L3 Informatique – Lyon-1 | 2024 – 2025
LC – Logique classique | CC2 – lundi 14/10/2024

Nom : ALSAFADI   Prénom : Kenan

Documents interdits. Répondez dans les cadres. Pas de crayon.
Durée : 15 minutes.

5

X	Y	Y ⇒ X
0	1	0
1	1	1

1. Soit la formule $Y \Rightarrow X$.

a) (2 pts) Soit une interprétation I_1 telle que $I_1(Y) = 1$. Que peut-on dire de $I_1(X)$?

3 — On ne peut rien déduire

b) (2 pts) Soit une interprétation I_2 telle que $I_2(Y) = 1$. Que peut-on dire de $I_2(Y \Rightarrow X)$?

0 — I_2 est valide

2. (8 pts) Montrez sémantiquement $\{Y \Rightarrow X,\ X \wedge (Y \Rightarrow Z)\} \vDash Z \vee Y \Rightarrow Z$.

0

~~Posons~~ Posons
$\alpha = Y \Rightarrow X$
$\beta = X \wedge (Y \Rightarrow Z)$
Soit $I \vDash \{\alpha, \beta\}$, donc $I(\alpha) = 1 = I(\beta)$
Si $I(Y \Rightarrow X) = 1$, et $I(X \wedge (Y \Rightarrow Z)) = 1$
alors $I(X) = 1$ et $I(Y) = 1$
donc $I(Y \Rightarrow X) = 1$

3. (8 pts) Montrez que le séquent $\{Y \Rightarrow X,\ X \wedge Y \Rightarrow Z\} \vDash Z \vee Y \Rightarrow Z$ est prouvable par déduction naturelle.

2

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\Gamma, Z \vdash Z}(ax) \quad \dfrac{}{\Gamma, Y \vdash Z}}{\Gamma, Z \vee Y \vdash Z}(\vee e)}{Y \Rightarrow X, X \wedge Y \Rightarrow Z \vDash (Z \vee Y) \Rightarrow Z}(\Rightarrow i)$$

!

$$\frac{}{\Gamma, A \vdash A}(ax) \qquad \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma, B \vdash A}(aff)$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \Rightarrow B}(\Rightarrow_i) \qquad \frac{\Gamma \vdash A \Rightarrow B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}(\Rightarrow_e)$$

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B}(\vee_i^g) \qquad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B}(\vee_i^d) \qquad \frac{\Gamma \vdash A \vee B \quad \Gamma, A \vdash C \quad \Gamma, B \vdash C}{\Gamma \vdash C}(\vee_e)$$

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B}(\wedge_i) \qquad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A}(\wedge_e^g) \qquad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash B}(\wedge_e^i)$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash \bot}{\Gamma \vdash \neg A}(\neg_i) \qquad \frac{\Gamma \vdash \neg A \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash \bot}(\neg_e) \qquad \frac{\Gamma, \neg A \vdash \bot}{\Gamma \vdash A}(\bot_c)$$