Пусть $(\cdot,\cdot)$ — стандартное евклидово скалярное произведение

$$(u,v) = u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_nv_n.$$

Заметим, что $(v \cdot v^{\mathrm{T}})x = v \cdot v^{\mathrm{T}}x = (v,x)v$. Пространство V, на котором действует наш линейный оператор, раскладывается в прямую сумму $V =< v > \oplus < v >^{\perp}$. Нетрудно видеть, что оба слагаемых являются собственными подпространствами для $v \cdot v^{\mathrm{T}}$ с собственными значениями $|v|^2$ и 0 соответственно:

$$\begin{aligned} w = \lambda v \Rightarrow (v \cdot v^{\mathrm{T}})w = \lambda v \cdot (v^{\mathrm{T}}v) = |v|^2 \cdot \lambda v; \\ w \perp v \Rightarrow (v \cdot v^{\mathrm{T}})w = v \cdot (v^{\mathrm{T}}w) = (v,w)v = 0. \end{aligned}$$