

1. Пусть A обратима. Тогда

$$\det(E - AB) = \det(A^{-1}) \det(E - AB) \det A = \det(E - BA).$$

2. Пусть A необратима. Тогда рассмотрим полином

$$P(x) = \det(E - (A - xE)B) - \det(E - B(A - xE)).$$

Если x не является собственным значением A , матрица $A - xE$ обратима, поэтому для таких x $P(x) = 0$. Получаем, что $P(x)$ — полином конечной степени, имеющий бесконечное число корней, а значит, $P(x) \equiv 0$.