日本語訳『Qiskit Textbook』勉強会
第6章 6.3 トランズモン物理入門

Kenji Tanaka

IT Architect

お前誰やねん

田中健之 (Tanaka Kenji)

IT architect

- OOP, SOA, BPM, EA, RUP, Agile, Lean
- 提案・開発・保守、挑戦・失敗・火消し
- 子供にはわかってもらえない辛い仕事

大学院の専攻は応用物理

- 超音波とプラズマの実験をしていました

Contents

6.3 Introduction to Transmon Physics

トランズモンって何？

Transmon (*transmission-line shunted plasma oscillation* qubit)

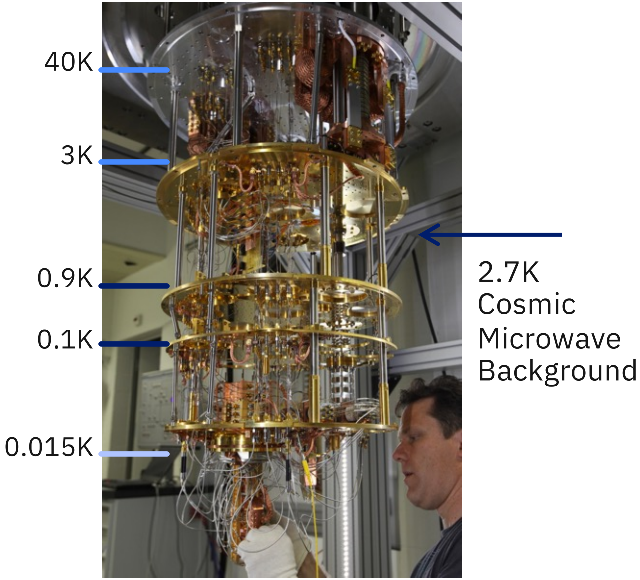
- 電荷型超伝導量子ビットの一つ
- キャパシタンスを大きくとることでノイズに強く、Qubit の寿命が長い（100μs）

- 現在ほぼ全ての電荷型量子ビットはトランズモン
  - Google は xmon と呼んでいるが、transmon と変わらない
  - D-Wave は磁束型量子ビット

概要

- 量子ビットは 二準位 |0> |1> のみが必要
- マルチレベル系の場合、一番下の２つを使えば良いが、レベルの間は等間隔ではいけない
- 超伝導量子ビットは、ジョセフソン素子の非線形性を入れ、不等間隔にしている
- キャパシタンスをあげるとノイズに強くなるが、レベルが等間隔に近づく。完全に等間隔にはしない
- 共振周波数の電磁波パルスをあててドライブすると、|0>,|1> 状態がフリップする

超伝導量子コンピュータ



シャンデリア状のものは冷蔵庫

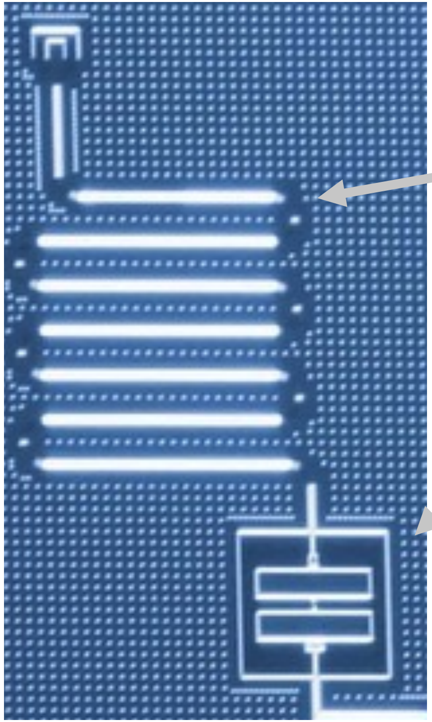
– 希釈冷凍機
  - 量子コンピューター専用では無い
    – 低温物理実験、ニュートリノ実験、など

– He を使った冷蔵庫
  - 真空に引く
  - 液体に浸すのではない
  - ミリケルビン まで冷やせる
  - マイクロケルビン まで冷やせるものもある

なんでそんなに冷やすの？

– |0> と |1>の間が 240mK
  - 15mK なので十分

超伝導量子コンピュータ



Microwave Resonator

– Readout, バス, ノイズフィルタに使用

Superconducting Qubit

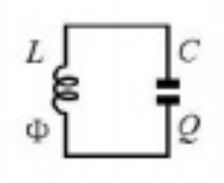
– Cavity

– Josephson Junction

調和振動と量子化

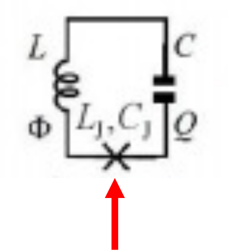
$$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2L}$$

- 詳しい計算は qiskit-text を見てください



$$H_{\mathrm{QHO}} = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right) \quad \text{with} \quad \omega = \sqrt{8E_L E_c/\hbar} = 1/\sqrt{LC}$$

- LC回路を量子化すると、飛び飛びだけど等間隔の Energy Level ができる
  - ω の定数倍



Xがジョセフソン接合素子

$$\hat{H}_{\mathrm{tr}} = \omega\hat{c}^\dagger\hat{c} + \frac{\delta}{2}\hat{c}^\dagger\hat{c}\left(\hat{c}^\dagger\hat{c} - 1\right) \quad \Rightarrow \quad \omega_j = \left(\omega - \frac{\delta}{2}\right)j + \frac{\delta}{2}j^2$$

- ジョセフソン接合を使うと、**非線形性**により、等間隔ではない Energy Level ができる
  - ω が j に依存している

6.3.2 と 6.3.3

LC回路のハミルトニアンと正準量子化

$$\mathcal{H} = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L} \qquad \{A, B\} = \frac{\delta A}{\delta \Phi}\frac{\delta B}{\delta Q} - \frac{\delta B}{\delta \Phi}\frac{\delta A}{\delta Q} \Leftrightarrow \frac{1}{i\hbar}[\hat{A}, \hat{B}] = \frac{1}{i\hbar}(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2L} \qquad \{\Phi, Q\} = \frac{\delta \Phi}{\delta \Phi}\frac{\delta Q}{\delta Q} - \frac{\delta Q}{\delta \Phi}\frac{\delta \Phi}{\delta Q} = 1 - 0 = 1 \Longrightarrow [\hat{\Phi}, \hat{Q}] = i\hbar$$

Lをジョセフソン接合に置き換える

$$\hat{H}_{\mathrm{QHO}} = 4E_c\hat{n}^2 + \frac{1}{2}E_L\hat{\phi}^2$$

Click to Expand: 昇降演算子による書き換え

$$H_{\mathrm{QHO}} = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right) \quad \text{with} \quad \omega = \sqrt{8E_LE_c}/\hbar = 1/\sqrt{LC}$$

Click to Expand: 古典ハミルトニアンの L をジョセフソン結合に置き換える

$$I = I_0\sin(2\pi\Phi/\Phi_0) \qquad \mathcal{H} = Q\dot{\Phi} - \mathcal{L} = \frac{Q^2}{2C} - \frac{I_0\Phi_0}{2\pi}\cos(2\pi\Phi/\Phi_0)$$

6.3.4

ジョセフソン接合のハミルトニアン　$\hat{H}_{\mathrm{tr}} = 4E_c\hat{n}^2 - E_J\cos\hat{\phi}$

昇降演算子で書き換え、トランスズモンのため $E_J/E_c \gg 1$ を仮定して展開

$$H = 4E_c n_{zpf}^2\left(\hat{c}+\hat{c}^\dagger\right)^2$$

$$-E_J\left(1-\tfrac{1}{2}E_J\phi_{zpf}^2\left(\hat{c}-\hat{c}^\dagger\right)^2+\tfrac{1}{24}E_J\phi_{zpf}^4\left(\hat{c}-\hat{c}^\dagger\right)^4+\ldots\right)$$

$$\approx \sqrt{8E_cE_J}\left(\hat{c}^\dagger\hat{c}+\tfrac{1}{2}\right)-E_J-\tfrac{E_c}{12}\left(\hat{c}^\dagger+\hat{c}\right)^4$$

置き換えとトランスモンのため無視できる項を落として簡略化

$$\hat{H}_{\mathrm{tr}} = \omega_0\hat{c}^\dagger\hat{c}+\frac{\delta}{2}\left(\left(\hat{c}^\dagger\hat{c}\right)^2+\hat{c}^\dagger\hat{c}\right) = \left(\omega_0+\frac{\delta}{2}\right)\hat{c}^\dagger\hat{c}+\frac{\delta}{2}\left(\hat{c}^\dagger\hat{c}\right)^2$$

エネルギー準位を考慮する

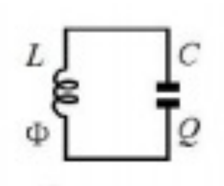
$$\hat{H}_{\mathrm{tr}} = \omega\hat{c}^\dagger\hat{c}+\tfrac{\delta}{2}\hat{c}^\dagger\hat{c}\left(\hat{c}^\dagger\hat{c}-1\right) = \textstyle\sum_j\left(\left(\omega-\tfrac{\delta}{2}\right)j+\tfrac{\delta}{2}j^2\right)|j\rangle\langle j| \equiv \sum_j\omega_j|j\rangle\langle j|$$

準位に依存する様子

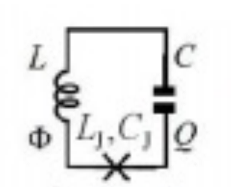
$$\omega_j = \left(\omega-\frac{\delta}{2}\right)j+\frac{\delta}{2}j^2$$

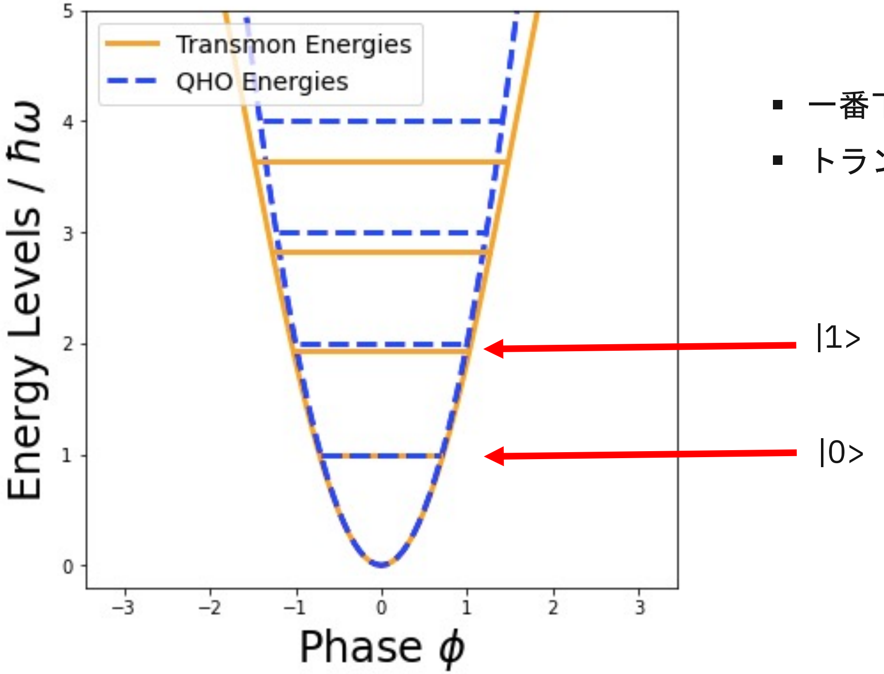
調和振動と量子化

QHO



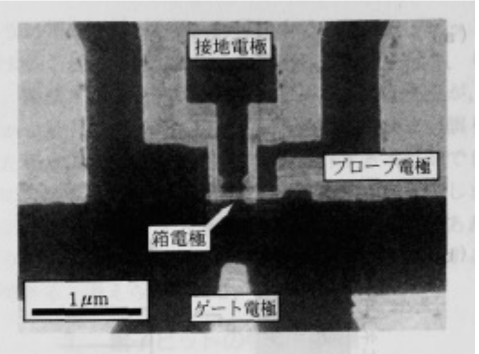
Transmon





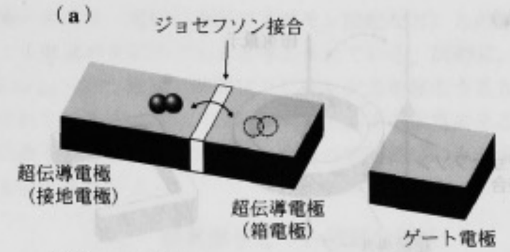
- 一番下を |0> と |1> に使う
- トランズモンは等間隔になってない

Cooper-pair Box



クーパーペアボックス

- 最初に実験に成功した超伝導量子ビット
- 日本の研究（NEC)
- １量子ビット



ジョセフソン接合を用いた量子ビット

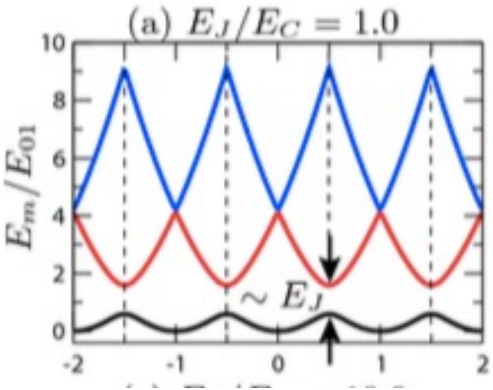
中 村 泰 信 ・ 蔡 兆 申

量子計算機の実現に向けて，さまざまな物理系を用いた量子ビットおよび量子演算ゲートの提案がなされている．本稿では，超伝導素子，特にジョセフソン接合を用いた固体電子素子による量子ビットに注目し，その最初の実現例および関連するいくつかの提案例を紹介する．

Keywords : quantum computing, quantum bit, Josephson junction, Cooper-pair box, rf-SQUID

- https://www.jstage.jst.go.jp/article/oubutsu1932/69/11/69_11_1299/_pdf
- 応用物理 69巻 11号　2000/8/7

Cooper Pair Box



|1>

|0>

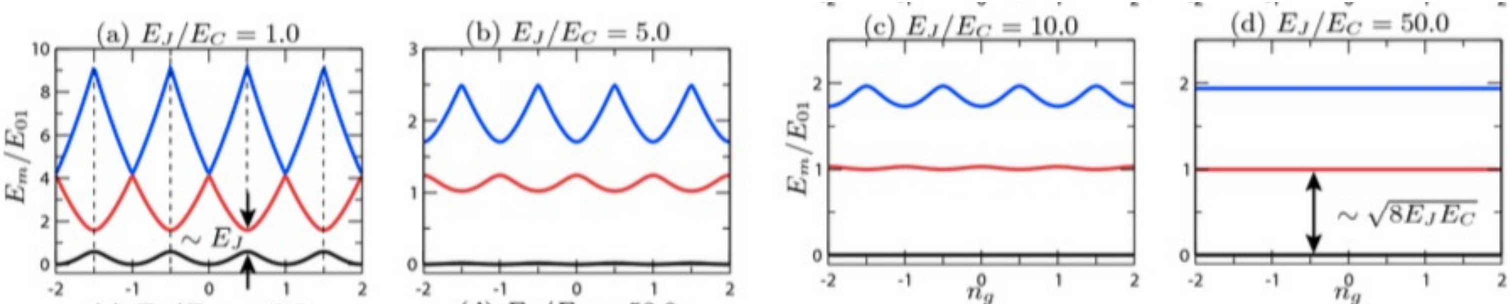
$$E_m(n_g) = E_C a_{2[n_g+k(m,n_g)]}(-E_J/2E_C)$$

Cooper Pair Box のエネルギー準位

- Ng (Cooper-Pair 数 offset） に周期的になる
  - 矢印の部分 Sweet Spot。ここで動かす
  - 赤 |1> 黒 |0>

- 電荷ノイズに弱い
- 寿命は nsec 程度

Transmon



Capacitance 大

- Transmon は Capacitance を大きくする　（Ej/Ec が大きくなる）
- すると
  - 周期変動が小さくなる
    →電荷ノイズに強くなる、寿命が伸びる（100µsec 前後）
  - Energy Level が等間隔に近づく（！）
    - 近いけど、十分異なっているので使える

Qubit をドライブする

Qubit にマイクロ波パルスをあてると、量子状態が回転する（計算は text にあります）

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_d \quad \text{with} \quad \hat{H}_0 = -\frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma^z$$

$\hat{H}_0$ ：Qubit の Hamiltonian

$\hat{H}_d$ ：Drive の Hamiltonian

$$\hat{H}_{\text{eff}} = -\frac{1}{2}\hbar\Delta_q\sigma^z - \hbar\Omega\sigma^x$$

$$\Delta_q = \omega_q - \omega_d$$

Drive を Qubit の共振周波数に一致させると、Δ_q が 0 になって X 回転する

- 6.1.3 のキャリブレーション に現れる

Drive を Qubit の共振周波数からずらすと Z 回転 + X 回転になる

- 6.1.4 ラムゼー実験 に現れる

6.3.6

Qbit とドライブ $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_d \quad \text{with} \quad \hat{H}_0 = -\frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma^z$

ドライブによる双極子 $\vec{d} = \vec{d}_0\sigma^+ + \vec{d}_0^{\,*}\sigma^-$

$$\hat{H}_{d,I} = -\hbar\Big(\Omega e^{-i\Delta_g t} + \tilde{\Omega} e^{i(\omega_q+\omega_d)t}\Big)\sigma^+ - \hbar\Big(\tilde{\Omega}^* e^{-i(\omega_q+\omega_d)t} + \Omega^* e^{i\Delta_q t}\Big)\sigma^-$$

Rotating Wave Approximation $\omega_q + \omega_d$ is much larger than $\Delta_q = \omega_q - \omega_d$

$$\hat{H}_{d,I}^{(\mathrm{RWA})} = -\hbar\Omega e^{-i\Delta_q t}\sigma^+ - \hbar\Omega^* e^{i\Delta_q t}\sigma^-$$

全ハミルトニアンをドライブのフレームに移行（有効ハミルトニアン） $U_d = \exp\{-i\omega_d t\sigma^z/2\}$

$$\hat{H}_{\mathrm{eff}} = U_d \hat{H}^{(\mathrm{RWA})} U_d^\dagger - i\hbar U_d \dot{U}_d^\dagger$$

計算 $\hat{H}_{\mathrm{eff}} = -\frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma^z - \hbar\Omega\sigma^+ - \hbar\Omega^*\sigma^- + \frac{1}{2}\hbar\omega_d\sigma^z = -\frac{1}{2}\hbar\Delta_q\sigma^z - \hbar\Omega\sigma^+ - \hbar\Omega^*\sigma^-$

$\Omega = \Omega^*$ を仮定 $\hat{H}_{\mathrm{eff}} = -\frac{1}{2}\hbar\Delta_q\sigma^z - \hbar\Omega\sigma^x$

まとめ

トランズモン物理

- 量子ビットは二準位系が必要
- 複数準位系ではエネルギーレベルの不等間隔を使う
  - LC回路にジョセフソン接合の非線形性を入れる
- トランズモンはキャパシタンスを大きくし、電荷ノイズに強い
- マイクロ波パルスで量子ビットの状態を回転させる

参考文献

- ジョセフソン結合を用いた量子ビット (Cooper-Pair Box)
  - https://www.jstage.jst.go.jp/article/oubutsu1932/69/11/69_11_1299/_pdf
- Charge insensitive qubit design derived from the Cooper pair box
  - https://arxiv.org/abs/cond-mat/0703002
- Introducing 3D transmon
  - https://uwaterloo.ca/institute-for-quantum-computing/sites/ca.institute-for-quantum-computing/files/uploads/files/120402_IQC_Hanhee_Paik.pdf
- A Quantum Engineer's Guide to Superconducting Qubits
  - https://arxiv.org/abs/1904.06560
- 固体量子情報デバイスの現状と将来展望
  - https://www.appi.keio.ac.jp/Itoh_group/publications/pdf/obutsu86.pdf