PONTIFÍCIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 — MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea N

25 de agosto de 2025

2º semestre 2025 - Profesores M. Arenas - A. Kozachinskiy - M. Romero

Benjamín Andrés Gómez Maturana - 23628839

Respuestas

Pregunta 1 — (a)

Mediante demostración semántica o tablas de verdad sabemos que:

$$(A \to B \equiv \neg A \vee B)$$

Lo cual indica qe estas dos expresiones son lógicamente equivalentes, por lo tanto:

$$(p \to (q \to (\neg r \vee s)))$$

$$(p \to (\neg q \vee (\neg r \vee s)))$$

$$(\neg p \vee (\neg q \vee (\neg r \vee s)))$$

Por lo tanto, y debido a la propiedad asociativa del conectivo V (OR) nos queda:

$$\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s$$

Por lo que se llega a una CNF, ya que la expresión anterior es una disyuntiva literal, es decir, una sola cláusula disyuntiva

---

Pregunta 1 — (b)

Para demostrar que un conjunto de X funciones booleanas es funcionalmente completo, debemos demostrar que se puede, utilizando sólo estos conectivos, expresar cualquier otra función booleana.
Para este ejercicio en particular nos es de utilidad saber que el conjunto $\{\neg, \to\}$ ya es

funcionalmente completo.
Debido a lo anterior debemos demostrar que con $\{XOR, \rightarrow\}$ podemos obtener $\{\neg\}$. La expresión a la que llegamos es la siguiente: $\neg p \equiv pXOR(p \rightarrow p)$, expresión que verificamos semánticamente mediante la tabla de verdad, tal que:

p	$\neg p$	$pXOR(p \rightarrow p)$
1	0	0
0	1	1

Por lo que queda demostrado que con $\{XOR, \rightarrow\}$ se puede expresar $\{\neg\}$.
Con esto resuelto, ahora debemos probar que con $\{\neg, \rightarrow\}$ podemos expresar $\{\vee\}$ y así finalmente concluir la completitud. Esto sirve ya que, por teorema de DNF's sabemos que para cada función booleana existe una DNF equivalente.

Según lo visto en clases, la expresión que nos sirve es $\neg p \vee q \equiv p \rightarrow q$, y lo demostraremos semánticamente:

p	q	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

$\therefore$ Queda demostrado que el conjunto $\{XOR, \rightarrow\}$ es funcionalmente completo.

Pregunta 1 — (c)

La pregunta es: ¿Es el conjunto $\{XOR\}$ funcionalmente completo?
La respuesta es **No**, y aquí demostraremos el por qué:

Valiéndose de la definición de conjunto funcionalmente completo de la pregunta anterior, sabemos qué es lo que debemos demostrar respecto al conectivo XOR. Lo haremos mediante una tabla de verdad

p	q	$\neg p$	$pXORq$
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	1	0

PENDIENTE DE ARGUMENTAR

Pregunta 2 — (a)

El problema del *cuadrado latino* de 4 x 4 se define como sigue. Tenemos un tablero de 4 x 4 casillas. Algunas de las casillas están *ocupadas*, vale decir, tienen un número entre $\{1, 2, 3, 4\}$. El resto de las casillas están *libres*. El objetivo es verificar si existe una *solución*, esto es, una forma de asignarle números entre $\{1, 2, 3, 4\}$ a las casillas libres, tal que en cada una de las 4 filas y en cada una de las 4 columnas, los números que aparecen sean distintos. Por ejemplo, una posible instancia al problema puede ser el siguiente tablero:

		1	
	3		
			4
2		**3**	

Una posible solución es la siguiente:

4	2	**1**	3
1	**3**	4	2
3	1	2	**4**
2	4	**3**	1

Por otra parte, el siguiente tablero **no** tiene solución (verifíquelo):

		1	
	3		**1**
			4
2		**3**	

Para describir el conjunto de casillas ocupadas usaremos triples de la siguiente forma: un triple $(i,\ j,\ k)$, donde $1 \leq i,\ j,\ k \leq 4$, indica que las casillas en la fila i y columna j está ocupada con el número k. Por ejemplo, las casillas ocupadas del primer ejemplo quedan descritas por:

$$\{(1, 3, 1), (2, 2, 3), (3, 1, 4), (4, 2, 2), (4, 3, 3)\},$$

mientras que en el segundo ejemplo quedan descritas por:

$$\{(1, 3, 1), (2, 2, 3), (2, 4, 1), (3, 4, 4), (4, 1, 2), (4, 3, 3)\}.$$

Dado un tablero con casillas ocupadas $\{(i_1, j_1, k_1), ..., (i_m, j_m, k_m)\}$, escriba una fórmula φ en la lógica proposicional tal que:

el tablero tiene solución si y sólo si ϕ es satisfacible.

Para esto SOLO debe utilizar variables proposicionales $x_{i,j,k,}$ donde $1 \leq i,\ j,\ k \leq 4$, que indican que la casilla de la fila i y la columna j recibe el número k.

RESPUESTA
AAAA
AAAA
AAAA

Pregunta 2 — (b)

Utilizando su fórmula proposicional de la parte anterior y el solver **Z3**, encuentre una solución para el siguiente tablero:

2			
		1	
	4		**3**
3			

Debe pegar su código de Python junto con la solución obtenida en su documento LaTeX. Recuerde también subir su archivo .py como fue indicado en las instrucciones.

Si necesita adjuntar código en su documento puede hacerlo de la siguiente manera:

```
print("Hello, Discretas!")
```

Existen otras maneras de adjuntar código, como por ejemplo referenciar un archivo de código y especificarlo como parámetro. También se puede cambiar el estilo en el que se muestra el codigo en el documento compilado. Más información sobre adjuntar código en https://www.overleaf.com/learn/latex/Code_listing