

Предположим, что такая непрерывная функция существует. Заметим, что в таком случае функция  $f(f(x))$  строго убывает. Из этого следует, что она биективна. Из биективности функции  $f(f(x))$  следует биективность функции  $f(x)$  (сюръективность и инъективность легко обосновываются по отдельности). Непрерывная биективная функция должна быть строго монотонной, а из строгой монотонности функции  $f(x)$  следует, что функция  $f(f(x))$  строго возрастает. Получили противоречие — значит, такой функции не существует.