Рассмотрим функцию $z = f(x,y)+100 = (x-6)^2+(y+8)^2$. Понятно, что эта функция достигает минимума и максимума в тех же точках, что и $f(x,y)$. Видно, что z постоянна на окружности с центром в точке $(6,-8)$ и увеличивается с увеличением радиуса окружности, поэтому минимум достигается в ближней точке касания этой окружности с окружностью $x^2+y^2=5^2$, а максимум — в дальней.
Заметим, что через точки касания окружностей проходит прямая, соединяющая центры окружностей. Поэтому, достаточно найти точки пересечения окружности $x^2+y^2=5^2$ с прямой $y=-\frac{8x}{6}$. Получим $(3,-4)$ и $(-3,4)$. Им соответствуют значения $z=25$ и $z=225$. Тогда $\min(f(x,y))=-75$, а $\max(f(x,y))=125$.