

Рассмотрим многочлен $a(x) = a_0x + \frac{a_1}{2}x^2 + \frac{a_2}{3}x^3 + \dots + \frac{a_n}{n+1}x^{n+1}$. Тогда $a(0) = 0$ и $a(1) = 0$, а значит по теореме Ролля $a'(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ равен нулю для некоторого x_0 из $(0, 1)$.