

Рассмотрим функцию от матрицы билинейной формы $f(X)$, которая возвращает максимальное собственное значение. Поскольку матрица симметрична, все собственные значения вещественны, а значит, функция определена для любой матрицы. В случае двумерного пространства понятно, что $f(X)$ является непрерывной как композиция непрерывных функций, образованных элементами матрицы. Теперь заметим, что $f(A) > 0$, а $f(B) < 0$. Тогда по теореме о промежуточных значениях непрерывной функции $\exists X_0 : f(X_0) = 0$. Поскольку у такой матрицы X_0 есть собственное значение 0 — эта матрица вырожденная.