

Так как A — симметричная и положительно определена, то она может быть представлена в виде $A = C^T C$. Поэтому

$$X^T C^T C X = (CX)^T CX = M^T M.$$

Отсюда, учитывая что $m_{ij} = \sum_{k=1}^n c_{ik} x_{kj}$, получаем:

$$\text{tr}(X^T C^T C X) = \sum_{i=1}^n m_{ii}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^n c_{ik} x_{ki} \right)^2,$$

то есть $\text{tr} > 0$ для любых X .