

Пронумеруем бензоколонки по порядку начиная с произвольной. Пусть теперь  $g[i]$  — изменение количества топлива после заправки в  $i$ -ой бензоколонки и прохождения дороги после нее. Тогда если  $\sum_{i=1}^n g[i] < 0$  такой бензоколонки нет, поскольку в таком случае количество топлива в бензоколонках меньше, чем требуется для прохождения всех дорог. Покажем, что если  $\sum_{i=1}^n g[i] \geq 0$  такая бензоколонка существует всегда. Рассмотрим частичные суммы  $h[k] = \sum_{i=1}^k g[i]$ . Пусть минимальная частичная сумма достигается в индексе  $j$  и равна  $h[j]$ . Тогда если  $h[j] \geq 0$ , то задача решена. Если же нет — начнем движение с бензоколонки, следующей за  $j$ . В таком случае частичные суммы всегда неотрицательны, поскольку в противном случае  $j$  не был элементом, в котором достигается минимальная частичная сумма. Сложность по времени —  $O(n)$ .