv F$

ฟังก์ชัน AND ตามตารางด้านบนนี้จะให้ค่าที่เป็นจริงก็ต่อเมื่อ x1 และ x2 เป็นจริงทั้งคู่ (ดูที่สดมภ์เอาต์พุตเป้าหมาย) ผลการใช้กฎการเรียนรู้เพอร์เซปตรอนกับฟังก์ชัน AND แสดงใน ตารางที่ 6–19

ตารางที่ 6–19 ผลการเรียนรู้ฟังก์ชัน AND โดยกฎการเรียนรู้เพอร์เซปตรอน

Perceptron Learning Example - Function AND											
							Alpha =	0.5			
		Bias Input x0=+1									
Input	Input				Net Sum	Target	Actual	Alpha*	Weight Values		
x1	x2	1.0*w0	x1*w1	x2*w2	Input	Output	Output	Error	w0	w1	w2
									0.1	0.1	0.1
0	0	0.10	0.00	0.00	0.10	0	1	-0.50	-0.40	0.10	0.10
0	1	-0.40	0.00	0.10	-0.30	0	0	0.00	-0.40	0.10	0.10
1	0	-0.40	0.10	0.00	-0.30	0	0	0.00	-0.40	0.10	0.10
1	1	-0.40	0.10	0.10	-0.20	1	0	0.50	0.10	0.60	0.60
0	0	0.10	0.00	0.00	0.10	0	1	-0.50	-0.40	0.60	0.60
0	1	-0.40	0.00	0.60	0.20	0	1	-0.50	-0.90	0.60	0.10
1	0	-0.90	0.60	0.00	-0.30	0	0	0.00	-0.90	0.60	0.10
1	1	-0.90	0.60	0.10	-0.20	1	0	0.50	-0.40	1.10	0.60
0	0	-0.40	0.00	0.00	-0.40	0	0	0.00	-0.40	1.10	0.60
0	1	-0.40	0.00	0.60	0.20	0	1	-0.50	-0.90	1.10	0.10
1	0	-0.90	1.10	0.00	0.20	0	1	-0.50	-1.40	0.60	0.10
1	1	-1.40	0.60	0.10	-0.70	1	0	0.50	-0.90	1.10	0.60
0	0	-0.90	0.00	0.00	-0.90	0	0	0.00	-0.90	1.10	0.60
0	1	-0.90	0.00	0.60	-0.30	0	0	0.00	-0.90	1.10	0.60
1	0	-0.90	1.10	0.00	0.20	0	1	-0.50	-1.40	0.60	0.60
1	1	-1.40	0.60	0.60	-0.20	1	0	0.50	-0.90	1.10	1.10
0	0	-0.90	0.00	0.00	-0.90	0	0	0.00	-0.90	1.10	1.10
0	1	-0.90	0.00	1.10	0.20	0	1	-0.50	-1.40	1.10	0.60
1	0	-1.40	1.10	0.00	-0.30	0	0	0.00	-1.40	1.10	0.60
1	1	-1.40	1.10	0.60	0.30	1	1	0.00	-1.40	1.10	0.60
0	0	-1.40	0.00	0.00	-1.40	0	0	0.00	-1.40	1.10	0.60
0	1	-1.40	0.00	0.60	-0.80	0	0	0.00	-1.40	1.10	0.60
1	0	-1.40	1.10	0.00	-0.30	0	0	0.00	-1.40	1.10	0.60
1	1	-1.40	1.10	0.60	0.30	1	1	0.00	-1.40	1.10	0.60

ขั้นตอนแรกเริ่มจากการสุ่มค่า w_0 จนถึง w_2 ในที่นี้กำหนดให้เป็น 0.1 ทั้งสามตัว จากนั้นก็เริ่มป้อนตัวอย่างเข้าไป (ทีละแถว) ตัวอย่างแรกได้ผลรวมเชิงเส้น (Net Sum) เป็น 0.10 ซึ่งมากกว่า 0 ดังนั้นเปอร์เซปตรอนจะให้เอาต์พุตจริง (Actual Output) ออกมาเป็น 1 ซึ่งผิด เพราะเอาต์พุตเป้าหมาย (Target Output) จะต้องได้เป็น 0 ทำให้อัตราการเรียนรู้คูณค่าผิดพลาด (Alpha x Error) ได้ –0.50 หลังจากนี้ก็นำไปปรับน้ำหนักตาม $w_i \leftarrow w_i + \Delta w_i$ และ $\Delta w_i \leftarrow \alpha(t-o)x_i$ ดังนั้นจะได้เป็น $w_0 \leftarrow w_0 + \alpha(t-o)x_0$ = w_0 + 0.50(-1) x 1 = 0.10 + (-0.5) = -0.4 ต่อไปก็ปรับค่า w_1 ในทำนองเดียวกัน $w_1 \leftarrow w_1 + \alpha(t-o)x_1$ = w_1 + 0.50(-1) x 0 ดังนั้น w_1 จะเท่ากับ 0.10 คือไม่เปลี่ยนแปลง เช่นเดียวกับ w_2 ที่ไม่เปลี่ยนแปลง จะเห็นได้ว่าแม้มีค่าผิดพลาดแต่ไม่มีการปรับค่า w_1 และ w_2 เนื่องจากอินพุตที่ใส่เข้าไปเป็น 0 ทำ