

Преобразуем наше равенство:

$$XY = \lambda X + \mu Y \iff XY - \lambda X - \mu Y + \lambda\mu E = \lambda\mu E \iff (X - \lambda E)(Y - \mu E) = \lambda\mu E.$$

Поскольку  $\lambda, \mu \neq 0$ , сомножители левой части обратимы, и мы можем со-  
прячь обе части, к примеру, матрицей  $(X - \lambda E)$ :

$$(X - \lambda E)^{-1}(X - \lambda E)(Y - \mu E)(X - \lambda E) = \lambda\mu E \iff (Y - \mu E)(X - \lambda E) = \lambda\mu E.$$

Раскрывая скобки в левой части, получаем

$$YX = \lambda X + \mu Y = XY,$$

что и требовалось доказать.