

Разобьем интеграл на слагаемые:

$$\int_{\lambda}^a \frac{\cos x}{x} dx = \int_{\lambda}^a \frac{1}{x} dx + \int_{\lambda}^a \frac{\cos x - 1}{x} dx.$$

Для первого слагаемого имеем:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0+} \frac{1}{\ln \lambda} \int_{\lambda}^a \frac{1}{x} dx = -1.$$

Для второго слагаемого:

$$\left| \int_{\lambda}^a \frac{\cos x - 1}{x} dx \right| \leq \left| \int_0^a \frac{\cos x - 1}{x} dx \right|.$$

Подынтегральная функция непрерывна в нуле (так как $\cos x - 1 = O(x^2)$), поэтому интеграл конечен, откуда получаем:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0+} \frac{1}{\ln \lambda} \int_{\lambda}^a \frac{\cos x - 1}{x} dx = 0.$$

Поскольку оба предела существуют и конечны, предел суммы равен -1 .