

Заметим, что все маленькие кубики разбиваются на 4 группы:

1. кубики имеющие 3 белые грани, и находящиеся в углах большого куба, их в точности 8 штук;
2. кубики, имеющие 2 белые грани и находящиеся между кубиками 1 типа, их количество равно 12;
3. кубики с 1 белой гранью, находящиеся в центрах граней большого куба, их 6 штук;
4. кубик, у которого все грани черные, он находится в центре большого куба.

Теперь аккуратно посчитаем количество вариантов, при которых все грани куба будут белыми. Фиксируем верхнюю грань большого куба - 6 способов, при каждой фиксации 4 различных способа расположения боковых граней, таким образом для каждой конкретной комбинации кубиков, при которой они образуют белый куб, существует 24 способа их перестановок. Для каждой группы количество равно количеству перестановок внутри группы умножить на количество поворотов кубика, и оно равно:

1. $8! \cdot 3^8$ - кубик можно вращать вокруг диагонали;
2. $12! \cdot 2^{12}$ - два варианта расположения белых граней;
3. $6! \cdot 4^6$ - при фиксации белой грани существует 4 варианта расположения;
4. 1.

Всего возможных комбинаций кубиков равно $27! \cdot 27! \cdot 24^{27}$: $27!$ - способов выбрать маленький кубик, $27!$ способов его расположения в большом и 24 способа расположения каждого кубика при его фиксации в большом. Таким образом, требуемая вероятность равна:

$$\frac{24 \cdot (8! \cdot 3^8) \cdot (12! \cdot 2^{12}) \cdot (6! \cdot 4^6) \cdot 1}{27! \cdot 27! \cdot 24^{27}}$$