Разобьем интервал интегрирования на n участков, на каждом из которых целая часть числа nx постоянна. Тогда

$$\int\limits_0^1 e^{\{nx\}} x^{2016} dx = \sum_{k=1}^{n} \int\limits_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} e^{nx} e^{1-k} x^{2016} dx.$$

Пусть функция $e^{nx}x^{2016}$ имеет первообразную $F(x)$. Тогда по формуле Ньютона-Лейбница получим

$$\sum_{k=1}^{n} \int\limits_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} e^{nx} e^{1-k} x^{2016} dx = (e-1)\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{e^k} F\left(\frac{k}{n}\right) + \frac{1}{e^n} F(1) - F(0).$$

Нетрудно понять, что $F(x)$ имеет вид $e^{nx}g(x) = e^{nx}\sum_{s=0}^{2016} A_s x^s$. Коэффициенты полинома $g(x)$ легко найти из выражения $F'(x) = e^{nx}x^{2016}$. Рекуррентно получим

$$A_{2016} = \frac{1}{n},$$

$$A_{2015} = \frac{-2016}{n^2},$$

$$A_{2014} = \frac{2015 \cdot 2016}{n^3},$$

$$\vdots$$

$$A_0 = \frac{1 \cdots 2016}{n^{2017}}.$$

Сразу заметим, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{e^n}F(1) = \lim\limits_{n\to\infty} F(0) = 0$. Далее запишем

$$(e-1)\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{e^k} F\left(\frac{k}{n}\right) = (e-1)\left(\frac{1}{n^{2017}}\sum_{k=1}^{n} k^{2016} - \frac{2016}{n^{2017}}\sum_{k=1}^{n} k^{2015} + \cdots + \frac{1 \cdots 2016}{n^{2017}}\sum_{k=1}^{n} k^0\right).$$

Поскольку $\sum\limits_{k=1}^{n} k^s$ — многочлен степени $s+1$, при $n \to \infty$ все члены суммы кроме первого стремятся к нулю. Итого

$$\lim_{n\to\infty}(e-1)\left(\frac{1}{n^{2017}}\sum_{k=1}^{n} k^{2016}\right) = \frac{e-1}{2017}.$$