

Поскольку элементы столбцов блочной матрицы коммутируют, характеристическое уравнение можно представить в следующем виде:

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda E & -A \\ A & -\lambda E \end{pmatrix} = \det(A^2 + \lambda^2 E^2) = \det(A - i\lambda E) \det(A + i\lambda E) = 0$$

Видно, что уравнению удовлетворяют $2n$ чисел $\pm i\lambda$ — они и будут искомыми собственными значениями.