

Воспользуемся формулой $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$. Вычтем из каждой строки матрицы предыдущую, а затем из каждого столбца предыдущий. Полученная матрица будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (C_{i+j-2}^{i-1})_{i,j=1}^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Продолжая рассуждение по индукции, убеждаемся, что определитель исходной матрицы равен единичной, то есть 1.