Заметим, что

$$\int\limits_0^{2\pi} (\sin x)^n dx = -\int\limits_0^{2\pi} (\sin x)^{n-1} d(\cos x) = (n-1)\int\limits_0^{2\pi} (\cos x)^2 (\sin x)^{n-2} dx.$$

Используя основное тригонометрическое тождество, получаем

$$\int\limits_0^{2\pi} (\sin x)^n dx = \frac{n-1}{n}\int\limits_0^{2\pi} (\sin x)^{n-2} dx.$$

Тогда

$$\int\limits_0^{2\pi} (\sin x)^8 dx = 2\pi \prod_{\substack{k=2\\ k+=2}}^{8} \frac{k-1}{k} = \frac{35\pi}{64}.$$