Докажем по индукции, что $S_n=n$. База индукции, n=1. Тогда $S_1=1$. Переход: предположим, что $S_k=k$. Тогда

$$S_{k+1} = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+1}S_k + S_k = \frac{1+k+k(k+1)}{k+1} = k+1.$$