Немного преобразуем выражение:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2^{m+i+1}} C_{m+i}^{i} + \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{2^{n+i+1}} C_{n+i}^{i} = \frac{1}{2^{m+n+1}} \left(\sum_{i=0}^{n} 2^{n-i} C_{m+i}^{i} + \sum_{i=0}^{m} 2^{m-i} C_{n+i}^{i} \right).$$

Знаменатель можно проинтерпретировать как количество последовательностей из 0 и 1 длины $m+n+1$. Пусть X – множество последовательностей, в которых хотя бы $n+1$ единица, а Y – множество последовательностей, в которых хотя бы $m+1$ ноль. Ясно, что $X \cap Y = \varnothing$, а $X \cup Y$ – множество всех последовательностей. Найдём мощность множества X. Пусть $(n+1)$-я единица стоит на месте с номером $n+1+i$, где $i \in \{0, \ldots, m\}$. Тогда первые $n+i$ членов последовательности полностью определяются выбором позиций, на которых стоят единицы (это можно сделать $C_{n+i}^{n} = C_{n+i}^{i}$ способами), а последние $n-i$ могут быть любыми, то есть их можно выбрать 2^{n-i} способами. Таким образом, число последовательностей, содержащих хотя бы $n+1$ единицу, равно $\sum\limits_{i=0}^{m} 2^{m-i} C_{n+i}^{i}$. Аналогично число последовательностей, содержащих хотя бы $m+1$ ноль, равно $\sum\limits_{i=0}^{n} 2^{n-i} C_{m+i}^{i}$. А поскольку каждая последовательность принадлежит к одному и только одному из этих видов, то мы делаем вывод, что

$$\sum_{i=0}^{n} 2^{n-i} C_{m+i}^{i} + \sum_{i=0}^{m} 2^{m-i} C_{n+i}^{i} = 2^{m+n+1}.$$

Таким образом,

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2^{m+i+1}} C_{m+i}^{i} + \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{2^{n+i+1}} C_{n+i}^{i} = 1.$$