Введем на плоскости систему координат так, чтобы первое звено ломаной было направлено вдоль оси Ox. Пусть α_k — ориентированный угол между $(k+1)$-м звеном ломаной и первым звеном ломаной (то есть осью Ox). Тогда $\alpha_0 = 0$, $\alpha_{k+1} = \alpha_k + \xi_{k+1}\alpha$, где ξ_k — случайная величина, принимающая с вероятностью $\frac{1}{2}$ значения ± 1. Отметим, что проекции на оси Ox и Oy k-го звена ломаной равны $\cos\alpha_{k-1}$ и $\sin\alpha_{k-1}$ соответственно. Тогда квадрат расстояния от начала ломаной до ее конца равен

$$L_n^2 = \left(\sum_{k=0}^{n-1} \cos\alpha_k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{n-1} \sin\alpha_k\right)^2.$$

Наша задача — найти математическое ожидание этой случайной величины. Имеем

$$M(\cos\alpha_k) = M(\cos(\alpha_{k-1} + \xi_k\alpha)) = M(\cos\alpha_{k-1}\cos(\xi_k\alpha) - \sin\alpha_{k-1}\sin(\xi_k\alpha)),$$
$$M(\sin\alpha_k) = M(\sin(\alpha_{k-1} + \xi_k\alpha)) = M(\sin\alpha_{k-1}\cos(\xi_k\alpha) + \cos\alpha_{k-1}\sin(\xi_k\alpha)).$$

Пользуясь тем, что $\sin\alpha_0 = 0$ и $\cos(\xi_k\alpha) = \cos\alpha$ (в силу нечетности косинуса), по индукции получаем, что

$$M(\cos\alpha_k) = \cos^k\alpha,$$
$$M(\sin\alpha_k) = 0.$$

Далее найдем математическое ожидание произведений. Пусть $m \geqslant k$. С помощью индукции по $(m-k)$ можно доказать, что

$$M(\cos\alpha_k \cdot \cos\alpha_m) = \cos^{m-k}\alpha \cdot M(\cos^2\alpha_k),$$
$$M(\sin\alpha_k \cdot \sin\alpha_m) = \cos^{m-k}\alpha \cdot M(\sin^2\alpha_k).$$

Следовательно

$$M(L_n^2) = M\left(\left(\sum_{k=0}^{n-1} \cos\alpha_k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{n-1} \sin\alpha_k\right)^2\right) =$$

$$= M(L_{n-1}^2) + M\left(\cos^2\alpha_n + \sin^2\alpha_n + 2\sum_{k=0}^{n-1}(\cos\alpha_n\cos\alpha_k + \sin\alpha_n\sin\alpha_k)\right) =$$

$$= M(L_{n-1}^2) + 1 + 2\sum_{k=0}^{n-1}\cos^{n-k}\alpha \cdot (M(\sin^2\alpha_k) + M(\cos^2\alpha_k)) =$$

$$= M(L_{n-1}^2) + 1 + 2\sum_{k=0}^{n-1}\cos^{n-k}\alpha = M(L_{n-1}^2) + 1 + 2\sum_{t=1}^{n}\cos^t\alpha =$$

$$= M(L_{n-1}^2) + 1 + 2\cos\alpha \cdot \frac{1-\cos^n\alpha}{1-\cos\alpha}.$$

Отсюда уже нетрудно получить ответ

$$M(L_n^2) = n \cdot \frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha} - 2\cos^2\alpha \cdot \frac{1-\cos^n\alpha}{(1-\cos\alpha)^2}.$$