日本語訳『Qiskit Textbook』勉強会 第1章 1.3 1.4

梅沢和正

自己紹介

名前：梅沢和正

所属：GBS Cloud Application Development

仕事：

- クラウド　システム開発

Background

- 大学時代：
  - 理学研究科 物性物理学専攻
  - 異方的超伝導実験
- 就職後：システム開発

1.3
量子ビット状態を表現する

1

古典ビット vs 量子ビット

状態ベクトル

状態ベクトルは、量子コンピュータを含む量子システムを追跡するための非常に良い方法です。

道路に沿った車の位置を記述したい場合・・・

古典物理学

数xを使用します。

$$x = 4$$

量子物理学

*状態ベクトル*と呼ばれるベクトルを使用して、システムの状態を記述します。

$$|x\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{車が位置4にある確率}$$

状態ベクトルの各要素には、特定の場所で自動車を見つける確率が含まれています。

量子ビット表記

量子ビットは、2つの状態の和として表されます。（重ね合わせ）

$$|q\rangle = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} = c_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle \qquad |c_0|^2 + |c_1|^2 = 1 \qquad c_0, c_1 \in \mathbb{C}$$

|と>の記号で囲んで列ベクトルを表しています。

ベクトル(|q>)の要素を使用して、状態|0>および|1>の複素振幅の「リスト」を格納します。

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

状態の振幅は、その状態で量子ビットを測定する確率に関連しています。
0を得る確率は$|c_0|^2$
1を得る確率は$|c_1|^2$
で与えられます。

Qiskitを使って量子ビットを探索する

デモ

2

測定のルール

非常に重要なルール

状態|ψ>を状態|x>で測定する確率を見つけるには

$$p(|x\rangle) = |\langle\psi|x\rangle|^2$$

記号<および|は、<ψ|が行ベクトルであることを示します。ケット|a>には対応するブラ<a|があり、共役転置を使用してそれらの間で変換します。

|x>を測定する確率を見つけるには、|x>と測定している状態（この場合は|ψ>）の内積を取り、その大きさを二乗します。

例)

$$|q_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

$$\langle q_0| = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle 0| - \frac{i}{\sqrt{2}}\langle 1|$$

$$\langle q_0|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle 0|0\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}\langle 1|0\rangle$$

$$\langle q_0|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 1 - \frac{i}{\sqrt{2}}\cdot 0$$

$$\langle q_0|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|\langle q_0|0\rangle|^2 = \frac{1}{2}$$

測定のルールの意味

測定のルールは以下の3つのことを意味しています。

1. 正規化　状態ベクトルを1に正規化する必要があります。

2. グローバルフェーズ　量子ビットの全体の位相（グローバルフェーズ）は重要ではなく、|0>と|1>（相対位相）の間の位相の違いのみが重要です。

3. オブザーバー効果　測定は量子ビットの状態を変更するだけでなく、量子ビットの重ね合わせを *破壊* し、2つの明確な状態のいずれかに置き換えます。

3

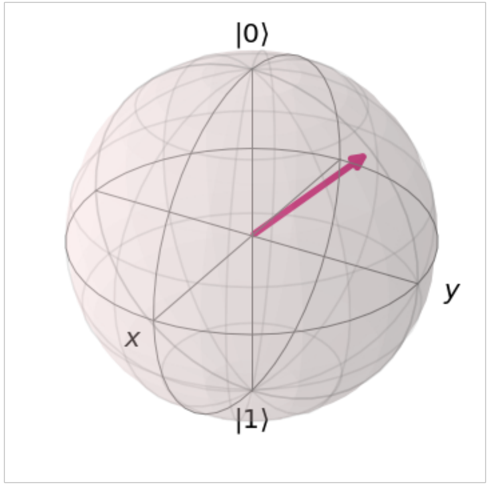
ブロッホ球

【再掲】ブロッホ球

ブロッホ球

1量子ビットを表現するモデル

- 球面：1量子状態空間
- 矢印：量子状態ベクトル
- ユニタリー変換：
  量子状態ベクトルの回転



1.4
単一量子ビットゲート

X、Y、Z、Hゲート

Xゲート

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$$

- ✓ ブロッホ球の x軸 を中心としたπラジアンによる回転
- ✓ Bit Flipper

$$a|0\rangle + b|1\rangle \xrightarrow{X} b|0\rangle + a|1\rangle$$

Yゲート

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = i|0\rangle\langle 1| - i|1\rangle\langle 0|$$

- ✓ ブロッホ球の y軸 を中心としたπラジアンによる回転

Zゲート

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

- ✓ ブロッホ球の z軸 を中心としたπラジアンによる回転
- ✓ Phase Flipper

$$a|0\rangle + b|1\rangle \xrightarrow{Z} a|0\rangle - b|1\rangle$$

Hゲート

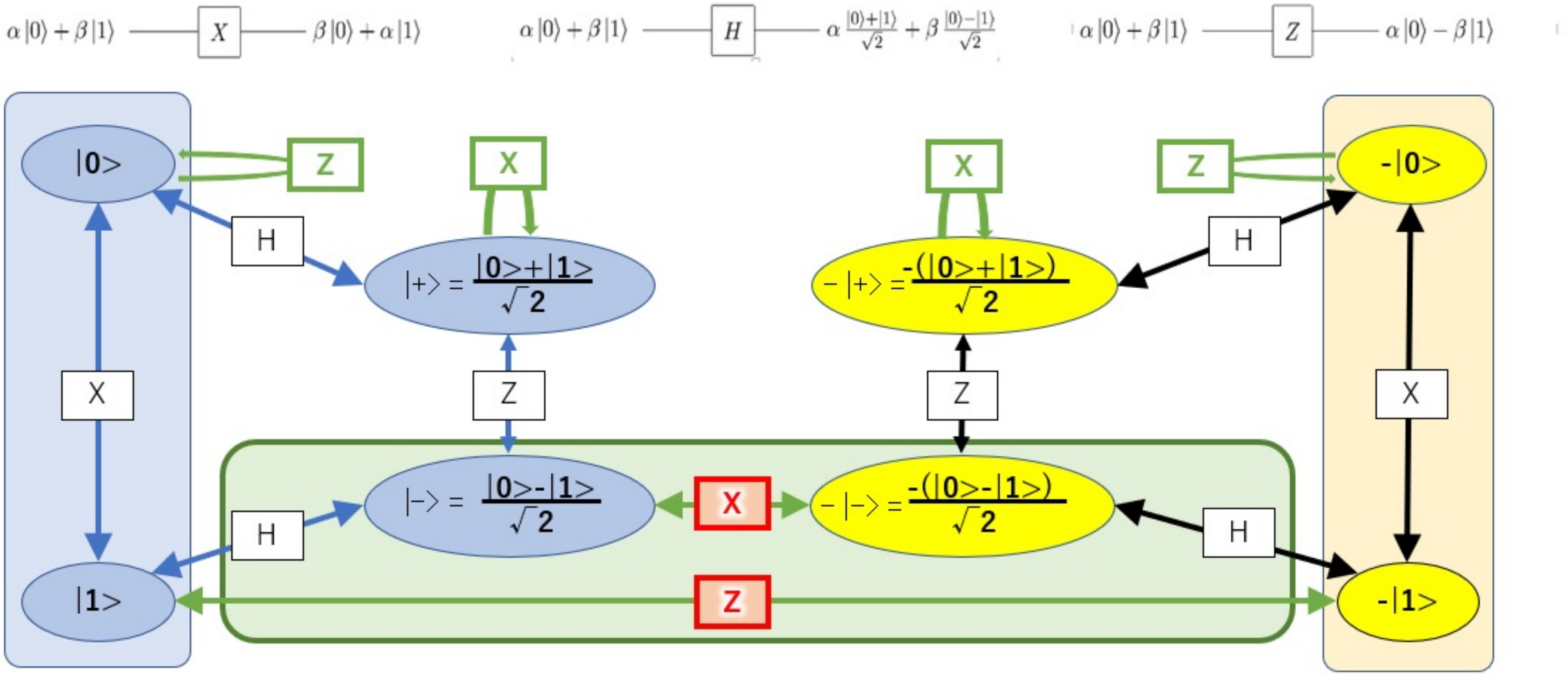
$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- ✓ x軸とz軸の間の線を中心とする回転
- ✓ |0>、|1>基底から|+>、|->基底への変換

$$H|0\rangle = |+\rangle$$

$$H|1\rangle = |-\rangle$$

|0>、|1>でのZ、|+>、|->でのX操作



引用: 絵でわかる量子コンピュータの仕組み輪読 第6章-前半-下辻_20191030

$R_φ$、I、S、Tゲート

Rφゲートは、Z軸を中心にφの回転を実行します。I、S、TゲートはRφゲートの特殊な場合です。

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

ZゲートはRφゲートの特殊なケースで、φ=πです。

Iゲート

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ✓ 何もしないゲートです。
- ✓ 単位行列です。

Sゲート

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\pi}{2}} \end{bmatrix}, \quad S^\dagger = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\pi}{2}} \end{bmatrix}$$

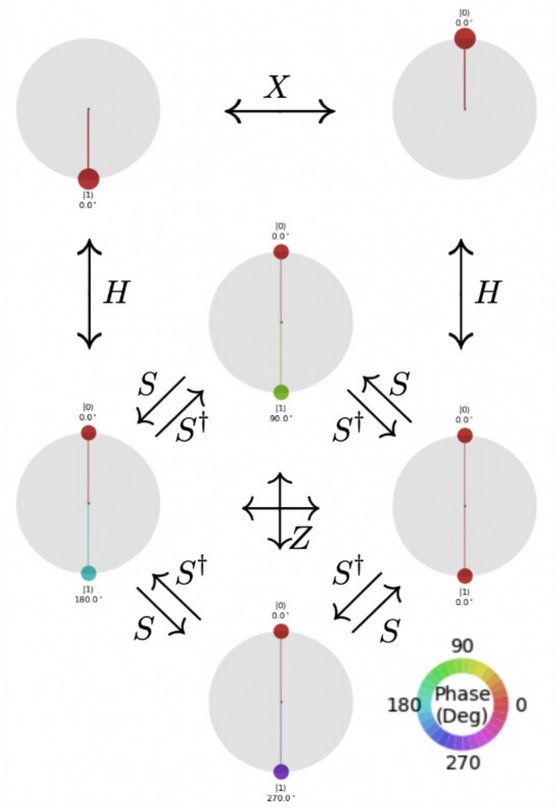
- ✓ φ=π/2のRφゲートです。
- ✓ ブロッホ球の周りを1/4回転します。

Tゲート

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\pi}{4}} \end{bmatrix}, \quad T^\dagger = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\pi}{4}} \end{bmatrix}$$

- ✓ φ=π/4のRφゲートです。
- ✓ ブロッホ球の周りを1/8回転します。

参考



出典: https://github.com/qiskit-community/may4_challenge_exercises/blob/master/ex01/Challenge1_BasicQuantumCircuits.ipynb

Thank you

Kazumasa Umezawa
GBS Cloud Application Development

e35372@jp.ibm.com