

Рассмотрим функцию $\psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2^{\lfloor \log_2 k \rfloor}}} x^k$, где квадратные скобки означают целую часть числа. Найдите $\int_0^1 \psi(x) \psi'(x) dx$.