Докажите, что для произвольного $a_0 \in (0; 2\pi)$ последовательность, заданная условием

$$a_{n+1} = \int_{0}^{a_n} \left(1 + \frac{1}{4}\cos^{2n+1}t\right) dt,$$

имеет предел и найдите его.