В задаче требуется найти число различных наборов a, b, c, d, e, f таких, что выполнено

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ b & c & a & e & f & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ a & b & c & d & e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что, например, утверждение $a = 1$ полностью задает весь цикл ($a = 1$, $b = 2$, $c = 3$). Подставляя другие значения a убеждаемся, что на местах a, b, c может быть либо циклическая перестановка $1, 2, 3$, либо циклическая перестановка $4, 5, 6$. Проведя аналогичные рассуждения для d, e, f получим, что число всех возможных наборов равно $2 \cdot 3^2 = 18$.
Примечание. Точно так же можно доказать и более общее утверждение. Если перестановка состоит из циклов, различные длины которых равны $n_1, n_2, \dots, n_k$ и каждая длина n_i встречается m_i раз, то число перестановок, которые с ней коммутируют, равно

$$\prod_{i=1}^{k} m_i! \, n_i^{m_i}.$$