**UNIVERSITE MOHAMED I**

ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES
OUJDA

**Année Universitaire : 2021/2022**
**Filière : ITIRC3**
**Matière : Analyse Numérique**

# Devoir libre

## Questions de cours :

Donner en une phrase ou deux, le principe des algorithmes suivants :

a) Algorithme de Ford. b) Algorithme de Ford-Fulkerson. c) Algorithme de Hongrois.

## Exercice 1 :

Soient $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x$, et $I$ l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\, dx$.

1. En utilisant $n = 5$ sous-intervalles, calculer la valeur de $I$ à l'aide de la méthode des rectangles à gauche, la méthode des trapèzes, puis la méthode de Simpson.
2. Dresser le tableau de variations de $f'$ sur $[-1, 2]$. On pourra étudier le signe de $f''$.
3. En déduire $M \in \mathbb{R}$ tel que : $|f'(x)| \leq M, \quad \forall x \in [-1, 2]$.
4. Comparer les résultats obtenus avec la valeur exacte de $I$.
5. Rappeler la formule de l'erreur de quadrature pour chaque méthode.
6. Donner une estimation de l'erreur pour la fonction $f$, et la comparer avec l'erreur calculée dans la question précédente.
7. Donner une valeur de $n$ pour que la méthode des rectangles à $n$ sous-intervalles donne une approximation de $I$ avec une précision de l'ordre $\epsilon = 0.1$.

## Exercice 2 :

On interpole $f(x) = \ln(x)$ par un polynôme aux points d'interpolation $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$ et $x_4 = 5$.

1. Trouver une expression algébrique de ce polynôme en utilisant la méthode de Newton.
2. Estimer la valeur de $f(6.32)$ avec le polynôme trouvé en 1.

3. Calculer l'erreur absolue.

4. Combien de points d'interpolation à l'intervalle régulier de 0.5 faudrait-il ajouter, en partant de $x_5 = 5.5$, afin que l'erreur absolue de l'estimé de $f(6.32)$ obtenu en 2. diminue d'un facteur 100.

5. Sur l'intervalle $[3, 4]$, le graphe du polynôme trouvé en 1. est-il au-dessus de celui de $f(x)$, en dessous, ou se croisent-ils ?

6. Obtenir à l'aide de l'interpolation de Lagrange, le polynôme de degré $4$ qui passe par les $5$ points et en déduire une approximation de $\ln(6.32)$.

7. Qu'affiche le code Matlab suivant ?

```
xData = [-1;-0.5;0;0.5;1];
yData = [-1.5;0;0.25;0;0];
n = length(xData);
k=1;
for x = -1.2: 0.001: 1.2
      P=0;
          for i= 1: n
               phi_i=1;
                for j = 1 : n
                    if(j~=i)
                           phi_i=phi_i*(x-xData(j))/(xData(i)-xData(j));
                    end
                end
                P=P+phi_i*yData(i);
          end
         X(k)=x;
         Pol(k)=P;
         k=k+1;
         fprintf('X(%d)=%2.3f         P(%2.3f)=%2.10f    \n',k,x,x,P)
end
plot(xData,yData,'b*',X,Pol,'r-')
grid on;
```

8. Donner un titre convenable à la figure du code précédent en utilisant la commande Matlab faite pour cela.