

ДОСЛІДЖЕННЯ І РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ. АНАЛІЗ ЇХ ХАРАКТЕРИСТИК

Мета роботи - ознайомлення з принципами генерації випадкових сигналів, вивчення та дослідження їх основних параметрів з використанням засобів моделювання і сучасних програмних оболонок.

1.1. Основні теоретичні відомості

СРЧ обов'язково пов'язані з деякою зовнішнім середовищем. СРЧ забезпечує контроль за зміною параметрів зовнішнього середовища і в ряді випадків забезпечує управління параметрами середовища через деякі впливу на неї. Параметри середовища представляються деякою зміною фізичного середовища. При вимірах фізичного параметра ми отримуємо певний електричний сигнал на вході вимірювального датчика. Для подання такого електричного сигналу можна використовувати різні моделі. Найкращою моделлю досліджуваного сигналу є відповідна математична інтерпретація випадкового процесу. Випадковий сигнал або процес завжди представляється деякою функцією часу $x(t)$, значення якої не можна передбачити з точністю засобів вимірювання або обчислень, які б кошти моделі ми не використовували.

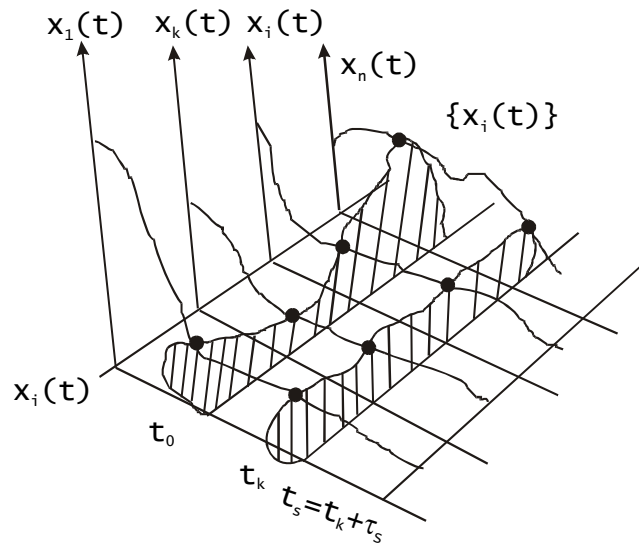
Для випадкового процесу його значення можна передбачити лише основні його характеристики: математичне сподівання $M_x(t)$, дисперсію $D_x(t)$, автокореляційну функцію $R_{xx}(t, \tau), R_{xy}(t, \tau)$.

Ці характеристики для випадкового нестационарного процесу теж є функціями часу, але вони детерміновані. Для оцінки цих характеристик використовуються СРВ, які повинні обробити значну кількість інформації; для отримання їх при нестационарному процесі необхідно мати безліч реалізацій цього процесу.

При наявності такого ансамблю реалізації можуть бути обчислені значення $M_x(t)$ та інші для кожного конкретного часу t_k

Математичне сподівання $M_x(t)$ для конкретного часу t_k визначається першим початковим моментом, випадкової величини $x(t_k)$, ка називається перерізом випадкового процесу, її значення представлені у відповідному перерізі, усереднення проводиться по ансамблю:

$$M_x(t_k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i(t_k)$$



Аналогічним способом обчислюється і дисперсія $D_x(t)$, у якій конкретне t_k оцінюється 2-м центральним моментом у відповідності з $x(t_k)$.

Властивість ергодичності стаціонарного випадкового процесу

Багато досліджуваних випадкових процесів та сигналів є стаціонарними, тобто вони з плином часу не згасають і не розгойдуються, тобто можна виділити x_{\max} і x_{\min} , що є детермінантами. Випадковий процес $x(t)$ називається стаціонарним, якщо його основні характеристики $M_x(t)$, $D_x(t)$, $R_{xx}(t, \tau)$ не залежать від часу їх зміни.

Для стаціонарного випадкового процесу $M_x = \text{const}$, $D_x = \text{const}$, а $R_{xx}(\tau)$ - залежить тільки від τ . Для доказу того, що процес є стаціонарним зазвичай використовується вимірювання автокореляційної функції. Вона має вигляд:

$$R_{xx}(0) = D_x$$

Якщо $R_x(\tau) \rightarrow 0$, то це свідчить про те, що процес стаціонарний, має властивість ергодичності (інваріантності) або збереження енергії по відношенню до схеми обчислення його характеристик, тобто для стаціонарного сигналу можемо перейти при обчисленні характеристик від усереднення по ансамблю до усереднення за часом.

$$M_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i(t_k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^n x_i(t_k)$$

для $x(t_k)$ перетину (одного перетину)

в межах $x_i(t)$

(однієї i -тої реалізації)

$$D_x = \lim_{N \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i(t_k) - M_x)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=0}^n (x_i(t_k) - M_x)^2 \geq 0$$

в межах перетину $x(t_k)$

для однієї $x_i(t)$ реалізації

1.2. Завдання на лабораторну роботу

Згенерувати випадковий сигнал по співвідношенню (див. нижче) відповідно варіантом по таблицею (Додаток 1) і розрахувати його математичне сподівання і дисперсію. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Генератор стаціонарного випадкового сигналу представлений як:

$$x(t) = \sum_{p=0}^m A_p \cdot \sin(\omega_p \cdot t + \varphi_p)$$

$p \rightarrow W_p$ - спектральні складові сигналу з частотою W_p , що змінюється від $p = 0, m, W_m$ - верхня частотна складова; кількість складових від 6 до 10.

A_p - *random* - амплітуда;

φ_p - *random* - фаза.

Далі отриманий випадковий сигнал $x(t)$ представляється послідовністю дискретних відліків:

$$x(t) \rightarrow \{x(t_k)\}, k = \overline{0, N}$$

$$t \rightarrow t_k \rightarrow k \cdot \Delta t \rightarrow k$$

Δt + вибирається як:

$$\Delta t = \frac{1}{k_{зан} \cdot f_{вн}} \quad k_{зан} = 3 - 5$$

1.3. Зміст звіту

Звіт по лабораторній роботі повинен містити такі матеріали:

1. Титульний лист.
2. Основні теоретичні відомості, необхідні для виконання лабораторної роботи.
3. Умови завдання для варіанту бригади.
4. Лістинг програми із заданими умовами завдання.

5. Результати виконання кожної програми.
6. Висновки щодо виконання лабораторної роботи.

1.4. Контрольні питання

1. Випадкові сигнали та процеси. Принципи генерації.
2. Методи та засоби обчислення параметрів випадкових сигналів в реальному часі.
3. Стаціонарні випадкові процеси.
4. Ергодичні випадкові процеси.