

Это тот редкий случай, когда решение проще записать в виде псевдокода.

FindBug(Node* root):

Если граф — дерево, то бракованное реле находится перед первой (от корня) не горящей лампочкой.

Если такого нет, отключаем все ребра графа. **Return.**

Отключаем все ребра, выходящие из **root**.

for (ребра **j**, выходящие из корня):

Включаем **j**

Его другой конец обозначим через **new_root**.

FindBug(new_root). Если успешно — **return**.

Выключаем **j**.

Важное замечание. После выхода из **FindBug** все ребра в обработанном подграфе оказываются отключены и не мешают в дальнейшем.

Оценим время работы алгоритма. Пусть S_n — максимальная сложность **FindBug** для графа с n ребрами. Пусть, далее, $j_1 \dots j_t$ — все ребра, выходящие из источника. В худшем случае нам пришлось включить и выключить каждое из ребер $j_1 \dots j_t$ и запустить процедуру **FindBug** для каждого из них.

Тогда

$$S_n \leq 2t + S_{k_1} + S_{k_2} + \dots + S_{k_t},$$

где $k_1 + k_2 + \dots + k_t = n - t$.

Нетрудно видеть, что $S_1 = S_2 = 0$, $S_3 = 1$. В любом случае, $S_m \leq 2m$ при $m = 1, 2, 3$.

Примем это за рабочую гипотезу. По индукции тогда можно заключить, что

$$\begin{aligned} S_n &\leq 2t + S_{k_1} + S_{k_2} + \dots + S_{k_t} \leq 2t + 2k_1 + 2k_2 + \dots + 2k_t \\ &= 2t + 2(k_1 + k_2 + \dots + k_t) = 2t + 2(n - t) = 2n, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.