

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ АЛГОРИТМУ ДИСКРЕТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Мета роботи - ознайомлення з принципами реалізації спектрального аналізу випадкових сигналів на основі алгоритму перетворення Фур'є, вивчення та дослідження особливостей даного алгоритму з використанням засобів моделювання і сучасних програмних оболонок.

### 3.1. Основні теоретичні відомості

В основі спектрального аналізу використовується реалізація так званого дискретного перетворювача Фур'є (ДПФ) з неформальним (не формульним) поданням сигналів, тобто досліджувані сигнали представляються послідовністю відліків  $x(k)$

$$F_x(p) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-jk\Delta t p \Delta \omega}$$

$$\omega \rightarrow \omega_p \rightarrow p\Delta\omega \rightarrow p \quad \Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$$

На всьому інтервалі подання сигналів  $T$ ,  $2\pi$  - один період низьких частот. Щоб підвищити точність треба збільшити інтервал  $T$ .

$$t \rightarrow t_k \rightarrow k\Delta t \rightarrow k; \quad \Delta t = \frac{T}{N} = \frac{1}{k_{\text{зан}}} \cdot f'_{\text{зр}}.$$

ДПФ - проста обчислювальна процедура типу звірки (тобто  $\Sigma$ -е парних множень), яка за складністю також має оцінку  $N^2 + N$ . Для реалізації ДПФ необхідно реалізувати поворотні коефіцієнти ДПФ:

$$W_N^{pk} = e^{-jk\Delta t p \Delta \omega}$$

Ці поворотні коефіцієнти записуються в ПЗУ, тобто є константами.

$$W_N^{pk} = e^{-jk \frac{T}{N} p \frac{2\pi}{T}} = e^{-j \frac{2\pi}{N} pk}$$

$W_N^{pk}$  не залежать від  $T$ , а лише від розмірності перетворення  $N$ . Ці коефіцієнти подаються не в експоненційній формі, а в тригонометричній.

$$W_N^{pk} = \cos\left(\frac{2\pi}{N}pk\right) - j\sin\left(\frac{2\pi}{N}pk\right)$$

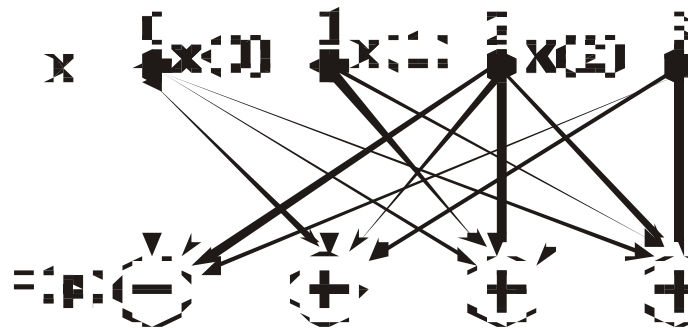
Ці коефіцієнти повторюються (тому і  $p$  до  $N-1$ , і  $k$  до  $N-1$ , а  $(N-1) \cdot (N-1)$  з періодом  $N(2\pi)$ .. Т.ч. в ПЗУ треба зберігати  $N$  коефіцієнтів дійсних і уявних частин. Якщо винести знак коефіцієнта можна зберігати  $N/2$  коефіцієнтів.

$2\pi/N$ - деякий мінімальний кут, на який повертаються ці коефіцієнти. У ПЗУ окремо зберігаються дійсні та уявні частини компліують коефіцієнтів. Більш загальна форма ДПФ представляється як:

$$F_x(p) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot W_N^{pk}$$

ДПФ дуже зручно представити у вигляді відповідного графа.

Приклад: граф 4-х точкового ДПФ. ( $k = \overline{0,3}$ ;  $p = \overline{0,3}$ )



Коефіцієнти зручно представити у вигляді таблиці:

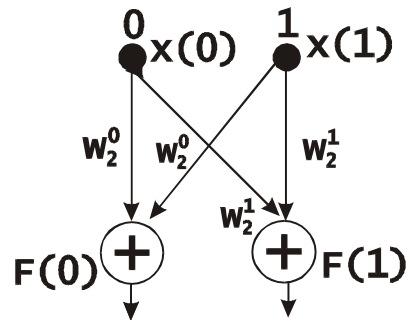
$\begin{matrix} p \\ k \end{matrix}$	0	1	2	3
0	$W_4^0$	$W_4^0$	$W_4^0$	$W_4^0$
1	$W_4^0$	$W_4^1$	$W_4^2$	$W_4^3$
2	$W_4^0$	$W_4^2$	$W_4^0$	$W_4^2$
3	$W_4^0$	$W_4^3$	$W_4^2$	$W_4^1$

Різних тут всього 4 коефіцієнта:

$$W_4^0 = \cos\left(\frac{2\pi}{4} \cdot 0\right) - j\sin\left(\frac{2\pi}{4} \cdot 0\right) = 1 \quad (W_4^1 = -j; W_4^2 = -1; W_4^3 = +j)$$

Можна в пам'яті зберігати тільки 2, а решта брати з "-", якщо  $\frac{N}{2} - 1 < pk$ . 4 ДПФ це вироджені перетворення, по модулю ці коефіцієнти = 1 і всі 4 ДПФ можуть реалізуватися на 24-х суматора. Це буде далі використовуватися в реалізації ШПФ з основою 4.

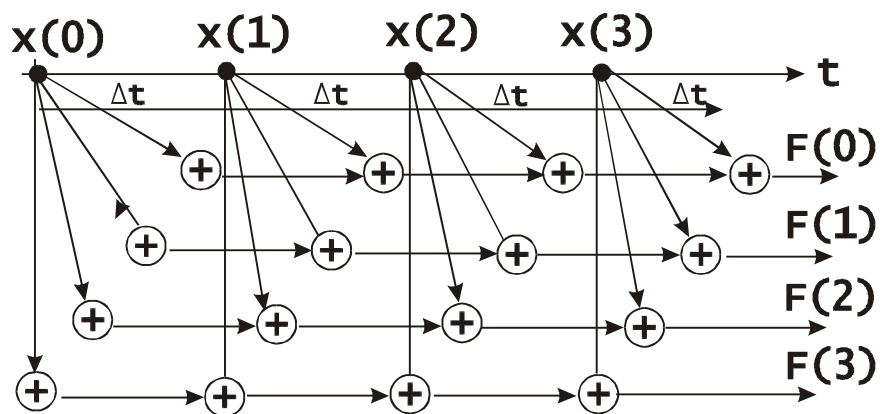
2ДПФ реалізується ще простіше:



$$(W_2^0 = +1; W_2^1 = -1)$$

### Спеціальна схема реалізації ДПФ з активним використанням пауз між відліками

При реалізації ДПФ можна організувати обробку в темпі надходження даних. Реалізація схеми в БПФ з активним використанням пауз на 4-х точках виглядає так:



Ця схема сильно залежить от  $\Delta t$  и  $N$ .

## 3.2. Завдання на лабораторну роботу

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) побудувати його спектр, використовуючи процедуру

дискретного перетворення Фур'є. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

### **3.3. Зміст звіту**

Звіт по лабораторній роботі повинен містити такі матеріали:

1. Титульний лист.
2. Основні теоретичні відомості, необхідні для виконання лабораторної роботи.
3. Умови завдання для варіанту бригади.
4. Лістинг програми із заданими умовами завдання.
5. Результати виконання кожної програми.
6. Висновки щодо виконання лабораторної роботи.

### **3.4. Контрольні питання**

1. Імпульсний спектр і спектр потужності. Пряме і зворотне перетворення Фур'є.
2. Спектральна щільність і взаємно-спектральна щільність.
3. Зв'язки між спектральною потужністю і кореляційною функцією.
4. Спектр енергії.
5. Ортогональні і парціальні складові спектрів. Функція когерентності.
6. Особливості організації дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Схема ДПФ з активним використанням пауз між відліками