

Заметим, что

$$\int_0^{2\pi} (\sin x)^n dx = - \int_0^{2\pi} (\sin x)^{n-1} d(\cos x) = (n-1) \int_0^{2\pi} (\cos x)^2 (\sin x)^{n-2}.$$

Используя основное тригонометрическое тождество, получаем

$$\int_0^{2\pi} (\sin x)^n dx = \frac{n-1}{n} \int_0^{2\pi} (\sin x)^{n-2} dx.$$

Тогда

$$\int_0^{2\pi} (\sin x)^8 dx = 2\pi \prod_{\substack{k=2 \\ k+=2}}^8 \frac{k-1}{k} = \frac{35\pi}{64}.$$