

Проведем через точки  $C$  и  $D$  экватор. Тогда, очевидно, для выполнения условия задачи необходимо, чтобы точки  $A$  и  $B$  относительно этого экватора лежали в разных полусферах. Вероятность такого события равна  $\frac{1}{2}$ . Пусть теперь точка  $E$  – точка пересечения этого экватора и кратчайшей дуги, соединяющей точки  $A$  и  $B$ . Ясно, что ее вероятность равномерно распределена по экватору. Таким образом, задача свелась к нахождению вероятности того, что случайная точка  $E$  на окружности (экваторе), попадет в дугу  $CD$ :

$$p(E \in CD) = \int_0^{\pi} \frac{x}{2\pi} \frac{dx}{\pi} = \frac{1}{4}.$$

Тогда полная вероятность равна:

$$p(AB \cap CD) = \frac{1}{2}p(E \in CD) = \frac{1}{8}.$$