Заметим, что цифры $1, 3, 4, 6, 7, 9$ при делении на 7 дают остатки $1, 3, 4, 6, 0$ и 2 соответственно, и среди всех возможных остатков в этом наборе нет 5. Представим, что в нашем наборе есть еще цифра 5, которая дает остаток 5 при делении на 7. Тогда количество 2014-значных чисел, составленных из этого набора и делящихся на 7, равно 7^{2013} (количеству всех 2013-значных чисел из этого набора). В самом деле, к любому 2013-значному числу из этого набора мы можем приписать в конце такую единственную цифру из набора, чтобы получившееся 2014-значное число делилось на 7.
Вернемся теперь к исходному набору. В этом случае количество 2014-значных чисел, составленных из этого набора и делящихся на 7, равно 6^{2013} за вычетом тех 2013-значных чисел, которым требуется дополняющий остаток 5. Очевидно, что такие 2013-значные числа должны давать остаток 3 при делении на 7 ($3 \cdot 10 \mod 7 = 2$, $2 + 7 \mod 7 = 0$).
Таким образом, задача сводится к нахождению всех 2013-значных чисел, составленных из данного набора, которые дают остаток 3 при делении на 7. Аналогично, количество таких чисел равно 6^{2012} за вычетом тех 2012-значных чисел, которым требуется дополняющий остаток 5. Такие числа должны давать остаток 4 при делении на 7 ($4 \cdot 10 \mod 7 = 5$, $5 + 5 \mod 7 = 3$), и задача снова сводится к нахождению уже 2012-значных чисел, которые дают остаток 4 при делении на 7.
Продолжая рассуждения по индукции, мы придем к задаче о количестве 1-значных чисел из набора, которые дают остаток 2 при делении на 7. Таких чисел, очевидно, 1.
Объединив все эти задачи, получим ответ на изначальный вопрос:

$$6^{2013} - 6^{2012} + \ldots + 6^1 - 1 = \frac{6^{2014} - 1}{7}.$$