

# Tarea N

21 de agosto de 2025

 $2^{\underline{0}}$ semestre 2025 - Profesores M. Arenas - A. Kozachinskiy - M. Romero Benjamín Andrés Gómez Maturana - 23628839

## Respuestas

### Pregunta 1 — (a)

Encuentre una fórmula en CNF que sea equivalente a:

$$(p \to (q \to (r \to s))).$$

Debe explicar claramente su desarrollo para obtener la fórmula.

Mediante demostración semántica o tablas de verdad sabemos que:

$$(A \to B \equiv \neg A \lor B)$$

Lo cual indica que estas dos expresiones son lógicamente equivalentes, por lo tanto:

$$(p \to (q \to (\neg r \lor s)))$$

$$(p \to (\neg q \lor (\neg r \lor s)))$$

$$(\neg p \lor (\neg q \lor (\neg r \lor s)))$$

Por lo tanto, y debido a la propiedad asociativa del conectivo V (OR) nos queda:

$$\neg p \lor \neg q \lor \neg r \lor s$$

Por lo que se llega a una CNF, ya que la expresión anterior es una disyuntiva literal, es decir, una sola cláusula disyuntiva

### Pregunta 1 — (b)

Definimos el conectivo binario XOR según la siguiente tabla de verdad:

$$\begin{array}{c|c|c} p & q & XOR \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \end{array}$$

Demuestre que el conjunto  $\{XOR, \rightarrow\}$  es funcionalmente completo. (Hint: Recuerde que el conjunto  $\{\neg, \rightarrow\}$  es funcionalmente completo.)

## Pregunta 1 — (c)

Demuestre que el conjunto  $\{XOR\}$  no es funcionalmente completo. (Hint: Demuestre que la fórmula  $\{\neg p\}$  no se puede expresar utilizando sólo XOR)

### Pregunta 2 — (a)

El problema del cuadrado latino de 4 x 4 se define como sigue. Tenemos un tablero de 4 x 4 casillas. Algunas de las casillas están ocupadas, vale decir, tienen un número entre  $\{1, 2, 3, 4\}$ . El resto de las casillas están libres. El objetivo es verificar si existe una solución, esto es, una forma de asignarle números entre  $\{1, 2, 3, 4\}$  a las casillas libres, tal que en cada una de las 4 filas y en cada una de las 4 columnas, los números que aparecen sean distintos. Por ejemplo, una posible instancia al problema puede ser el siguiente tablero:

		1	
	3		
			4
2		3	

Una posible solución es la siguiente:

4	2	1	3
1	3	4	2
3	1	2	4
2	4	3	1

Por otra parte, el siguiente tablero no tiene solución (verifíquelo):

		1	
	3		1
			4
2		3	

Para describir el conjunto de casillas ocupadas usaremos triples de la siguiente forma: un triple (i, j, k), donde  $1 \le i, j, k \le 4$ , indica que las casillas en la fila i y columna j está ocupada con el número k. Por ejemplo, las casillas ocupadas del primer ejemplo quedan descritas por:

$$\{(1,3,1),(2,2,3),(3,1,4),(4,2,2),(4,3,3)\},\$$

mientras que en el segundo ejemplo quedan descritas por:

$$\{(1,3,1),(2,2,3),(2,4,1),(3,4,4),(4,1,2),(4,3,3)\}.$$

Dado un tablero con casillas ocupadas

#### Pregunta 2 — (b)

Si necesita adjuntar código en su documento puede hacerlo de la siguiente manera:

### print("Hello, Discretas!")

Existen otras maneras de adjuntar código, como por ejemplo referenciar un archivo de código y especificarlo como parámetro. También se puede cambiar el estilo en el que se muestra el codigo en el documento compilado. Más información sobre adjuntar código en https://www.overleaf.com/learn/latex/Code\_listing