| Grupa lab.3 | Data wykonania<br>14.06.2024 | Inżynieria Obliczeniowa<br>2023/2024 |
|---|---|---|
| Temat ćwiczenia<br>**Rozwiązywanie równań nieliniowych - metoda bisekcji i fałszywej linii** | | |
| Imię i nazwisko<br>Karolina Kurowska | Ocena i uwagi | |

## Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodami numerycznymi rozwiązywania równań nieliniowych, w szczególności metodą bisekcji oraz metodą fałszywej linii. Ćwiczenie ma na celu napisanie programów, które wykorzystają te metody do znalezienia pierwiastków równań nieliniowych oraz porównanie uzyskanych wyników z wartościami dokładnymi.

## Wstęp:

Rozwiązywanie równań nieliniowych jest istotnym zagadnieniem w matematyce stosowanej i inżynierii. Metody numeryczne, takie jak metoda bisekcji i metoda fałszywej linii, pozwalają na efektywne znajdowanie przybliżonych rozwiązań równań, których analityczne rozwiązanie może być trudne lub niemożliwe do uzyskania.

### Metoda bisekcji:

Metoda bisekcji jest prostym i skutecznym sposobem znajdowania pierwiastków równań nieliniowych. Polega ona na iteracyjnym dzieleniu przedziału, w którym funkcja zmienia znak, na połowę i wybieraniu podprzedziału, w którym nadal zachodzi zmiana znaku. Algorytm kontynuuje, aż wartość funkcji w środku przedziału będzie dostatecznie bliska zero.

Założenia:

1. Funkcja $f(x)$jest ciągła na przedziale$[a, b]$
2. Na końcach przedziału [a,b][a, b][a,b] funkcja przyjmuje wartości o przeciwnych znakach, $f(a) \ * \ f(b) \ < \ 0$

Algorytm:

1. Oblicz $x0 = \frac{a+b}{2}$
2. Jeśli $|f(x0)| < \epsilon$, zakończ obliczenia (znaleziono przybliżone rozwiązanie).
3. W przeciwnym razie wybierz nowy przedział:
    - Jeśli $f(a) \ * \ f(b) \ < \ 0$, ustaw $b = x0$
    - W przeciwnym razie ustaw $a = x0$

## Metoda fałszywej linii (regula falsi):

Metoda fałszywej linii wykorzystuje prostą do iteracyjnego znajdowania przybliżenia pierwiastka funkcji. Na każdym kroku oblicza się nowy punkt jako punkt przecięcia prostej łączącej punkty $(a, f(a))$ i $(b, f(b))$ z osią $x$.

Algorytm:

1. Oblicz $x1 = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}$
2. Jeśli $f(x1) * f(a) < 0$, ustaw $b = x1$
   - W przeciwnym razie ustaw $a = x1$

## Implementacja ćwiczenia:

```
double f (double x) {
    return cos(pow(x, 3) - 2 * x);
}

double metoda_bisekcji (double a, double b, double blad) {
    double x_0;

    x_0 = ((a + b) / 2);

    while(abs (f (x_0)) > blad) {
        x_0 = ((a + b) / 2);
        cout << "x0: " << x_0 << "  f(x0): " << f (x_0) << endl;
        if ((f (a) * f (x_0)) < 0) {
            b = x_0;
        }
        else {
            a = x_0;
        }
    }

    return x_0;
}


double metoda_fal_lin (double a, double b, double tol) {
    double x1 = a - (f (a) * (b - a)) / (f (b) - f (a));
    while (abs (f (x1)) > tol) {
        x1 = a - (f (a) * (b - a)) / (f (b) - f (a));
        if (f (x1) * f (a) < 0) {
            b = x1;
        }
        else
        {
            a = x1;
        }
        cout << "Iteracja: x = " << x1 << ", f(x) = " << f(x1) << endl;
    }
    return x1;
}
```

```cpp
int main () {
    double a = 0.0;
    double b = 2.0;
    double blad = 0.01;

    //Metoda Bisekcji
    cout << "f(x) = cos(x^3 - 2x) = 0" << endl;
    cout << "Metoda Bisekcji: " << endl;
    cout << metoda_bisekcji (a, b, blad);

    cout << endl;

    //Metoda fałszywej linii
    cout << "Metoda falszywej linii: " << endl;
    cout << metoda_fal_lin (a, b, blad) << endl;


    return 0;
}
```

Wyniki:

```
f(x) = cos(x^3 - 2x) = 0
Metoda Bisekcji:
x0: 1  f(x0): 0.540302
x0: 1.5  f(x0): 0.930508
x0: 1.75  f(x0): -0.28459
x0: 1.625  f(x0): 0.505344
x0: 1.6875  f(x0): 0.139916
x0: 1.71875  f(x0): -0.0690108
x0: 1.70312  f(x0): 0.0368944
x0: 1.71094  f(x0): -0.0157676
x0: 1.70703  f(x0): 0.0106452
x0: 1.70898  f(x0): -0.00254184
1.70898
Metoda falszywej linii:
Iteracja: x = 1.20945, f(x) = 0.796233
Iteracja: x = 1.6436, f(x) = 0.405885
Iteracja: x = 1.78013, f(x) = -0.488113
Iteracja: x = 1.70559, f(x) = 0.0203818
Iteracja: x = 1.70857, f(x) = 0.000237577
1.70857
```

Wnioski:

Programy napisane zgodnie z zadaniami pozwalają na efektywne rozwiązywanie równań nieliniowych przy użyciu metod bisekcji oraz fałszywej linii. Obie metody są skuteczne, jednakże metoda bisekcji gwarantuje zmniejszanie przedziału poszukiwań w regularny sposób, co może być korzystne w przypadku równomiernej konwergencji. Z kolei metoda fałszywej linii może szybciej zbliżać się do pierwiastka, jeśli funkcja jest "dobrze ukształtowana" w danym przedziale. Porównanie wyników uzyskanych z obu metod z wartościami dokładnymi pokazuje, że obie metody mogą osiągnąć wysoką dokładność, pod warunkiem odpowiedniego wyboru przedziału początkowego oraz tolerancji błędu.