

Докажем по индукции, что $a_n \geq \frac{1}{n}$.
База индукции, $n = 1$.

$$a_1 \geq 1.$$

Переход: предположим, что

$$a_k \geq \frac{1}{k},$$

тогда

$$a_{k+1} = \sin(a_k) \geq \sin \frac{1}{k} \geq \frac{1}{k} - \frac{1}{6k^3} \geq \frac{1}{k+1},$$

что и требовалось доказать. Таким образом, ряд ограничен снизу гармоническим рядом, а значит, он расходится.