Лабораторная работа №8 “Итеративные системы функций. Фрактальная компрессия изображений”

Цели: ознакомиться с основными принципами работы фрактальной компрессии и декомпрессии.

Задание:
В программе WinFact изучить формулу fern (папоротник) и аффинные преобразования для получения изображения папоротника. Вычислить текущий угол поворота левой ветви. Аффинным преобразованием повернуть левую ветвь папоротника на угол 10 градусов + номер по списку. В отчете привести изображение модифицированного папоротника и математические выкладки по расчету коэффициентов матрицы итеративной системы функций.

Аппаратное обеспечение:

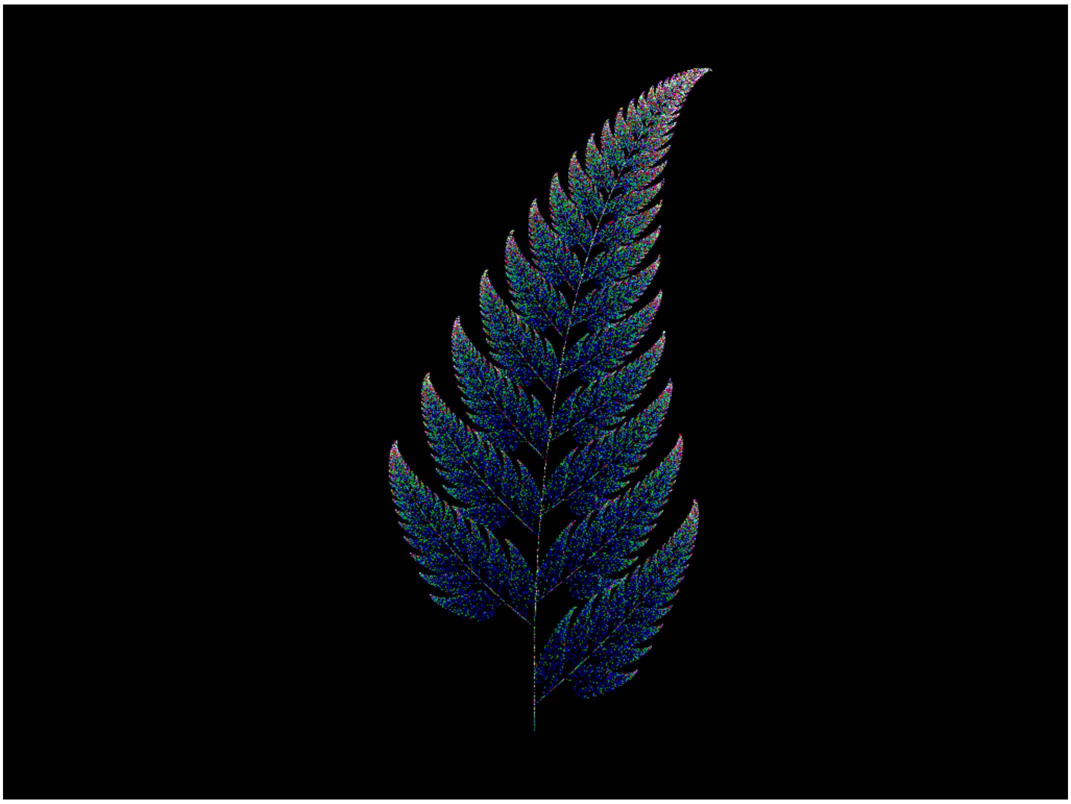
Процессор: AMD Ryzen 5 3550H
Видеокарта: NVIDIA GTX 1650
ОЗУ: 8 Гб

Программное обеспечение:
FractInt

Ход выполнения лабораторной работы:

Этап 1 *– Построение классического а\фрактала-папоротника.*

Изображение исходного фрактала-папоротника.



***Этап 2** – Расчет изначального поворота левой ветви папоротника.*

Исходное изображение фрактала fern описывается в файле следующим набором коэффициентов:

```
fern {
   0      0    0  .16 0      0 .01
  .85    .04 -.04 .85 0 1.6 .85
  .2  -.26  .23 .22 0 1.6 .07
 -.15    .28  .26 .24 0 .44 .07
}
```

Нас интересует только левая ветвь папоротника, преобразования которой описаны в 3 строке. Аффинные преобразования поворота и масштабирования описаны в первых 4 коэффициентах *a*, *b*, *c*, *d*:

$$M = RS = \begin{pmatrix} c & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 & -0,26 \\ 0,23 & 0,22 \end{pmatrix}$$

Эта матрица является произведением матрицы поворота на матрицу масштабирования, т.е.

$$M = RS = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\, s_x & -\sin(\alpha) s_y \\ \sin(\alpha)\, s_x & \cos(\alpha) s_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 & -0,26 \\ 0,23 & 0,22 \end{pmatrix}$$

Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} s_x \cos(\alpha) = 0,20 \\ s_y \sin(\alpha) = 0,26 \\ s_x \sin(\alpha) = 0,23 \\ s_y \cos(\alpha) = 0,22 \end{cases}$$

Отсюда получаем два значения

$$\begin{cases} \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = tg(\alpha) = \dfrac{0,23}{0,2} = 1,15 \\ \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = tg(\alpha) = \dfrac{0,26}{0,22} = 1,182 \end{cases}$$

Возьмем в качестве настоящего среднее значение

$$tg(\alpha) = \frac{1,15 + 1,182}{2} = 1,166$$

$$\alpha = arctg(1,166) = 49,38°$$

Вычислим значения матрицы масштабирования:

$$s_x = \frac{0,2}{\cos(\alpha)} = 0,307$$

$$s_y = \frac{0,26}{\sin(\alpha)} = 0,338$$

__Этап 3__ – Расчет нового поворота левой ветви папоротника

Для изменения папоротника необходимо пересчитать матрицу аффинных преобразований с углом $\alpha' = 18°$ (10° + номер по списку):

$$R' = \begin{pmatrix} \cos(\alpha')\, s_x & -\sin(\alpha') s_y \\ \sin(\alpha')\, s_x & \cos(\alpha') s_y \end{pmatrix}$$

$$M' = R'S = \begin{pmatrix} 0{,}292 & -0{,}104 \\ 0{,}095 & 0{,}321 \end{pmatrix}$$

Введем новый фрактал fern_rot, который будет описываться следующим набором коэффициентов:

```
fern_rot {
    0   0    0  .16 0       0 .01
   .85 .04 -.04 .85 0 1.6 .85
   .292 -.104 .095 .321 0 1.6 .07
  -.15 .28  .26 .24 0 .44 .07
}
```

__Этап 4__ – Построение изображения фрактала-папоротника после поворота левой ветви.

Изображение папоротника после поворота