

Обозначим через  $M(k)$  математическое ожидание числа бросков, требуемых для получения суммы, большей или равной  $n$ , при условии, что в начальный момент сумма была равна  $k$ .

Тогда имеем

$$M(n) = 0, M(n-1) = 1, M(n-2) = 1 + \frac{1}{n}M(n-1) = 1 + \frac{1}{n},$$

$$M(n-3) = 1 + \frac{1}{n}M(n-2) + \frac{1}{n}M(n-1) = 1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2},$$

$$M(n-4) = 1 + \frac{1}{n}M(n-3) + \frac{1}{n}M(n-2) + \frac{1}{n}M(n-1) = 1 + \frac{3}{n} + \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^3}.$$

Возникает гипотеза о том, что

$$M(n-k) = \sum_{i=1}^{k-1} C_{k-1}^i \frac{1}{n^i},$$

которая проверяется при помощи индукции.

Искомое математическое ожидание равно

$$M(0) = \sum_{i=1}^{n-1} C_{n-1}^i \frac{1}{n^i} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n-1}.$$