

ДОСЛІДЖЕННЯ АВТОКОРЕЛЯЦІЙНОЇ І ВЗАЄМНОЮ-КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЙ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Мета роботи - ознайомлення з принципами побудови автокореляційної і взаємної кореляційної функцій, вивчення та дослідження їх основних параметрів з використанням засобів моделювання і сучасних програмних оболонок.

2.1. Основні теоретичні відомості

Значення автокореляційної функції фізично представляє зв'язок між значенням однієї і тієї ж величини, тобто для конкретних моментів t_k, τ_s , значення $R_{xx}(t, \tau)$ оцінюється друге змішаним центральним моментом 2-х перетинів випадкових процесів $x(t_k), x(t_k + \tau_s)$

$$R_{xx}(t, \tau_s) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overbrace{(x_i(t_k) - M_x(t_k))}^{x(t_k)} \cdot \overbrace{(x_i(t_k + \tau_s) - M_x(t_k + \tau_s))}^{x(t_k + \tau_s)}$$

для кожного конкретного інтервалу потрібно проходити по всім t_k (перетинах).

Центральні значення можна замінити:

$$\begin{aligned} & \overline{x(t_k)}, \overline{x(t_k, \tau_s)}, \text{ тобто їх } M_x = 0 \\ & \left[\begin{aligned} R_{xx}(t, \tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overline{x_i(t)} \cdot \overline{x_i(t + \tau)} \\ R_{xx}(t, \tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overline{x_i(t)} \cdot \overline{x_i(t + \tau)} \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

Обчислення кореляційної функції $R_{xx}(t, \tau)$ є відносно складним, оскільки необхідно попереднє обчислення математичного очікування M_x для виконання кількісної оцінки, іноді виповнюється ковариационной функцією:

$$C_{xx}(t, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i(t) \cdot x_i(t + \tau)$$

У завданнях управління частіше використовується нормована кореляційна функція:

$$S_{xx}(t, \tau) = \frac{R_{xx}(t, \tau)}{D_x(t)} < 1$$

Дослідження нестандартних випадкових сигналів вимагає значних обсягів пам'яті, тому в більшості наукових досліджень приймається гіпотеза про стаціонарності випадкового сигналу на інтервалі $(t_0 \dots t_1)$.

Кореляційна функція для стаціонарного сигналу:

$$R_x(\tau_s) = \lim_{N \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(x_i(t_k + \tau_s) - M_x)}_{x(t_s)} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot (x_i(t_k) - M_x) \cdot (x_i(t_k + \tau_s) - M_x)$$

$x(t)$ в межах однієї реалізації показує наскільки швидко змінюється сигнал.

Коваріаційна функція для стаціонарного сигналу:

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{N \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n Lx(t_k) \cdot x(t_k + \tau)$$

показує ступінь зв'язності між значеннями одного і того ж сигналу.

Таким чином для стаціонарних і ергодичні процесів обчислення параметрів сигналів реалізуються шляхом усереднення за часом у межах однієї реалізації.

Статистичне вимірювання зв'язків між двома стаціонарними випадковими процесами

Дуже важливим виявляється не тільки обчислення автокореляційної функції $R_{xx}(\tau)$, але і обчислення взаємної кореляційної функції $R_{xy}(\tau)$ для двох випадкових процесів $x(y)$, $y(t)$, для якої не можна на основі зовнішнього спостереження сказати, чи є залежність між ними. Для розрахунку взаємної кореляційної функції:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{n \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(y(t_k + \tau) - M_y)}_{y(t_k - \tau)} =$$

τ - випробувальний інтервал, на конкретному значенні якого досліджується взаємний вплив.

2.2. Завдання на лабораторну роботу

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) розрахувати його автокореляційної функцію. Згенерувати копію даного сигналу і розрахувати взаємнокореляційну функцію для 2-х сигналів. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

2.3. Зміст звіту.

Звіт по лабораторній роботі повинен містити такі матеріали:

1. Титульний лист.
2. Основні теоретичні відомості, необхідні для виконання лабораторної роботи.
3. Умови завдання для варіанту бригади.
4. Лістинг програми із заданими умовами завдання.
5. Результати виконання кожної програми.
6. Висновки щодо виконання лабораторної роботи.

2.4. Контрольні питання

1. Статистичне вимірювання зв'язків між випадковими процесами.
2. Автокореляційна функція і її властивості.
3. Взаємно-кореляційна функція і її властивості.
4. Коваріаційна функція. Особливості її розрахунку в реальному часі.